

Análisis comparativo de modelos bidimensionales con el método de elementos finitos y probetas fabricadas con mezclas asfálticas ensayadas con marco Lottman.

Comparative analysis of two-dimensional models with the finite element method and specimens manufactured with asphalt mixtures tested with Lottman framework.

Araujo, Nómar*; Briceño, Álvaro; Rondón, Alirio.

Grupo de Investigación en Ciencia, Tecnología e Ingeniería (GICTI), Departamento de Ingeniería, NURR-ULA,
Universidad de Los Andes, Trujillo, Venezuela.

*nomaraaraujo14@gmail.com

Resumen

El ensayo de Tracción Indirecta, conocido también como marco "Lottman", es una técnica de gran practicidad para la determinación de parámetros esenciales en el diseño y evaluación de pavimentos compuestos por mezclas asfálticas. Sin embargo, la gran variabilidad de estos materiales hace complejo su estudio y valoración mecánica-estructural, por ello, la aplicación de metodologías de modelación numérica complementaria a ensayos experimentales, a fin de contribuir en los procesos de análisis y caracterización. Por tal razón, el objetivo de este trabajo fue analizar comparativamente los valores resultantes por el método de elementos finitos (MEF) en modelos numéricos bidimensionales y de los determinados con modelos analíticos asociados a probetas ensayadas con marco Lottman aplicada en mezclas asfálticas, a fin de determinar los esfuerzos diametrales obtenidos en ambos casos. La metodología empleada fue experimental, a partir de la cual se establecieron cuatro fases (Fase 1: establecimiento de parámetros y variables que definen el modelo; Fase 2: confección gráfica del modelo en Abaqus; Fase 3: análisis de sensibilidad de la malla de elementos finitos aplicada al modelo para la valoración de los resultados; Fase 4: comprobación de las hipótesis elásticas lineales iniciales del modelo). Los resultados se cotejaron haciendo uso de análisis estadísticos entre los diagramas diametrales de esfuerzos de tracción y compresión determinados por el método de elementos finitos y por las expresiones analíticas que soportan teóricamente la prueba, obteniéndose comportamientos de gran analogía entre los modelos contrastados. Luego se comparó la deformación diametral horizontal medida experimentalmente con los desplazamientos nodales concluyentes del modelo numérico, presentando resultados similares, con diferencias despreciables entre los resultados numéricos y experimentales, evidenciándose así un comportamiento lineal de los especímenes ensayados a 25°C.

Palabras clave: mezclas asfálticas, ensayo de tracción indirecta, módulo elástico, distribución de esfuerzos, deformación diametral horizontal.

Abstract

The Indirect Traction test also known as "Lottman" framework, is a technique of great practicality for the determination of essential parameters in the design and evaluation of the pavements which are composed by asphalt mixtures. However, the great variability of these materials makes their study and mechanical-structural assessment complex, therefore, the application of numerical modeling methodologies complementary to experimental tests, in order to contribute to the analysis and characterization processes. For this reason, the objective of this investigation was to analyze comparatively the results get obtained by the finite elements method (MEF) in two-dimensional numerical models versus the results determined with analytical models associated with test pieces tested with Lottman framework in asphalt mixtures, in order to determine the diametral stress obtained in both cases. The methodology used was experimental, from which four phases were established (Phase 1: establishment of parameters and variables that define the model; Phase 2: graphic design of the model in Abaqus; Phase 3: sensitivity analysis of the finite elements mesh applied to the model for the evaluation of the results; Phase 4: verification of the initial linear elastic hypotheses of the model). The results were compared using statistical analysis between the diametric diagrams stress of traction and compressive which were obtained by the finite elements method and by the analytical expressions that theoretically support the test, and we observed behaviors of great analogy between the contrasted models. The experimentally measured horizontal diametral deformation was then compared with the conclusive nodal displacements of the numerical model and we observed similar results, with negligible differences between the numerical and experimental results, thus evidencing a linear behavior of the specimens tested at 25 ° C.

Keywords: asphalt mixtures, indirect tensile test, elastic modulus, stress distribution, horizontal diametral deformation.

1 Introducción

Las mezclas asfálticas empleadas en la pavimentación de carreteras, comúnmente se conforman de agregados pétreos y ligantes asfálticos, estas son diseñadas técnicamente para generar una matriz que garantice resistencia y durabilidad ante las cargas impuestas por el tráfico.

En los procesos de evaluación y diseño según los diversos métodos basados en principios empíricos o mecanicistas, es fundamental conocer el módulo de elasticidad o resiliencia, para la caracterización de las propiedades mecánicas de estos materiales, por ello, la importancia de su medición experimental o predicción confiable para el diseño, control y rehabilitación de pavimentos asfálticos.

El módulo puede ser obtenido experimentalmente en probetas cilíndricas construidas y compactadas con mezclas asfálticas y ensayadas según el procedimiento normalizado ASTM D4123-82. (Método de prueba estándar de tensión indirecta para el módulo resiliente de mezclas bituminosas). En este ensayo la carga se aplica diametralmente sobre el espécimen según las condiciones impuestas por la mordaza o marco Lottman, hasta llevar la briqueta a la falla interna comúnmente por tracción. Durante la prueba en el instante de la rotura se registran los valores máximos de carga y de deformación horizontal, para determinar posteriormente parámetros como el módulo de elasticidad o de resiliencia.

La expresión para calcular el módulo asociado al ensayo, es deducida de las ecuaciones analíticas de distribución interna de esfuerzos propuestas por Hondros (1959), desarrolladas para las condiciones de carga diametral aplicada sobre un arco finito en un espécimen cilíndrico, homogéneo, isotrópico y linealmente elástico

Numerosas investigaciones evidencian la aplicabilidad de esta metodología para determinar propiedades inherentes a las mezclas bituminosas, comprobándose en diferentes referencias la practicidad respecto a la técnica y el procedimiento empleado. Sin embargo, debido a la diversidad de elementos presentes en la constitución de las mezclas asfálticas, con condiciones de variabilidad microscópica y macroscópica, conjugan una inevitable complejidad para el estudio de su comportamiento mecánico-estructural, por ello, alternativas como la modelación numérica complementarias a las pruebas experimentales, generan nuevas expectativas para contribuir en la investigación y caracterización de materiales particulares y compuestos.

En el presente documento se propone analizar comparativamente los valores resultantes por el método de elementos finitos (MEF) en modelos numéricos bidimensionales y de los determinados con modelos analíticos asociados a probetas ensayadas con marco Lottman aplicado en mezclas asfálticas, a fin determinar los diagramas de esfuerzos obtenidos en ambos casos. El método de elementos finitos (MEF) se constituye con la asistencia de un modelador gráfico de alto nivel denominado Abaqus, donde se confeccionan modelos bidimensionales simples semejantes a las tipologías geométricas del espécimen, características físicas-mecánicas del

material y condiciones de borde particulares de carga y apoyo. De cada muestra modelada, se extraen valores resultantes de tensiones nodales para configurar a lo largo de cada eje diametral los diagramas de esfuerzos obtenidos por métodos numéricos y que son comparados estadísticamente con los obtenidos de las expresiones analíticas establecidas.

Además, se contrastan las deformaciones horizontales máximas medidas experimentalmente con los desplazamientos nodales obtenidos en el modelo, de manera de establecer analogías entre los procesos estudiados.

2 Marco Teórico

2.1 Ensayo de tracción indirecta.

El ensayo de tracción indirecta aplicado para determinar el módulo de elasticidad en mezclas asfálticas es ampliamente utilizado y difundido. Este consiste en la aplicación de cargas distribuidas a lo largo de dos generatrices diametralmente opuestas y contenidas en un plano vertical sobre una probeta cilíndrica, tal y como se muestra en la figura 1.

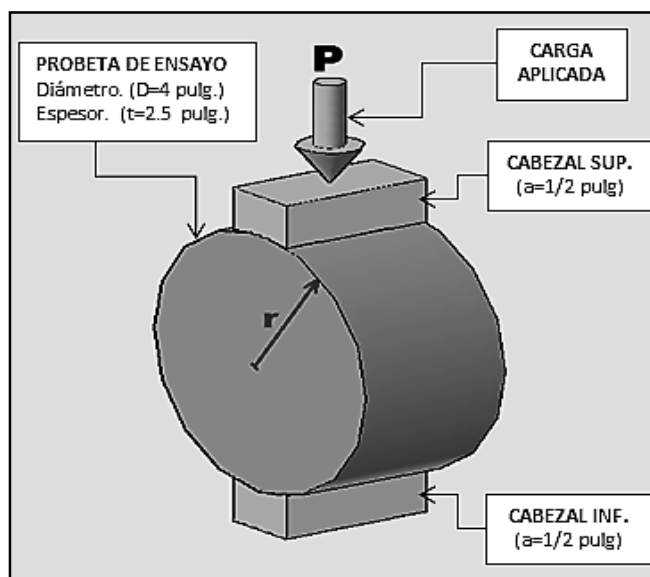


Fig. 1. Esquema del ensayo de tracción indirecta.

La carga es aplicada a través de un cabezal metálico cóncavo de ancho preestablecido (1/2 pulg), las deformaciones resultantes a lo largo del plano diametral horizontal, son medidas durante la ejecución de la prueba. La falla o rotura se genera internamente por tracción y ocurre en la región central del espécimen, tal y como se muestra en la figura 2, el módulo de elasticidad determinado en la prueba está asociado con la carga máxima aplicada y la deformación horizontal resultante.

2.2 Distribución interna de esfuerzos desarrollada por Hondros (1959)

En la práctica experimental idealizada en la figura 2, la carga se distribuye en un arco finito por medio de un cabezal o soporte, este elemento rígido distribuye la carga aplicada disminuyendo notablemente los esfuerzos de compresión que se producirían en el punto de contacto y que provocarían una falla distinta a la esperada por tracción.

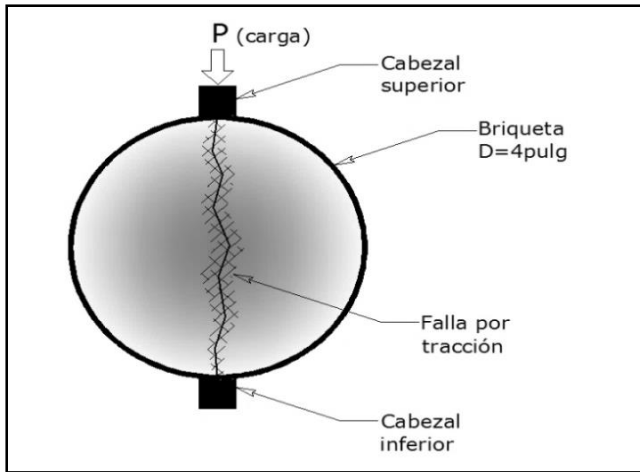


Fig. 2. Modelo idealizado del ensayo de tracción indirecta.

La carga (P) aplicada sobre la placa de apoyo genera una presión uniforme (p) en el arco de contacto con la probeta.

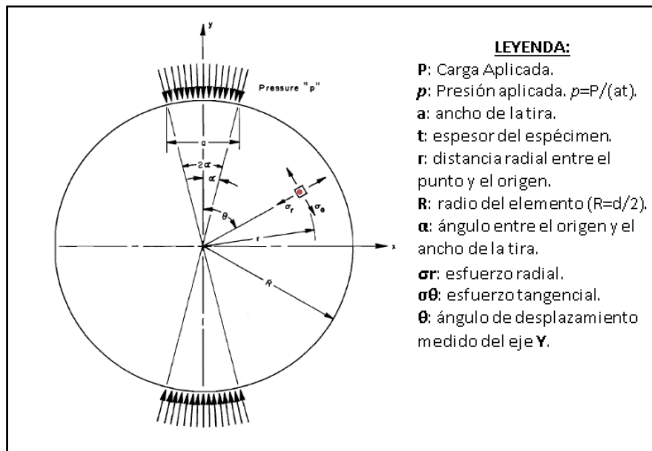


Fig. 3. Sistema de coordenadas polares considerado por Hondros. (Fuente: Hadley, Hudson y Kennedy, 1970)

En la figura 3, se muestran las variables consideradas así como el sistema de coordenadas empleado para determinar los esfuerzos en un punto específico del elemento circular. Las tensiones internas a lo largo de los ejes diametrales vertical y horizontal son representadas por expresiones analíticas desarrolladas por Hondros 1959.

Las ecuaciones para la distribución de esfuerzos a lo largo del eje diametral horizontal (y=0) son presentadas a

continuación:

Esfuerzo radial $\sigma(r_x)$ de tracción, perpendicular a la dirección de carga:

$$\sigma(r_x) = \frac{2P}{\pi t a} \left(\frac{\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \text{Sen}2\alpha}{1 + \frac{2r^2}{R^2} \text{Cos}2\alpha + \frac{r^4}{R^4}} - \text{atan} \left(\frac{1 - \frac{r^2}{R^2}}{1 + \frac{r^2}{R^2}} \right) \text{Tan} \alpha \right) \quad (1)$$

Esfuerzo tangencial $\sigma(\theta_x)$ compresión, paralelo a la dirección de carga.

$$\sigma(\theta_x) = -\frac{2P}{\pi t a} \left(\frac{\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \text{Sen}2\alpha}{1 + \frac{2r^2}{R^2} \text{Cos}2\alpha + \frac{r^4}{R^4}} + \text{atan} \left(\frac{1 - \frac{r^2}{R^2}}{1 + \frac{r^2}{R^2}} \right) \text{Tan} \alpha \right) \quad (2)$$

Para el caso del eje diametral vertical (x=0), las ecuaciones que describen la distribución de tensiones en las direcciones perpendicular y paralela son las siguientes:

Esfuerzo tangencial $\sigma(\theta_y)$ tracción, perpendicular a la dirección de carga:

$$\sigma(\theta_y) = \frac{2P}{\pi t a} \left(\frac{\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \text{Sen}2\alpha}{1 - \frac{2r^2}{R^2} \text{Cos}2\alpha + \frac{r^4}{R^4}} - \text{atan} \left(\frac{1 + \frac{r^2}{R^2}}{1 - \frac{r^2}{R^2}} \right) \text{Tan} \alpha \right) \quad (3)$$

Esfuerzo radial $\sigma(r_y)$ compresión, paralelo a la dirección de carga:

$$\sigma(r_y) = -\frac{2P}{\pi t a} \left(\frac{\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \text{Sen}2\alpha}{1 - \frac{2r^2}{R^2} \text{Cos}2\alpha + \frac{r^4}{R^4}} + \text{atan} \left(\frac{1 + \frac{r^2}{R^2}}{1 - \frac{r^2}{R^2}} \right) \text{Tan} \alpha \right) \quad (4)$$

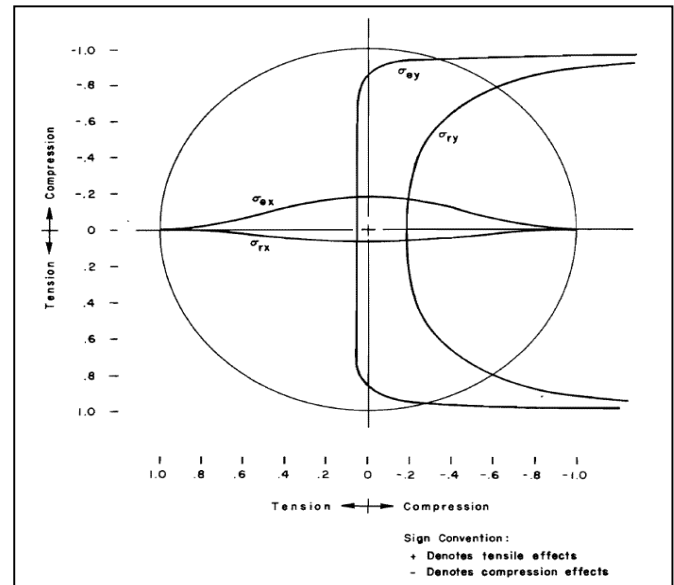


Fig. 4. Distribución de esfuerzos de tensión y compresión a lo largo de los ejes diametrales planteados por Hondros. (Fuente: Hadley, Hudson y Kennedy, 1970)

La distribución de esfuerzos resultante se muestra gráficamente en la figura 4, para los ejes diametrales y de acuerdo a las expresiones analíticas planteadas.

2.3 Expresión de módulo resiliente (M_R) propuesta por Yoder y Witczak (1975)

El módulo de elasticidad (E) de materiales tratados con asfalto, también se puede determinar por medio del dispositivo de módulo resiliente (elástico) diametral (Yoder y col., 1975). Esta prueba consiste básicamente en emplear una carga repetitiva y aplicar los principios teóricos de distribución de tensiones de Frocht 1957, propuestos para el ensayo de tracción indirecta. (mejorar la calidad de la imagen)

La principal ventaja de este procedimiento es la simplicidad del equipo experimental, así como la capacidad de analizar muestras de asfalto similares en tamaño a las utilizadas para las pruebas Marshall y Hveem ampliamente conocidos. El procedimiento repetitivo (carga pulsante) de 0,1 segundos de duración y en intervalos de 2,9 segundos se aplica diametralmente a la muestra. La carga dinámica, a su vez, da lugar a deformaciones dinámicas a través del plano diametral horizontal, el conocimiento de estos parámetros permite calcular el valor del módulo resiliente (M_R).

Asumiendo la condición de tensión plana " $\sigma_z = 0$ ", para una carga dinámica aplicada (P) y con medición en la deformación horizontal resultante (δ_h), el módulo (M_R) asociado al ensayo es definido de la forma siguiente:

$$M_R = \frac{P}{t\delta_h} \left(0.2734 + \mu \right) \quad (5)$$

La relación de Poisson (μ), comúnmente se considera 0.35 en materiales asfálticos, teniendo en cuenta que desviaciones de este valor no genera errores excesivos en los cálculos de M_R .

2.4 Expresión de módulo resiliente (M_R) y carga cíclica aplicada (ASTM D4123-82)

En el método de prueba estándar aplicado al ensayo de tracción indirecta para determinar el Módulo Resiliente de mezclas bituminosas (ASTM D4123-82), para el caso de carga cíclica (P_{cyclic}) se calcula por la relación siguiente:

$$M_R = \frac{P_{(cyclic)}}{t\delta_h} \left(0.27 + \mu \right) \quad (6)$$

Como se puede apreciar el módulo de una mezcla asfáltica, en una probeta de ensayo aplicando la prueba de tracción indirecta, se determina por las expresiones 5 o 6, bien sea para carga monotónica, repetitiva o cíclica, ambas ecuaciones son similares y están en función de la magnitud de carga

y la deformación diametral horizontal. En Araujo (2016), se describe el proceso de integración para la deducción analítica de esta ecuación, partiendo de los principios de distribución de esfuerzos propuestos por Hondros (1959).

3 Procedimiento Metodológico

La temática de este trabajo consiste en analizar comparativamente los valores resultantes por el método de elementos finitos (MEF) en modelos numéricos bidimensionales y de los determinados con modelos analíticos asociados a probetas ensayadas con marco Lottman aplicado en mezclas asfálticas, a fin determinar los diagramas de esfuerzos a lo largo de los ejes diametrales (horizontal y vertical) obtenidos en ambos casos.

Se modelaron numéricamente las variables y características de 12 muestras experimentales ensayadas con marco "Lottman", los resultados del modelo numérico fueron contrastados y valorados estadísticamente con los obtenidos de planteamientos teóricos o analíticos que derivan en parámetros de gran interés como el módulo de elasticidad, con la finalidad de ampliar el conocimiento y comprender mejor su comportamiento, considerando en lo posible el mayor número de variables físicas medidas durante la ejecución de la prueba.

Bajo estas consideraciones, la investigación se enmarcó dentro de una metodología experimental, para lo cual se establecieron cuatro fases fundamentales y que a continuación se describen:

3.1 Fase 1: Se establecen los parámetros y variables que definen el modelo

En esta fase se establecen las tipologías que delimitan el modelo tales como diámetros, espesores y condiciones de apoyo. En la figura 5, se muestran las coordenadas que definen la sección circular del espécimen, así como puntos característicos por donde se trazan los ejes diametrales vertical y horizontal, además se delinearán particiones para definir las regiones perimetrales donde se aplican cargas y condiciones de borde. Las unidades relativas en las que se traza la geometría del modelo numérico es el sistema de unidades inglesas (pulgadas).

Consecutivamente en esta fase se especifican variables como la magnitud de carga y la deformación diametral horizontal, obtenidas experimentalmente de los ensayos factoriales realizados y publicados por Sánchez (2012), donde deduce y propone una ecuación de correlación para el cálculo del módulo elástico, basado en análisis de regresión de mediciones de módulo secante obtenidos con el equipo de tracción indirecta y asociado a resultados de ensayos con equipo Marshall.

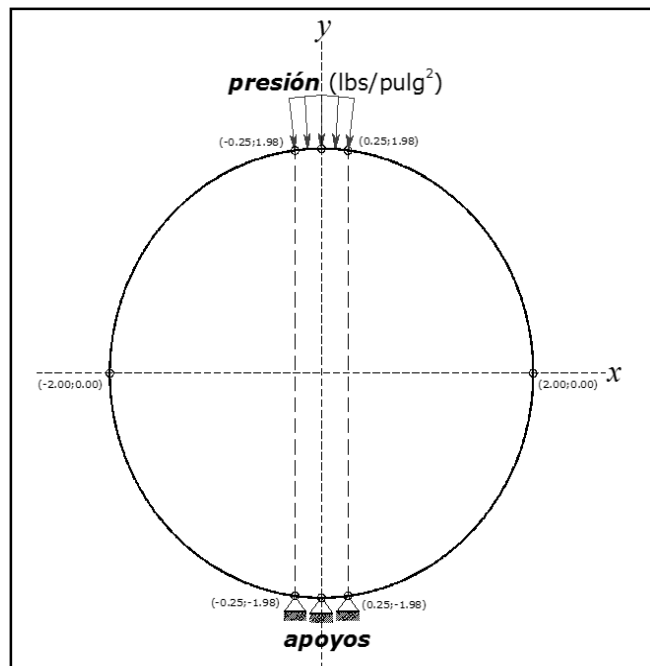


Fig. 5. Coordenadas paramétricas que definen el modelo bidimensional.

En la tabla 1, se muestran los valores característicos medidos durante el ensayo con marco Lottman en 12 especímenes de mezcla asfáltica a 25°C de temperatura del experimento factorial considerado. Se adjuntan dos columnas donde se indican los cálculos de presión en el área de contacto, así como el módulo de elasticidad calculado por la expresión 6.

Tabla 1. Valores resultantes del experimento factorial utilizando 12 especímenes cilíndricos de 4pulg de diámetro, para diferentes energías de compactación y aplicando carga con marco Lottman.

# de Golpes por Capa (g/c)	Contenido de Asfalto Pb (%)	Densidad: Gmb (lb/pulg³)	Carga Aplicada P (lb)	Deformación Horizontal δh (pulg)	Espesor de la Probeta: t (pulg)	Presión en el contacto sup.: P (lb/pulg²)	Módulo de Elasticidad (E): E (lb/pulg²)
50	4.5	2.366	2841	0.004	2.49	2,281.93	1.768E+05
	5.0	2.386	3460	0.005	2.43	2,847.74	1.766E+05
	5.5	2.346	3450	0.006	2.53	2,727.27	1.409E+05
	6.0	2.391	2240	0.006	2.44	1,836.07	9.486E+04
75	4.5	2.417	3856	0.004	2.39	3,226.78	2.501E+05
	5.0	2.403	3354	0.004	2.42	2,771.90	2.148E+05
	5.5	2.425	3610	0.005	2.43	2,971.19	1.842E+05
	6.0	2.400	1938	0.005	2.41	1,608.30	9.971E+04
100	4.5	2.424	3761	0.004	2.39	3,147.28	2.439E+05
	5.0	2.427	3911	0.006	2.42	3,232.23	1.670E+05
	5.5	2.428	2842	0.005	2.39	2,378.24	1.475E+05
	6.0	2.412	2098	0.006	2.39	1,755.65	9.071E+04

Fuente: Sánchez L., F. "Cuál es el módulo de una MAC Marshall" Agosto, 2012. Disponible en: <http://blogramcodes.blogspot.com/2012/08/cual-es-el-modulo-de-una-mac-marshall.html>

3.2 Fase 2: Se confecciona gráficamente el modelo en Abaqus

La constitución del modelo se ejecuta mediante un procesador gráfico de alto nivel denominado Abaqus (Abaqus/Cae). En esta fase se generan las partes características del material, así como las cargas de acuerdo a los módulos de entrada del procesador.

Se crea la parte inicial del modelo según los parámetros definidos en la fase anterior y se selecciona un espacio bidimensional (x;y), ya que se considera la condición de tensión plana (z=0). Se establecen particiones gráficas internas que delimitan las regiones donde se aplicaran cargas y restricciones, simulando la acción de los cabezales utilizados en la prueba física.

En esta segunda fase también se asignan las propiedades de densidad, módulo de elasticidad y relación de poisson, además se asocian las características para un material homogéneo, isotrópico y linealmente elástico.

En la figura 6, se muestra la interfaz gráfica del procesador con las variables consideradas y asignaciones aplicadas al modelo numérico preestablecido.

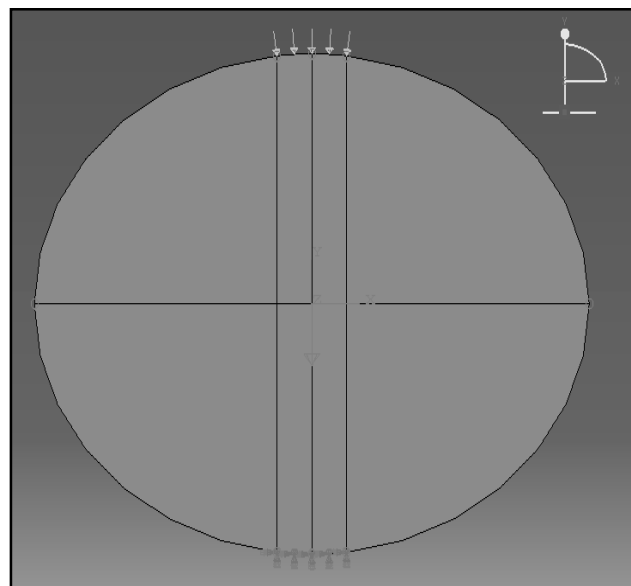


Fig. 6. Interfaz gráfica de Abaqus, se visualiza la constitución inicial del modelo, cargas y condiciones de borde aplicadas.

En la fase de constitución del modelo, se establece un mallado inicial por defecto con el objetivo de ejecutar un primer análisis con la intención de verificar el proceso de cálculo interno ejecutado por el programa y que este complete un trabajo (Job) de análisis. Esta acción se realiza con el propósito único de comprobar las variables asignadas y las acciones previamente establecidas.

En la figura 7, se visualiza la deformación preliminar manifestada por el modelo debido a la gestión de las cargas y el efecto de las restricciones impuestas. En esta acción los resultados numéricos no tienen relevancia, solo se comprueba la compatibilidad de las variables aplicadas y el éxito del análisis interno ejecutado por el programa.

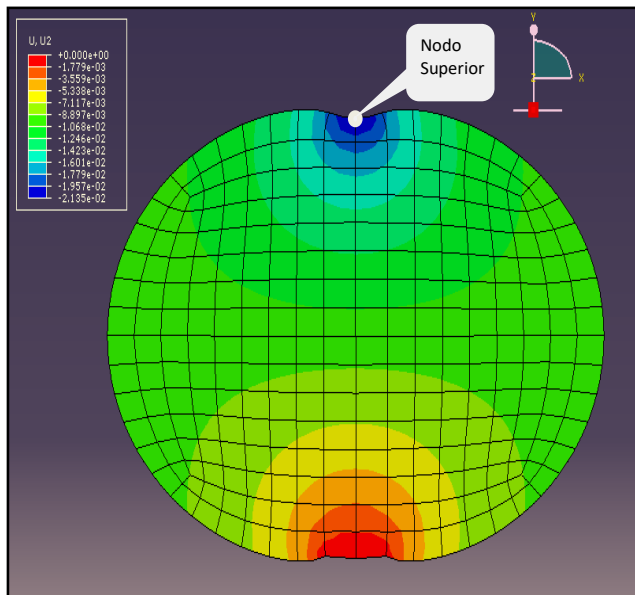


Fig. 7. Visualización gráfica de los desplazamientos en dirección vertical (U_2). Análisis preliminar del modelo.

3.3 Fase 3: Se define la malla de elementos finitos aplicada al modelo para la valoración de los resultados

En esta fase se realiza un análisis de sensibilidad de la malla de elementos finitos, para determinar el nivel de convergencia y establecer la confiabilidad de los resultados del modelo. El estudio de sensibilidad garantizará que los resultados obtenidos en el modelo no dependan del tamaño ni del tipo de elemento utilizado, para ello se crean diferentes densidades de malla y se utiliza distintos tipos de elementos, de manera de evaluar la convergencia o perturbación de los valores resultantes, además, permite determinar el número de elementos ideal para ahorrar el tiempo del proceso computacional.

Se realiza un análisis preliminar considerando una malla libre constituida por elementos triangulares tipo CPS3 con interpolación lineal. Se establecen los casos con diferentes tamaño o densidad de malla y se evalúa cada uno para las mismas condiciones de borde y de carga.

Para la valoración de la configuración general de cada malla propuesta, se somete al análisis cada caso y se selecciona el valor resultante del desplazamiento máximo (U , Magnitude) del nodo superior indicado en la figura 7, establecido como patrón de comparación.

En la tabla 2, se muestran los valores resultantes para las diferentes geometrías planteadas en este análisis preliminar, conformado por elementos triangulares de primer orden.

Con los valores indicados en la tabla 2, se genera el gráfico que relaciona el parámetro de desplazamiento (U , magnitud), usado como patrón de comparación y el número de nodos establecido por Abaqus/Cae para las condiciones de

malla establecida.

Tabla 2. Valores obtenidos para diferentes geometrías de malla, aplicando elementos triangulares CPS3, de primer orden (Interpolación lineal) e integración reducida.

DENSIDAD DE MALLA:		PRIMER ORDEN (LINEAL)		
DIMENSIÓN (pulg)	# DE ELEMENTOS	TIPO DE ELEMENTO	# DE NODOS	DESPLAZ: U , MAGNITUDE (pulg)
1.50	16	CPS3	15	1.3E-02
1.00	44	CPS3	31	1.5E-02
0.75	68	CPS3	45	1.6E-02
0.50	120	CPS3	75	1.8E-02
0.25	462	CPS3	258	1.9E-02
0.20	700	CPS3	381	2.0E-02
0.15	1316	CPS3	701	2.0E-02
0.10	2998	CPS3	1564	2.1E-02
0.05	10452	CPS3	5353	2.3E-02
0.025	41618	CPS3	21062	2.2E-02

Como se puede observar en el gráfico de la figura 8, usando elementos triangulares de tipo CPS3, no se consolida una convergencia de los resultados, incluso para los refinamientos de menor tamaño, por tanto, se requiere evaluar usando otros tipos de mallado con elementos que garanticen la confiabilidad de los resultados del modelo.

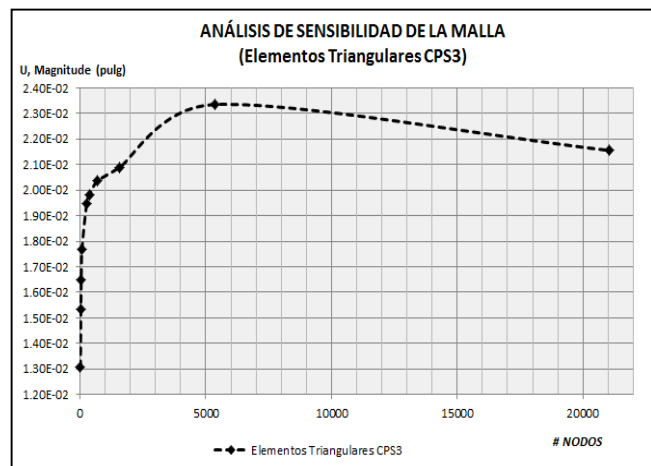


Fig. 8. Relación entre el desplazamiento (U , Magnitude) y el número de nodos de las mallas conformada por elementos triangulares tipo CPS3.

En este sentido, se plantea un nuevo estudio de sensibilidad de malla empleando elementos cuadriláteros (Quad), recomendados para formas geométricas sencillas ya que tienen mejor tasa de convergencia que los triángulos y tetraedros. Se realiza en este caso el análisis para dos órdenes de interpolación, es decir, elementos (Quad) CPS4R de primer orden o interpolación lineal y elementos (Quad) CPS8R de segundo orden o interpolación cuadrática, además, se emplea una técnica estructurada para el mallado y se aplica integración reducida ya que permite disminuir el tiempo de análisis.

En cada configuración de malla propuesta se determina el valor del desplazamiento máximo (U , Magnitude) del nodo superior para el eje diametral vertical, como medida de comparación. En la tabla 3 y 4 se muestran los valores obtenidos para las diferentes geometrías propuestas:

Tabla 3. Valores resultantes para diferentes geometrías de malla, aplicando elementos CPS4R, de primer orden (Interpolación lineal) e integración reducida.

DENSIDAD DE MALLA:		PRIMER ORDEN (LINEAL)		
DIMENSIÓN (pulg)	# DE ELEMENTOS	TIPO DE ELEMENTO	# DE NODOS	DESPLAZ: U, MAGNITUDE (pulg)
1.50	20	CPS4R	27	2.4E-02
1.00	28	CPS4R	37	2.4E-02
0.75	44	CPS4R	55	2.4E-02
0.50	76	CPS4R	91	2.3E-02
0.25	272	CPS4R	299	2.3E-02
0.20	404	CPS4R	435	2.3E-02
0.15	692	CPS4R	735	2.2E-02
0.12	1024	CPS4R	1075	2.2E-02
0.10	1536	CPS4R	1601	2.2E-02
0.05	6236	CPS4R	6363	2.2E-02
0.025	24440	CPS4R	24693	2.2E-02

Tabla 4. Valores resultantes para diferentes geometrías de malla, aplicando elementos CPS8R, de segundo orden (Interpolación cuadrática) e integración reducida.

DENSIDAD DE MALLA:		SEGUNDO ORDEN (CUADRÁTICA)		
DIMENSIÓN (pulg)	# DE ELEMENTOS	TIPO DE ELEMENTO	# DE NODOS	DESPLAZ: U, MAGNITUDE (pulg)
1.50	20	CPS8R	73	2.0E-02
1.00	28	CPS8R	101	2.1E-02
0.75	44	CPS8R	153	2.1E-02
0.50	76	CPS8R	257	2.1E-02
0.25	272	CPS8R	896	2.1E-02
0.20	404	CPS8R	1273	2.1E-02
0.15	692	CPS8R	2161	2.2E-02
0.12	1024	CPS8R	3173	2.2E-02
0.10	1536	CPS8R	4737	2.2E-02
0.05	6236	CPS8R	18961	2.2E-02
0.025	24440	CPS8R	73825	2.2E-02

Con los valores tabulados, se genera el gráfico mostrado en la figura 9, donde se relaciona el parámetro de desplazamiento (U, magnitud) y el número de nodos para cada orden de interpolación aplicado.

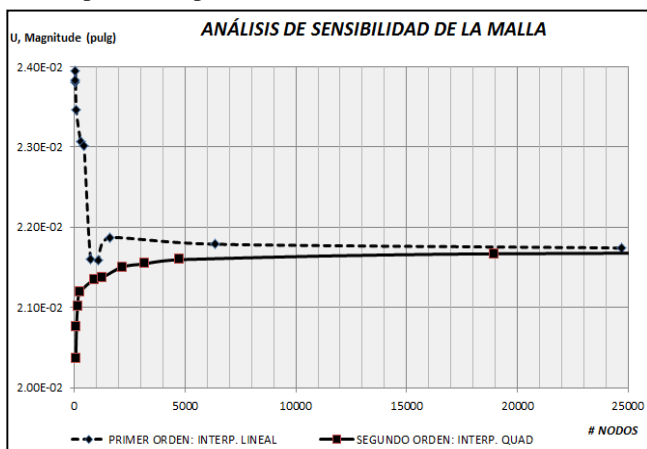


Fig. 9. Relación entre el desplazamiento (U, Magnitude) y el número de nodos de las mallas conformada por elementos cuadriláteros (Qua) para las dos ordenenes de interpolación considerada.

Gráficamente se observa una clara convergencia de los resultados para los elementos (Qua) analizados a partir de mallas conformadas por 692 elementos (CPS8R) de segundo orden con 2161 nodos, los valores resultantes de desplazamiento son análogos inclusive para los refinamientos mayores aplicados.

Los elementos de segundo orden tienen mayor cantidad de nodos para el mismo número de elementos en comparación con los de primer orden, aunque esto pueda resultar en un leve incremento del tiempo del proceso computacional contribuye significativamente en la autenticidad de los resultados ya que son más efectivos para problemas uniformes por su capacidad de aproximar con suficiente precisión los estados tensionales del problema.

En función del análisis presentado, se define la malla para la constitución definitiva del modelo, aplicando un malla estructurado con elementos cuadriláteros (Quad) tipo CPS8R de segundo orden o interpolación cuadrática conformada con una densidad de 692 elementos y 2161 nodos.

3.4 Fase 4: Comprobación de las hipótesis elásticas lineales iniciales del modelo.

Para generar resultados confiables además del análisis de sensibilidad de la malla de elementos finitos, es necesaria la comprobación de las hipótesis asumidas inicialmente para el modelo. Una de estas hipótesis se refiere al comportamiento elástico lineal del material, para verificar esta condición es necesario comparar los resultados obtenidos cuando se asume tal condición, con la respuesta del modelo cuando se activa la condición de no linealidad geométrica (Nlgeom).

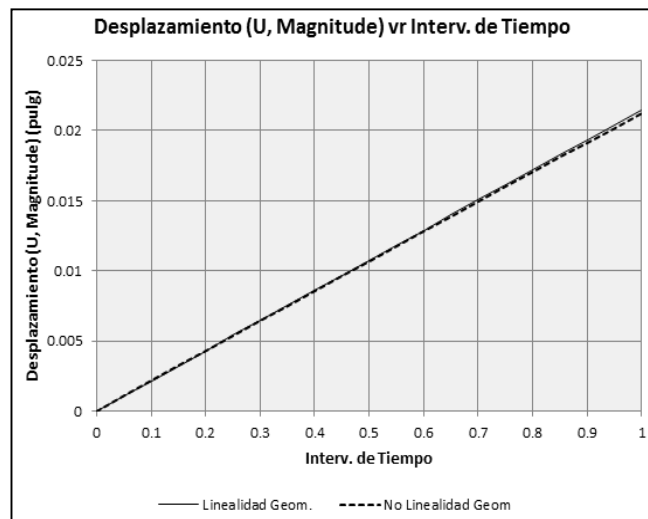


Fig. 10. Relación entre el desplazamiento (U, Magnitude) y el intervalo de tiempo de duración del análisis (Step).

Este proceso implica someter el modelo al análisis aplicando ambas hipótesis y evaluando los resultados en diferentes intervalos de tiempo para la magnitud de la carga inicial aplicada ($P=2281.93 \text{ lbs/pulg}^2$).

En el gráfico de la figura 10, se muestra la respuesta del

modelo asumiendo un comportamiento elástico lineal y además considerando la no-linealidad geométrica, ambas respuestas son aproximadas y la diferencia en los resultados resulta casi despreciable por lo que es válido asumir el problema inicial sin considerar las no linealidades geométricas.

4 Discusión y Resultados

Para generar resultados de comparación y análisis, se establecen los ejes centrales horizontal (x) y vertical (y) como referencia para diagramar los esfuerzos de tracción y compresión, obtenidos tanto en el modelo numérico y los calculados por las expresiones analíticas.

Las características de las muestras aplicadas al modelo y sometidas al proceso de análisis se indican en la tabla 1. La primera de ellas denominada (M:50x4.5) en referencia a la información de la energía de compactación aplicada (50 g/c) y al contenido de asfalto (4.5%) empleado para la fabricación de la briqueta. Los valores resultantes del modelo numérico se extraen de la cadena de nodos que conforman los ejes de referencia mostrados en la figura 11, en este caso, se adquiere información de las magnitudes de los esfuerzos en la direcciones paralela y perpendicular al eje de referencia.

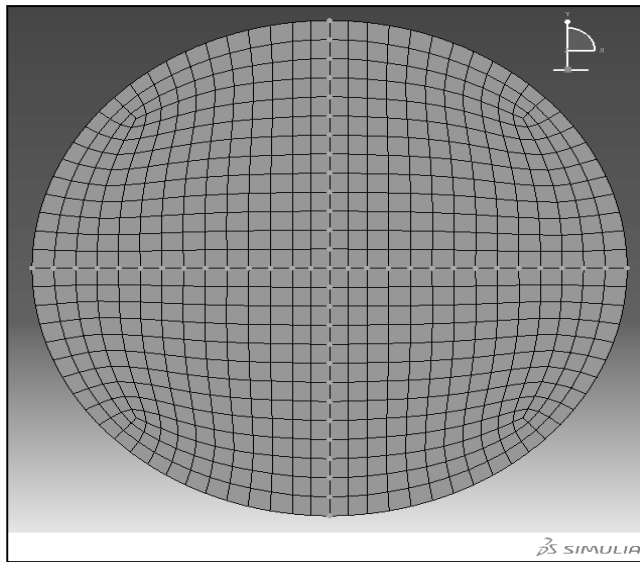


Fig. 11. Cadena de nodos del modelo que conforman los ejes diametrales horizontal y vertical.

Para los nodos que definen el eje central horizontal, se obtienen valores de esfuerzos positivos que representan las tensiones de alargamiento (tracción) y los resultados negativos alusivos a los esfuerzos de compresión. En la tabla 5, se muestra la información extraída del análisis numérico de las características de la primera muestra constituida.

Tabla 5. Valores resultantes (MEF) de esfuerzos de los nodos que conforman el eje central horizontal (M: 50x4.5)

ID NODO:	9	119	118	117	116	115	114	113	112	111	110	109	8	150	3	24	2	68	69	542	688	70	71	72	73	74	75	76	77	78	6
Coordenada (r=x) (pulg)	-2.000	-1.854	-1.708	-1.563	-1.417	-1.271	-1.125	-0.980	-0.834	-0.688	-0.542	-0.396	-0.251	-0.125	0.000	0.125	0.251	0.396	0.542	0.688	0.834	0.980	1.125	1.271	1.417	1.563	1.708	1.854	2.000		
Coordenada (y) (pulg)	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
S11: (Lbs/pulg ²)	-0.176	1.304	-67.866	11.793	21.552	34.607	50.906	70.061	91.282	113.350	134.667	153.404	167.670	175.236	177.951	175.236	167.669	153.404	134.666	113.350	91.282	70.061	50.906	34.607	21.552	11.793	5.156	1.304	-0.176		
S22: (Lbs/pulg ²)	-5.168	-34.498	-67.866	-105.713	-148.106	-194.794	-245.146	-297.995	-351.598	-403.630	-451.295	-491.561	-521.383	-536.937	-542.669	-536.937	-491.561	-451.561	-403.629	-351.598	-297.995	-245.146	-194.794	-148.106	-105.713	-67.866	-34.498	-5.168			

De forma análoga, en la tabla 6, se ordenan las tensiones calculadas por las expresiones de distribución de esfuerzos radial $\sigma(rx)$ de tracción y esfuerzo tangencial $\sigma(\theta x)$ de compresión, a lo largo del eje diametral horizontal ($y=0$), ecuaciones (1) y (2) respectivamente.

Tabla 6. Valores resultantes de esfuerzos para el eje central horizontal calculados por las expresiones analíticas propuestas por Hondros 1959.

Coordenada (r=x) (pulg)	2.000	1.854	1.708	1.563	1.417	1.271	1.125	0.980	0.834	0.688	0.542	0.396	0.251	0.125	0.000	0.125	0.251	0.396	0.542	0.688	0.834	0.980	1.125	1.271	1.417	1.563	1.708	1.854	2.000
σ_{rx} (Lbs/pulg ²)	0.000	1.041	4.449	10.641	19.973	32.665	48.708	67.762	89.072	111.422	133.172	152.410	167.201	175.104	177.918	175.104	167.201	152.410	133.172	111.422	89.072	67.762	48.708	32.665	19.973	10.641	4.449	1.041	0.000
$\sigma_{\theta x}$ (Lbs/pulg ²)	0.000	-28.618	-61.495	-98.914	-140.984	-187.522	-237.944	-291.137	-345.377	-398.306	-447.035	-488.382	-519.258	-535.471	-540.998	-535.471	-488.382	-447.035	-398.306	-345.377	-291.137	-237.944	-187.522	-140.984	-98.914	-61.495	-28.618	0.000	

Con el conjunto de valores obtenidos del modelo numérico aplicado y de los calculados por las expresiones analíticas, se construyen los diagramas de distribución interna de esfuerzos de la sección bidimensional. En la figura 12, se muestra gráficamente los resultados con el objeto de contrastar los métodos aplicados.

Como se puede visualizar en la figura 12, existe una aproximación grafica importante entre los diagramas de los esfuerzos de tracción y compresión referidos al eje central horizontal, sin embargo, se establece un análisis estadístico de tipo paramétrico ya que los resultados obtenidos de los métodos aplicados se ajustan a una distribución normal, la prueba de análisis que permite establecer criterios para la comparación de ambos métodos es la prueba "t de Student" suponiendo varianzas iguales para valorar si hay diferencia o no significativa entre los grupos de datos obtenidos de forma independiente y comprobar técnicamente la similitud de los resultados de cada modelo aplicado.

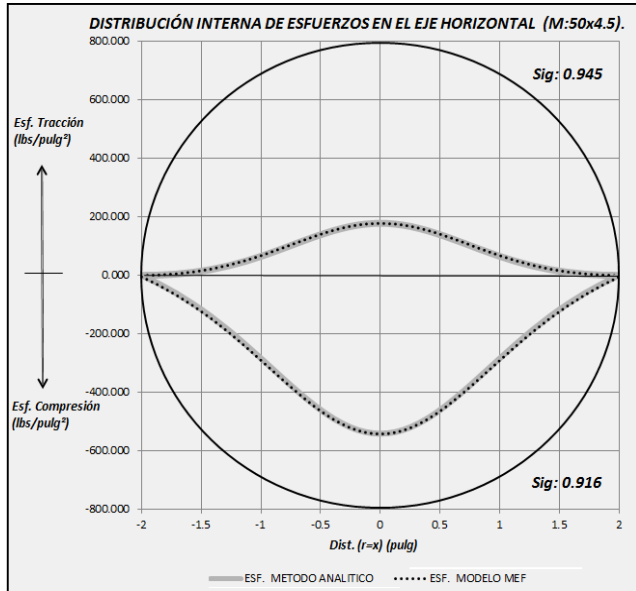


Fig. 12. Diagrama de distribución interna de esfuerzos a lo largo del eje central horizontal (y=0)

En la figura 12, se indica el valor de significancia de la prueba estadística empleada, como se puede apreciar el valor de significancia (α) es bastante elevado 0.945 para los esfuerzos de tracción y 0.916 para los de compresión, lo que es estadísticamente aceptable, ya que el valor de significancia es mayor a 0.05 ($\alpha > 0.05$) para la comprobación de la hipótesis nula (H_0 ; MEF-Modelo analítico=0); donde se establece que no existe diferencias notables entre los resultados obtenidos por el método numérico y analítico aplicados a mezclas asfálticas y la proximidad de los resultados de los modelos contrastados.

De forma similar se exhiben los resultados de las tensiones con referencia al eje central vertical (y). En la tabla 7, se ordenan los valores extraídos del modelo numérico según la dirección perpendicular y paralela al eje de referencia, considerado esfuerzos positivos (tracción) y negativo (compresión).

Adicionalmente, en la tabla 8 se ordenan las tensiones calculadas por las expresiones de distribución de esfuerzos tangencial $\sigma_{\theta y}$ de tracción y esfuerzo radial σ_{ry} de compresión, a lo largo del eje diametral vertical (x=0), ecuaciones (3) y (4) respectivamente.

Tabla 7. Valores resultantes (MEF) de esfuerzos de los nodos que conforman el eje central vertical (M: 50x4.5)

ID NODO:	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	4	
Coordenada (x) (pulg)	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
Coordenada (r=y) (pulg)	2.000	1.846	1.692	1.538	1.385	1.231	1.077	0.923	0.769	0.615	0.462	0.308	0.154	0.000	0.000	0.154	0.308	0.462	0.615	0.769	0.923	1.077	1.231	1.385	1.538	1.692	1.846	2.000
S11: (Lbs/pulg²)	-2244.010	-712.032	-89.078	71.038	129.389	152.492	163.860	168.803	173.241	175.312	176.593	177.363	177.763	177.851	177.626	-0.154	-0.308	-0.462	-0.615	-0.769	-0.923	-1.077	-1.231	-1.385	-1.538	-1.692	-1.846	-2.000
S22: (Lbs/pulg²)	-2264.980	-2224.760	-1802.940	-1395.980	-1128.470	-946.754	-820.254	-729.908	-664.470	-617.058	-583.365	-560.670	-547.290	-542.269	-545.224	-556.267	-576.954	-605.707	-647.278	-703.743	-779.392	-880.849	-1013.790	-1191.800	-1356.210	-1438.650	-1438.650	-1438.650

Tabla 8. Valores resultantes de esfuerzos para el eje central vertical calculados por las expresiones analíticas propuestas por Hondros 1959.

Coordenada (r=y) (pulg)	2.000	1.846	1.692	1.538	1.385	1.231	1.077	0.923	0.769	0.615	0.462	0.308	0.154	0.000	0.154	0.308	0.462	0.615	0.769	0.923	1.077	1.231	1.385	1.538	1.692	1.846	2.000
$\sigma_{\theta y}$ (Lbs/pulg²)	∞	-749.130	-127.881	59.403	123.777	150.185	162.663	169.210	172.914	175.118	176.458	177.258	177.684	177.818	177.684	177.258	176.458	175.118	172.914	169.210	162.663	150.185	123.777	59.403	-127.881	-749.130	∞
σ_{ry} (Lbs/pulg²)	∞	-2169.571	-1758.750	-1382.862	-1119.985	-940.254	-814.721	-725.049	-660.143	-613.207	-579.997	-557.849	-545.141	-540.998	-545.141	-557.849	-579.997	-613.207	-660.143	-725.049	-814.721	-940.254	-1119.985	-1382.862	-1758.750	-2169.571	∞

Con el conjunto de valores de las tablas 7 y 8 se construyen los diagramas de distribución interna de esfuerzos a lo largo del eje central vertical. En la figura 13, se muestra gráficamente los resultados de tensiones con referencia al eje y.

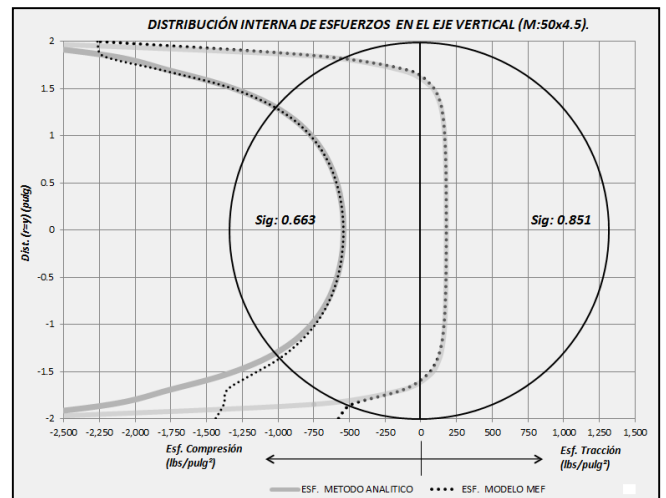


Fig. 13. Diagrama de distribución interna de esfuerzos a lo largo del eje central vertical (x=0)

Para los diagramas de esfuerzos obtenidos a lo largo del eje diametral vertical ilustrados en la figura 13, se observa

que los conjuntos de valores en la región central son aproximados entre sí, apreciándose una divergencia hacia los extremos superior e inferior, sin embargo, se realizó el análisis comparativo haciendo uso de la prueba “t de Student” suponiendo varianzas iguales para valorar si hay diferencia o no significativa entre los grupos de los resultados obtenidos de forma independiente y en la que se obtiene parámetros de significancia aceptable (alfa>0.05), lo que comprueba que entre ellos no existen diferencias estadísticamente significativas, aceptándose la hipótesis nula (Ho; MEF-Modelo analítico=0); inherente al análisis.

La metodología de análisis por el método de los elementos finitos aplicado al modelo constituido con características de la muestra inicial (M:50x4.5) del experimento factorial indicado en la tabla 1, se emplea para los demás especímenes con cada uno de sus parámetros de ensayo. Los valores resultantes definen diagramas de tensiones a lo largo de los ejes diametrales horizontal y vertical similares a los presentados en las figuras 12 y 13 respectivamente. En cada muestra modelada y contrastada con las expresiones analíticas, se aplica la prueba estadística (t de Student) obteniéndose valores de significancia aceptable entre los grupos de valores comparados.

En la tabla 9, se presentan los resultados del análisis estadístico empleado para las 12 muestras estudiadas.

Tabla 9. Valores de significancia de la prueba estadística aplicada a todas las muestras analizadas.

COMPARACIÓN ESTADÍSTICA DE LOS MODELOS. (Prueba t de Student suponiendo varianzas iguales s)				
ID MUESTRAS	EJE X		EJE Y	
	Sig (Bilateral) Esf. Tracción.	Sig (Bilateral) Esf. Compresión.	Sig (Bilateral) Esf. Tracción.	Sig (Bilateral) Esf. Compresión.
50x4.5	0.945	0.916	0.851	0.663
50x5.0	0.954	0.927	0.853	0.657
50x5.5	0.953	0.926	0.853	0.658
50x6.0	0.937	0.903	0.849	0.682
75x4.5	0.958	0.932	0.854	0.652
75x5.0	0.953	0.925	0.853	0.658
75x5.5	0.955	0.928	0.853	0.655
75x6.0	0.926	0.891	0.847	0.693
100x4.5	0.957	0.931	0.854	0.653
100x5.0	0.958	0.932	0.854	0.652
100x5.5	0.946	0.917	0.851	0.667
100x6.0	0.931	0.897	0.848	0.686
Promedio:	0.948	0.919	0.852	0.665
Prom. Por Eje:	0.933		0.758	
Prom. Global:	0.846			

Los valores de la tabla 9, demuestran que para todos los casos contrastados no se presentaron diferencias estadísticas significativas, siendo este parámetro un tanto mayor cuando se comparan los diagramas a lo largo del eje diametral horizontal, sin embargo, en el caso general el modelo de elementos finitos propuesto expone resultados de tensiones nodales análogas a las obtenidas por métodos analíticos. En defini-

tiva, se concluye que no existen diferencias significativas entre el método numérico (MEF) y el método analítico aplicado.

Como complemento al análisis de tensiones presentado, en la tabla 10 se exhiben valores de desplazamiento (U1) de los nodos extremos del eje diametral horizontal manifestados por el modelo, además se presentan los resultados de la deformación horizontal (δh) medida experimentalmente durante la prueba.

Las columnas finales de la tabla 10, corresponden al desplazamiento obtenido numéricamente y la deformación medida experimentalmente, entre sus valores se aprecia una notable aproximación con variaciones muy pequeñas o despreciables, esto comprueba la potencialidad del modelo de elementos finitos constituido para simular las condiciones del ensayo de tracción indirecta aplicado en probetas conformadas con mezclas asfálticas.

Tabla 10. Valores resultantes de desplazamiento total en dirección horizontal (U1), de los nodos extremos del eje diametral x.

ID MUESTRAS	NODO IZQ.:	Desplaz. U1: (pulg)	NODO DER.:	Desplaz. U1: (pulg)	Desplaz. Total Hrz: (MEF) U1: (pulg)	Def. Hrz: (EXP) δh: (pulg)
50x4.5	9	-0.00202906	6	0.00202773	0.00405679	0.004
50x5.0	9	-0.00252880	6	0.00252716	0.00505596	0.005
50x5.5	9	-0.00303628	6	0.00303431	0.00607059	0.006
50x6.0	9	-0.00305283	6	0.00305083	0.00610366	0.006
75x4.5	9	-0.00202108	6	0.00201976	0.00404084	0.004
75x5.0	9	-0.00202444	6	0.00202312	0.00404756	0.004
75x5.5	9	-0.00252889	6	0.00252724	0.00505613	0.005
75x6.0	9	-0.00255000	6	0.00254833	0.00509833	0.005
100x4.5	9	-0.00202192	6	0.00202061	0.00404253	0.004
100x5.0	9	-0.00303195	6	0.00302998	0.00606193	0.006
100x5.5	9	-0.00253427	6	0.00253262	0.00506689	0.005
100x6.0	9	-0.00305536	6	0.00305336	0.00610872	0.006

5 Conclusiones

Sobre la base de los planteamientos iniciales y de acuerdo al análisis de los resultados obtenidos se puede concluir que la modelación numérica a través de la aplicación gráfica empleada (Abaqus), constituye una alternativa tecnológica de gran superioridad, para configurar las características de la prueba normalizada de tracción indirecta aplicada en muestras constituidas por mezclas asfálticas.

De acuerdo a la metodología planteada, se modelaron gráficamente y con gran practicidad situaciones de carga, apoyo y propiedades mecánicas del material, con ajustes estratégicos al modelo elástico constituido por medio del método de los elementos finitos y vinculado a idealizaciones simplificadoras de homogeneidad e isotropía, para generar

análisis y resultados que describen un comportamiento numérico de gran analogía entre los métodos analíticos y los valores resultantes medidos experimentalmente.

Los estudios de sensibilidad y confiabilidad aplicados al modelo determinaron la utilización de mallas conformadas por elementos cuadriláteros (Qua) denominados por Abaqus/Cae como "CPS8R" de segundo orden o de interpolación cuadrática, con un refinamiento en el mallado de 692 elementos y 2161 nodos de densidad, para garantizar la autenticidad y convergencia en los valores resultantes y que estos no estén influenciados por el tipo y número de elemento aplicado.

Los diagramas internos de tensiones de las 12 muestras modeladas y para ambos ejes diametrales, manifestaron gráficamente gran similitud entre los esfuerzos obtenidos por métodos numéricos y procedimientos analíticos, presentando comportamientos semejantes para todos los casos observados, comprobándose de esta manera la potencialidad de las herramientas de modelación numérica como alternativa en los procesos de caracterización.

De acuerdo a la comparación propuesta y según el análisis paramétrico aplicado, los resultados estadísticos de la prueba "t de Student", conlleva a la aceptación de la hipótesis nula planteada (H_0 ; MEF-Modelo analítico=0); ya que no se obtuvieron diferencias estadísticamente significativas en ninguna de las muestras analizadas. En el estudio detallado a los resultados estadísticos de significancia bilateral, se demostró una mejor representación del modelo para los diagramas de esfuerzos con respecto al eje diametral horizontal, sutilmente superior a la significancia en las tensiones respecto al eje diametral vertical, conjeturando esta diferencia a las condiciones de apoyo empleadas en el modelo.

De la comparación entre los valores de deformación horizontal medida (δh) y los desplazamientos nodales obtenidos por modelación numérica, se puede observar una indudable aproximación de sus resultados, con diferencias casi despreciables de sus magnitudes, evidenciándose un comportamiento lineal del espécimen ensayado a 25°C de temperatura.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado por CDCHTA-ULA a través del proyecto NURR-C-617-16-02-C, institución a la cual se le extiende nuestro agradecimiento por su valioso apoyo.

Referencias

Araujo N, Márquez J, 2016, Deducción analítica del módulo en mezclas asfálticas asociado al ensayo de tracción indirecta, Revista Ciencia e Ingeniería, Universidad de los Andes, Mérida, Venezuela, Vol. 37, No. 3, pp. 157-166.
Cerroloza M, 2007, El método de los elementos finitos para ingeniería y ciencias aplicadas: teoría y programas, Consejo de desarrollo Científico y Humanístico, UCV, Caracas, Venezuela, pp. 163-217.

Corredor G, 2005, Apuntes de pavimentos. Mezclas asfálticas materiales y diseño, Universidad Santa María y Universidad Católica Andrés Bello, Caracas, Venezuela, Vol. 2, pp. 45-50.

Frocht M, 1957, Photoelasticity, John Wiley and Sons, New York, USA, Vol. 2.

Garnica P, Correa A, 2004, Conceptos mecanicistas en pavimentos, Publicación técnica No 258, Secretaria de Comunicaciones y Transporte. Instituto Mexicano del Transporte, México. Se encuentra en: http://www.imt.mx/Archivos/Publicaciones/Publicacion_Tecnica/pt258.pdf. Fecha de consulta: 10 diciembre 2017.

Hadley O, Hudson R, Kennedy W, 1970, Evaluation and prediction of the tensile properties of asphalt-treated materials, Highway Research Board Annual Meeting, Washington D.C, USA. Nro. 98-9, pp. 63-80.

Hondros G, 1959, The evaluation of poisson's ratio and the modulus of materials of a low tensile resistance by the Brazilian (indirect tensile) test with particular reference to concrete. AustrJ. Appl. Sci., Vol. 10-3, pp. 243-268.

Kennedy W, Hudson R, 1968, An indirect tensile test to stabilized materials, Highway Research Board Annual Meeting, Washington D.C, USA. Nro.98-1, pp. 1-36.

Landero R, González M, 2006, Estadística con SPSS y Metodología de la Investigación, México, pp. 215-300.

Normas ASTM (America Society for Testing and Materials), Designation: D4123 - 82 (1987), Standard Test Method for Indirect Tension Test for Resilient Modulus Test of Bituminous Mixtures.

Sánchez F, 2012, ¿Cuál es el módulo elástico de una mezcla asfáltica en caliente diseñada con Marshall?. Se encuentra en: <http://blogramcodes.blogspot.com/2012/08/cual-es-el-modulo-de-una-mac-marshall.html>. Fecha de consulta: 18 Octubre 2018.

Yoder J, Witczak W, 1975, Principles of Pavement Design, John Wiley and Sons, New York, USA, pp. 259-269.

Recibido: 13 de mayo de 2019

Aceptado: 20 de septiembre de 2019

Araujo, Nómar: Ingeniero Civil ULA (2000), MSc en Ingeniería Vial ULA (2016), Profesor Asistente NURR-ULA.

Briceño, Álvaro: Ingeniero Agrícola NURR-ULA (2004), Profesor Instructor NURR-ULA. Correo electrónico: albani24102000@gmail.com

Rondón, Alirio: Ingeniero Mecánico ULA (2007), Profesor Instructor NURR-ULA. Correo electrónico: alirio_rs@hotmail.com

