

Técnicas de control avanzadas para el sistema bola y plato: implementación y comparación

Advanced control techniques for the ball and plate system: implementation and comparison

Arroyo, Sebastián^{*}; Patiño, Kleber; Ulloa, Francisco; Camacho, Oscar; Chávez, Danilo
Escuela Politécnica Nacional, Quito, Ecuador.
^{*}sebastian.arroyo@epn.edu.ec

Resumen

El sistema bola y plato tiene como característica ser inestable. Esta planta constituye un sistema que permite el uso de técnicas de control avanzadas. En este trabajo tres algoritmos son implementados y comparados: SMC (Sliding Mode Control), Fuzzy y FSMC (Fuzzy Sliding Mode Control). Con este fin, se realizó un prototipo conformado por un panel táctil resistivo de 5 hilos, el cual actúa como el plato del mecanismo que censa permanentemente la posición de la bola libre, y como elementos finales de control dos servomotores que permiten la manipulación de la inclinación del plato. Para la adquisición y manejo de las señales propias de la planta se emplea la tarjeta embebida Arduino Mega mediante enlace serial para interactuar continuamente con la interfaz en el computador a través del entorno MatLab/Simulink donde se procesan los datos de entrada, trabaja el controlador y se generan las señales de control para cada servomotor.

Palabras claves: Bola y plato, sistema implementado, controladores, técnicas avanzadas de control, panel táctil

Abstract

The Ball and Plate system has the characteristic of being unstable. Consequently, the plant needs advanced control techniques. In this proposal, three algorithms are implemented and compared: SMC (Sliding Mode Control), Fuzzy and FSMC (Fuzzy Sliding Mode Control). In order to achieve this goal, a prototype was made which has a 5-wire resistive touch panel (which is the plate of the mechanism and permanently senses the position of the free ball) and two servo motors (as final control elements) that handle the tilt of the plate. The Arduino Mega is used to acquire and manage the plant's signals. Furthermore, exists a continuous interaction between the interface (on the computer through the MatLab/Simulink environment), the controller and the hands-on system.

Keywords: Ball and plate, hands-on system, controllers, advanced control techniques, touch panel

1 Introducción

Bola y plato es un sistema multivariable, no lineal, inestable, compuesto por una plataforma que puede rotar alrededor de dos ejes perpendiculares mediante dos servomotores ubicados en la parte inferior. (Nokhbeh y col., 2011)

De acuerdo a la literatura, se han implementado varios controladores; sin embargo, se observa que la técnica de control más empleada es PID (Proporcional, Integral y Derivativo) debido a su fácil implementación. El problema de dicha técnica de control es su limitada robustez frente a perturbaciones (cambio de peso de la esfera o alteraciones en los mecanismos de los servomotores), en las cuales los resultados no son satisfactorios, (Morales y col., 2017), (Cedeño y col., 2016, Subía y col., 2015). En este trabajo se simulan e implementan tres algoritmos de control no

tradicionales para posicionamiento y seguimiento de caminos. Los controladores a implementar son: control SMC, control Fuzzy y control FSMC que viene a ser un control híbrido de los controladores mencionados anteriormente (Iglesias y col., 2007).

El control SMC es un control robusto que presenta buen seguimiento de referencia (Camacho y col., 2000), por otro lado, el control Fuzzy está basado en palabras o expresiones, este controlador utiliza el conocimiento o experiencia sobre el control de una planta y transforma en valores numéricos que un controlador digital pueda procesar y utilizar, esta característica le confiere robustez y flexibilidad al controlador (Iglesias y col., 2007). Finalmente, el control por modos deslizantes basado en superficie con componente Fuzzy (FSMC) consiste en agregar un componente de lógica fuzzy al cálculo de la superficie deslizante de un control SMC, esta característica

mejora la capacidad del control SMC al agregarle inteligencia y robustez al controlador (Iglesias y col., 2007).

El objetivo principal de control es mantener la esfera en una posición determinada mediante la inclinación de la plataforma. Considerando la naturaleza no lineal del sistema a controlar, al aplicar las técnicas de control clásicas los resultados son adecuados solo dentro de puntos específicos de operación, razón que hace necesario la búsqueda de más técnicas avanzadas que satisfagan los requerimientos del sistema.

Este artículo se divide de la siguiente manera en la sección dos del artículo se detalla la parte teórica del proyecto incluyendo los componentes del sistema Ball & Plate, el modelo matemático, el control SMC, el control FUZZY, el control FSMC y filtro de Kalman que se utiliza para filtrar la medición de la posición; además el diseño y sintonización de los controladores. La tercera sección presenta los resultados obtenidos en la simulación e implementación de los tres controladores. Finalmente, en la cuarta sección se presentan las conclusiones de los resultados obtenidos.

2Marco metodológico

2.1. Sistema Bola y Plato

El sistema bola y plato, es uno de los modelos de laboratorio más importantes en la enseñanza de ingeniería de control (Kumar y col., 2016). Es una planta no lineal y MIMO (Multiple Inputs Multiple Outputs). El sistema posee cuatro grados de libertad, dos grados de libertad para el desplazamiento de la esfera (X y Y) y dos grados de libertad para la inclinación del plato (α y β). El objetivo del sistema de control es controlar la posición de la esfera mediante la inclinación de la plataforma, para el seguimiento de trayectorias (Nokhbeh y col., 2011, Morales y col., 2017).

2.2. Modelo matemático del sistema bola y plato

Para determinar el modelo matemático del sistema se deben tomar las siguientes consideraciones (Nokhbeh y col., 2011):

- La bola es completamente simétrica y homogénea.
- Todas las fricciones son despreciables.
- La bola(esfera) y el plato se encuentran en contacto todo el tiempo.

La inclinación del plato alrededor de los ejes X y Y se pueden ver en la Fig. 1, está inclinación se da por los ángulos α (eje X) Fig. 2, y β (eje Y) observar la Fig. 3. Respectivamente u_x y u_y representan los ángulos de los servomotores asociados a la inclinación de los ejes X y Y.

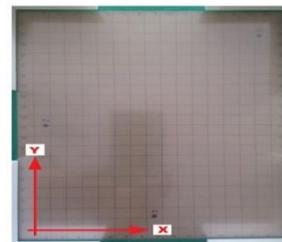


Fig. 1 Ejes de coordenadas del plato.

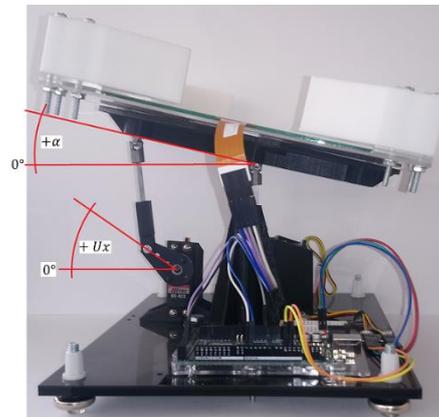


Fig. 2 Inclinación del plato en el eje X.

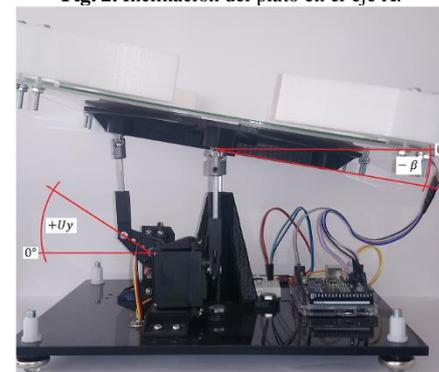


Fig. 3 Inclinación del plato en el eje Y.

Los parámetros del modelo matemático se presentan en la Tabla I.

Tabla I Parámetros del modelo matemático

Parámetro	Unidades	Descripción
m_b	Kg	Masa de la esfera
J_b	$Kg\ cm^2$	Momento de inercia de la esfera
r_b	cm	Radio de la esfera
x	cm	Posición de la esfera en el eje X
y	cm	Posición de la esfera en el eje Y
α	rad	Ángulo del plato en el eje X
β	rad	Ángulo del plato en el eje Y
g	cm/s^2	Aceleración debido a la gravedad

Al aplicar el método de Lagrange y despreciar la fricción de la superficie, se obtiene el modelo matemático del sistema bola y plato, la Ecuación (1) y la Ecuación (2) representan la dinámica del sistema (sumatoria de energías cinética de la esfera, cinética de la esfera sobre la plataforma y potencial) en los ejes X y Y respectivamente (Nokhbeh y col., 2011).

$$\left(m_b + \frac{J_b}{r_b^2}\right)\ddot{x} - m_b x \dot{\alpha}^2 - m_b y \dot{\alpha} \dot{\beta} + m_b g \sin(\alpha) = 0 \quad (1)$$

$$\left(m_b + \frac{J_b}{r_b^2}\right)\ddot{y} - m_b y \dot{\beta}^2 - m_b x \dot{\alpha} \dot{\beta} + m_b g \sin(\beta) = 0 \quad (2)$$

Estas expresiones pueden simplificarse, considerando que los ángulos de inclinación de la plataforma están limitados a +/- 0.5 radianes, de tal manera que el desplazamiento de la plataforma sea lento ($\dot{\alpha} \cong 0$ y $\dot{\beta} \cong 0$). El modelo reducido despejando la aceleración en cada eje está dado por la Ecuación (3) y la Ecuación (4) (Nokhbeh & Khashabi, 2011).

$$\ddot{x} = - \frac{m_b \cdot g \cdot \sin(\alpha)}{\left(m_b + \frac{J_b}{r_b^2}\right)} \quad (3)$$

$$\ddot{y} = - \frac{m_b \cdot g \cdot \sin(\beta)}{\left(m_b + \frac{J_b}{r_b^2}\right)} \quad (4)$$

Al linealizar la Ecuación (3), por series de Taylor alrededor del punto de operación $\bar{\alpha} = 0$, $\bar{\beta} = 0$ (plataforma horizontal y esfera en equilibrio), se obtiene para el eje X :

$$x = f(\alpha) = \sum_0^{\infty} \frac{f^n(\bar{\alpha})}{n!} (\alpha - \bar{\alpha})^n \quad (5)$$

Donde $\bar{\alpha}$ es el punto de operación y n es el orden de la enésima derivada. La Ecuación (6) representa la primera derivada $n = 1$.

$$x = f(\bar{\alpha}) + f'(\bar{\alpha})(\alpha - \bar{\alpha}) \quad (6)$$

Tras reemplazar la Ecuación (6) en la Ecuación (3) se obtiene la Ecuación (7).

$$x = f(\bar{\alpha}) + f'(\bar{\alpha})(\alpha - \bar{\alpha}) \quad (7)$$

Reemplazando el punto de operación $\bar{\alpha} = 0$ en la Ecuación (7) se obtiene la Ecuación (8) que representa la aceleración en el eje X en el punto de operación.

$$\ddot{x} = \left(- \frac{m_b \cdot g \cdot \sin(0)}{\left(m_b + \frac{J_b}{r_b^2}\right)}\right) + \left(- \frac{m_b \cdot g \cdot \cos(0)}{\left(m_b + \frac{J_b}{r_b^2}\right)}\right)(\alpha - 0) \quad (8)$$

Simplificando la Ecuación (8) se obtiene la Ecuación (9).

$$\ddot{x} = - \frac{m_b \cdot g}{\left(m_b + \frac{J_b}{r_b^2}\right)} \cdot \alpha \quad (9)$$

Replicando el análisis realizado para el eje X , sobre el eje Y , se obtiene la Ecuación (10) que representa la aceleración simplificada en el eje Y en el punto de operación.

$$\ddot{y} = - \frac{m_b \cdot g}{\left(m_b + \frac{J_b}{r_b^2}\right)} \cdot \beta \quad (10)$$

La Ecuación (11) representa el momento de inercia de la esfera sólida, su reemplazo junto con la aceleración de la gravedad $-980 \left[\frac{cm}{s^2}\right]$ en las Ecuación (9) y (10), da como resultado la Ecuación (12) para la aceleración en el eje X linealizada y la Ecuación (13) para la aceleración en el eje Y linealizada (Nokhbeh y col., 2011).

$$J_b = \frac{2}{5} \cdot m_b \cdot r_b^2 \quad (11)$$

$$\ddot{x} = 700 \cdot \alpha \quad (12)$$

$$\ddot{y} = 700 \cdot \beta \quad (13)$$

La relación del ángulo del plato respecto al ángulo de rotación de los actuadores (servomotores) u_x y u_y para el eje X y Y respectivamente, esta descrito en (Anand y col., 2017).

Por otra parte, el ángulo de inclinación del panel es controlado a través del ángulo de rotación del servomotor, la rotación se transmite mediante un brazo de palanca como se puede observar en la Fig. 4 (Anand y col., 2017).

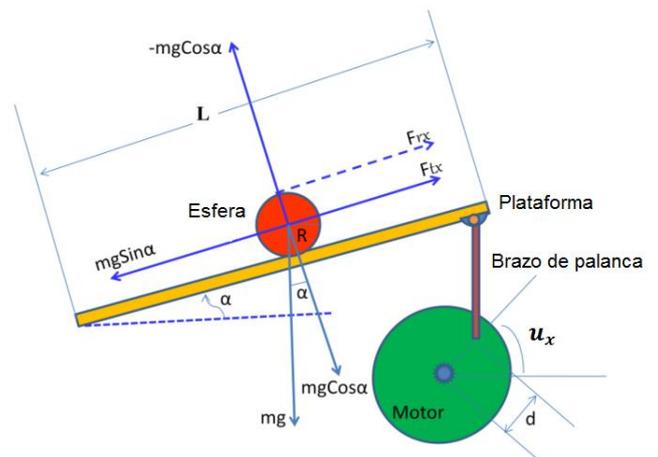


Fig. 4. Esquema de transmisión de rotación (Anand y col., 2017) .

La expresión matemática que describe como varía la inclinación del plato en función del giro del servomotor en los ejes X y Y (transmisión de giro) está dada por la Ecuación (14) y (15) respectivamente (Anand y col., 2017).

$$\alpha \approx \sin^{-1} \left(\frac{d}{L} \cdot \sin(u_x) \right) \quad (14)$$

$$\beta \approx \sin^{-1} \left(\frac{d}{L} \cdot \sin(u_y) \right) \quad (15)$$

Las expresiones de transmisión del giro pueden simplificarse tomando en cuenta que los ángulos que giran los servos serán pequeños, con lo que las expresiones de transmisión de giro para el eje X y Y están dadas por la Ecuación (16) y la Ecuación (17) (Anand y col., 2017).

$$\alpha \approx \frac{d}{L} \cdot u_x \quad (16)$$

$$\beta \approx \frac{d}{L} \cdot u_y \quad (17)$$

En el sistema a utilizar las constantes d y L son las mostradas en la Fig. 5 y tienen un valor de 2.5 [cm] y 8 [cm] respectivamente. Con estos datos la transmisión del

giro para el eje X y Y se expresa mediante la Ecuación (18) y la Ecuación (19) respectivamente.

$$\alpha = 0.3125 u_x \tag{18}$$

$$\beta = 0.3125 u_y \tag{19}$$

Finalmente, al reemplazar estas expresiones en la Ecuación (12) y en la Ecuación (13) respectivamente, se obtiene el modelo simplificado del sistema esfera plato a utilizar, como se indica en la Ecuación (20) y en la Ecuación (21).

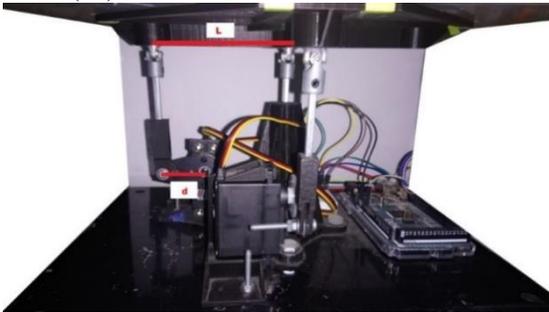


Fig. 5. Constantes para el cálculo de la transmisión del giro.

$$\ddot{x} = 218.75 \cdot u_x \tag{20}$$

$$\ddot{y} = 218.75 \cdot u_y; \tag{21}$$

2.3. Pantalla Táctil Resistiva.

Las RTP están compuestas por dos capas de electrodos conductivos separadas por espaciadores de aislamiento transparentes muy pequeños, cuando se aplica presión se pone en contacto las dos capas como se observa en la Fig. 6 que dan como resultado una caída de voltaje en el punto de contacto, este caída de voltaje se usa para determinar la coordenada de la pantalla que fue presionada (LLC, n.d.).

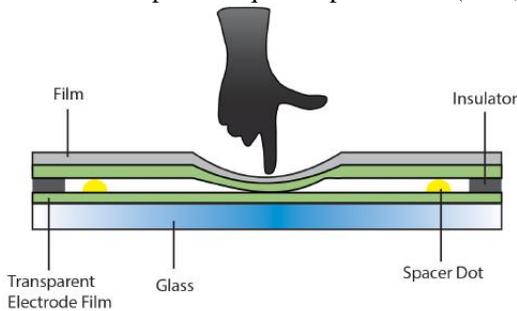


Fig. 6. Contacto que se hace al panel táctil de Resistencia (LLC, n.d.).

Para la implementación de este proyecto se utiliza un panel táctil de 5 hilos, en la Tabla II se muestran las características de este panel. Las RTP de 5 hilos no miden la ubicación del punto de contacto (eje X y eje Y) de forma inmediata, se debe primero leer la posición en un eje para luego medir la posición en el otro eje (LLC, n.d.).

Para determinar la posición en la cual se está haciendo presión la pantalla cuenta con 5 hilos de transmisión como se muestra en la Tabla III. El procedimiento para determinar las coordenadas de un punto de presión en la pantalla es el siguiente (AN10675 *Interfacing 4-wire and 5-wire resistive touchscreens to the LPC247x*, 2008):

- Energizar los hilos para leer la posición en el eje X .
- Leer el voltaje entregado por el hilo de lectura.
- Determinar la posición en el eje X a partir del voltaje leído.
- Energizar los hilos para leer la posición en el eje Y .
- Leer el voltaje entregado por el hilo de lectura.
- Determinar la posición en el eje Y a partir del voltaje leído.

Tabla II Características de la RTP de cinco hilos

Transmisión de luz	78 ~ 85
Tiempo de respuesta	< 5ms
Presión táctil	98 ~ 99 %
Resolución	2048 × 2048 ~ 4096 × 4096
Dureza superficial	3 H
Funcionamiento	Presión sobre la pantalla
Medio ambiente	Funciona hasta con humedad interior y exterior y acumulación de polvo
Temperatura de funcionamiento	-10° a 60° C
Alimentación V_{DD}	5 voltios

Tabla III Hilos de la pantalla táctil

HILO	1: Superior izquierda	2: Inferior izquierda	3: Superior derecha	4: Inferior derecha	5: Lectura
Leer posición X	V_{SS}	V_{SS}	V_{DD}	V_{DD}	Medida de voltaje
Leer posición Y	V_{SS}	V_{DD}	V_{SS}	V_{DD}	Medida de voltaje

Donde $V_{DD} = 5$ voltios y $V_{SS} = GND$.

Para la medida de voltaje se emplea un canal analógico de 10 bits lo que representa una resolución de $2^{10} = 1024$ bits. El valor de voltaje está mapeado para representar una resolución de 255 bits, la Tabla IV muestra un ejemplo de medición, la esfera fue ubicada en la siguiente coordenada (8.5 cm en X y 2.1 cm en Y).

Tabla IV Ejemplo de medición

HILO	1: Superior izquierda	2: Inferior izquierda	3: Superior derecha	4: Inferior derecha	5: Lectura
Leer posición X	GND	GND	5 V	5 V	125
Leer posición Y	GND	5 V	GND	5 V	61

La Tabla V muestra el rango entre las dimensiones de la plataforma y el valor de voltaje medido en una resolución de 255 bits.

Tabla V Rangos de medición

	Rango	Dimensiones	Lectura
Eje X	Max.	0.5 cm	60
	Min.	16.5 cm	194
Eje Y	Max.	0.5 cm	48
	Min.	21.5 cm	201

3 Metodología

En esta sección se muestra el desarrollo del software empleado para la adquisición y envío de datos desde la tarjeta embebida Arduino Mega.

Posteriormente se detalla el proceso de diseño de los controladores empezando por el control SMC, seguido del controlador FUZZY y finalmente el controlador FSMC en los cuales se describirán las reglas que se implementarán para controlar sistema de balance Ball & Plate

3.1. Software del sistema Ball & Plate

Para el desarrollo de este trabajo se emplea dos entornos de programación, el primero es el software IDE para la programación de la tarjeta embebida Arduino Mega y el entorno MatLab/Simulink para el desarrollo de los algoritmos de control; el enlace físico entre el computador y la tarjeta embebida Arduino se realiza mediante un cable USB, bajo protocolo serial.

3.2. Diseño y sintonización de los controladores.

Diseño del controlador SMC

Si bien, un control SMC ofrece ventajas en cuanto a robustez, puede presentar oscilaciones con amplitud y frecuencia finitas (chattering) (Domínguez y col., 2016), esto ocurre debido a que la acción de control es discontinua y las dinámicas no modeladas del sistema, estas oscilaciones pueden ser disminuidas usando métodos de suavizamiento.

En la Fig. 7 se muestra el objetivo del control SMC que es lograr que el error se deslice a lo largo de una superficie deslizante y que no se aleje de la misma (De la Cruz y col., 2015).

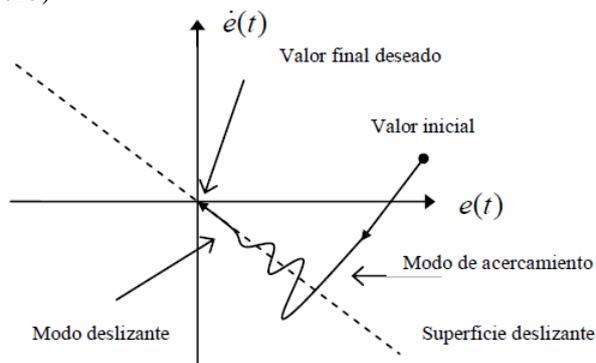


Fig. 7. Definición gráfica del SMC (De la Cruz y col., 2015).

La ley de control del SMC consta de dos partes que son la parte discontinua y parte continua expresados mediante la Ecuación (22) (Morales y col., 2017).

$$U_{SMC} = U_c + U_D \quad (22)$$

Parte discontinua (U_D): es la parte que agrega un elemento no lineal que incluye el elemento de conmutación a la ley de control, se encarga de que el sistema alcance la superficie deslizante (Morales y col., 2017, Camacho y col., 2000, De la Cruz y col., 2015).

Parte Continua (U_c): es la parte de la ley de control, encargada de mantener la variable controlada sobre la superficie deslizante (Morales y col., 2017).

El diseño de un control SMC depende del modelo de la planta, primero se define una superficie (s) que cumpla la condición $\dot{s} = 0$ y la condición de estabilidad por Lyapunov que viene dada por $\dot{s} \cdot s < 0$. La superficie diferencial son propuestas por (Slotine y col., 1991) y se muestran en la Ecuación (23) y en la Ecuación (24), respectivamente.

$$s = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} e(t) \quad (23)$$

$$s = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^n \int e(t) dt \quad (24)$$

Escogiendo la Ecuación (24) donde n viene dado por el grado del modelo aproximado de la planta lineal, se resuelve la ecuación de segundo orden y se multiplica la integral, resulta la Ecuación (25), que reescrita es la Ecuación (26) y representa la superficie deslizante. Posteriormente se debe comprobar el cumplimiento de la condición $\dot{s} = 0$ que se explicó anteriormente. La parte continua del controlador es la que se encarga en mantener al sistema en la condición $\dot{s} = 0$.

$$s = \left(\frac{d^2}{dt^2} + 2 \frac{d}{dt} \lambda + \lambda^2 \right) \int e(dt) \quad (25)$$

$$s = \dot{e} + 2 e \lambda + \lambda^2 \int e(dt) \quad (26)$$

Para comprobar que cumpla la condición ($\dot{s} = 0$), se deriva la superficie y se obtiene la Ecuación (27).

$$\dot{s} = \ddot{e} + 2 \dot{e} \lambda + \lambda^2 e \quad (27)$$

Considerando que el error de posición y sus primera y segunda derivada, pueden expresarse como se indica en la Ecuación (28).

$$\begin{aligned} e &= x_d - x \\ \dot{e} &= \dot{x}_d - \dot{x} \\ \ddot{e} &= \ddot{x}_d - \ddot{x} \end{aligned} \quad (28)$$

Donde x_d es el valor deseado, referencia o set point.

La Ecuación (16) se reemplaza en la Ecuación (28) para llegar a la siguiente expresión que corresponde al error de segunda derivada.

$$\ddot{e} = \ddot{x}_d - 218.75 u_x \quad (29)$$

Reemplazando la Ecuación (29) en la Ecuación (27), e igualándola a cero se obtiene la condición que garantiza $\dot{s} = 0$, representada en la Ecuación (30)

$$0 = \ddot{x}_d - 218.75 u_x + 2 \dot{e} \lambda + \lambda^2 e \quad (30)$$

Y despejando u_x , que equivale a U_D se obtiene la Ecuación (31).

$$U_D = u_x = \frac{\ddot{x}_d + 2 \dot{e} \lambda + \lambda^2 e}{218.75} \quad (30)$$

Como se mencionó anteriormente, hace falta incluir un método para el suavizamiento del chattering, y se considera una alternativa viable emplear la función sigmoide, que está dada por la Ecuación (31), donde δ permite suavizar la acción de control, como se indica en la Fig. 13.

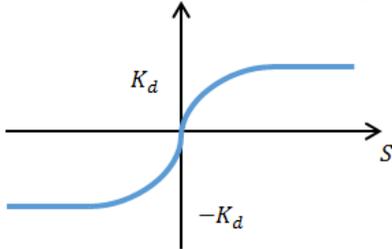


Fig. 8. Función sigmoide.

$$U_D = K_D \frac{s}{|s| + \delta} \quad (31)$$

Al reemplazar la Ecuación (30) y la Ecuación (31) en la Ecuación (22), se consigue la ley de control SMC válida para el eje X.

$$U_{SMC_x} = \frac{\ddot{x}_d + 2 \dot{e} \lambda + \lambda^2 e}{218.75} + K_D \frac{s}{|s| + \delta} \quad (32)$$

En la Ecuación (33) se muestra la ley de control para el eje Y, que se obtiene aplicando el mismo procedimiento anteriormente descrito a dicho eje.

$$U_{SMC_y} = \frac{\ddot{y}_d + 2 \dot{e} \lambda + \lambda^2 e}{218.75} + K_D \frac{s}{|s| + \delta} \quad (33)$$

Para alcanzar la superficie de deslizamiento actúa la parte discontinua (U_D), que se define a partir de una función de Lyapunov expresada en la Ecuación (34) que debe ser definida positiva, y cuya derivada debe ser definida negativa como se muestra en la Ecuación (35), que representa la condición de estabilidad.

$$V = \frac{1}{2} s^2 > 0 \quad (34)$$

$$\dot{V} = s \dot{s} < 0 \quad (35)$$

La Ecuación (26) es la superficie para utilizar y la Ecuación (29) es el valor del error, se reemplazan en la Ecuación (35), para obtener Ecuación (36) que permite aplicar la condición de alcanzabilidad.

$$\begin{aligned} (\ddot{e} + 2 \dot{e} \lambda + \lambda^2 e) s &< 0 \\ (\ddot{x}_d - 218.75 U_{SMC_x} + 2 \dot{e} \lambda + \lambda^2 e) s &< 0 \end{aligned} \quad (36)$$

Finalmente se reemplaza la ley de control del eje X de la Ecuación (32) en la Ecuación (36) y se simplifica, para obtener Ecuación (37).

$$\left(218.75 K_D \frac{s}{|s| + \delta} \right) s > 0 \quad (37)$$

A partir de la Ecuación (37), se analizan las condiciones que debe cumplir la desigualdad, donde K_D es un parámetro de ajuste del control. En la Ecuación (38) se muestran estas condiciones que se deben mantener para cumplir la condición de alcanzabilidad.

$$\begin{aligned} si s > 0 &\therefore \frac{s}{|s| + \delta} > 0 \therefore K_D > 0 \therefore \delta > 0 \\ si s < 0 &\therefore \frac{s}{|s| + \delta} < 0 \therefore K_D > 0 \therefore \delta > 0 \end{aligned} \quad (38)$$

Diseño del controlador FUZZY

El control fuzzy es un control basado en palabras o expresiones en lugar de números y en lugar de usar ecuaciones emplea sentencias. El propósito de este tipo de control es usar la experiencia o el conocimiento de las personas sobre el control de un proceso y transformarla en valores numéricos que un controlador digital pueda entender y utilizar (Kouro y col., n.d.).

Este control tiene tres etapas para su elaboración: Fusificación, Reglas, Desfusificación. Para realizar las funciones de pertenencia se utilizarán el tipo triángulo sesgado que tiene la forma indicada en la Fig. 9

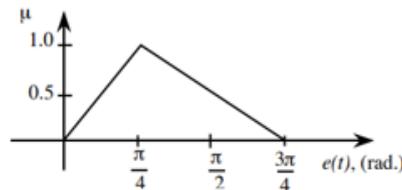


Fig. 9. Triángulo sesgado

Interfaz de Fusificación: En esta etapa se ingresan los valores de entrada de control dentro de siete funciones de pertenencia, como se observa en la Fig. 10, los cuales son:

- NL: *Negativo Grande*
- NM: *Negativo Mediano*
- NS: *Negativo Pequeño*
- Z: *Cero*
- PS: *Positivo Pequeño*
- PM: *Positivo Mediano*
- PL: *Positivo Grande*

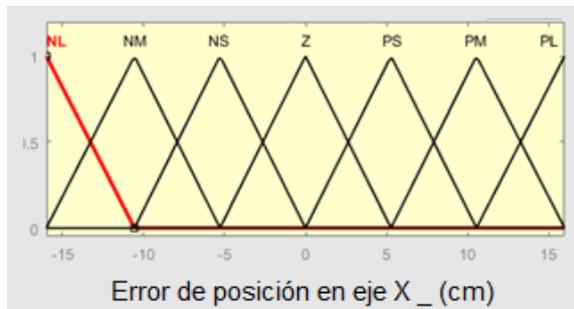


Fig. 10. Funciones de pertenencia de entrada de control e para eje X.

La función de pertenencia para la entrada de control correspondiente al error de posición en el eje x , tiene un rango de operación de 16 cm a -16 cm , puesto que está limitado por la longitud física de la plataforma para este eje.

La función de pertenencia de entrada de control para eje X de la derivada del error muestra como rango de 60 cm/s a -60 cm/s valor determinado experimentalmente, medido en la implementación del control SMC.

Base de reglas: En la Fig. 11, se muestra las reglas de control para del sistema Bola y plato ingresadas en esta etapa. Las reglas están compuestas por los operadores

lógicos “si” “y” “entonces”. Por ejemplo, para la regla marcada se tiene:

“Si” el error es Z (cero) “Y” la derivada del error es PS (positivo pequeño) “Entonces” la salida de control es PS (positivo pequeño).

El total de reglas resulta de la multiplicación de la cantidad de funciones de pertenencia del error y de la derivada del error, para este caso $7(e) \times 7(\dot{e}) = 49$ reglas.

"Si" Error

e								
\dot{e}		PL	PM	PS	Z	NS	NM	NL
"Y" Derivada del error	NL	Z	NS	NM	NL	NL	NL	NL
	NM	PS	Z	NS	NM	NL	NL	NL
	NS	PM	PS	Z	NS	NM	NL	NL
	Z	PL	PM	PS	Z	NS	NM	NL
	PS	PL	PL	PM	PS	Z	NS	NM
	PM	PL	PL	PL	PM	PS	Z	NS
	PL	PL	PL	PL	PL	PM	PS	Z

"Entonces" Salida de control

Fig. 11. Reglas para el control sistema Bola y plato.

Mecanismo de inferencia: En la Fig. 12 se muestran las funciones de pertenencia de la salida de control ingresadas para esta etapa.

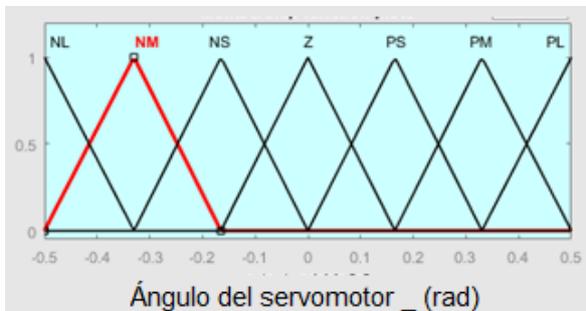


Fig. 12. Funciones de pertenencia de salida de control para eje X .

La función de pertenencia de salida de control para eje X muestra como rango de 0.5 rad a -0.5 rad ya que es el ángulo al que está limitado el movimiento del servomotor.

Interfaz de defusificación: para esta etapa se la realizara por el método del centroide, el valor obtenido es el centroide del área del polígono que es entregado por el mecanismo de inferencia.

Diseño del controlador FSMC

La Fig. 13 muestra un diagrama simplificado del control FSMC, el objetivo del control es incorporar un componente fuzzy a la superficie convencional del control SMC. Para este caso el componente es el propio control fuzzy desarrollado anteriormente.

Control SMC basado en superficie con componente fuzzy

$$U_{SMC} = U_{eq} + U_D(S_H)$$

$$S_H = s + S_F$$

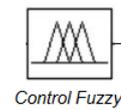


Fig. 13. Control FMC.

4Resultados.

4.1. Resultado del desempeño de los controladores

En esta sección se muestran los resultados obtenidos de los controladores propuestos en la planta Bola y plato y se realiza una comparativa de la respuesta entre los controladores para el posicionamiento, y seguimiento de caminos (circunferencia y cuadrado); los experimentos son en simulaciones y en el sistema implementado.

Para determinar el desempeño de cada uno de los controladores propuestos se realizó la comparación considerando el criterio de la integral del error cuadrático ISE que se presenta en la Ecuación (38), este valor se los obtuvo después de realizar la simulación de cada controlador para analizar las variables: posicionamiento y seguimiento de camino.

$$ISE = \int e^2(t) dt \tag{38}$$

La Fig. 14 muestra la comparación de los controladores SMC, FUZZY y FSMC en el plano X, Y, para el cambio de coordenadas con las siguientes características:

Coordenada inicial = (6, 7) cm
 Coordenada final = (11, 15) cm

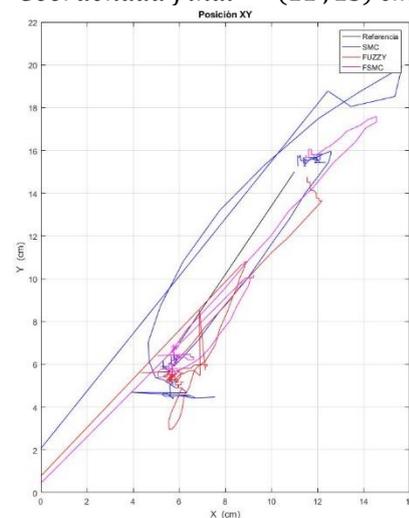


Fig. 14. Comparación controladores plano X, Y (Cambio de coordenadas)

La Fig. 15 muestra la comparación de los controladores propuestos para una referencia de cambio de coordenadas, la salida de control y el error de posición.

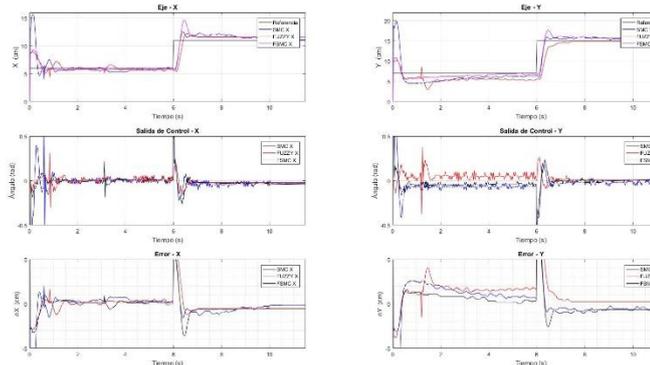


Fig. 15. Comparación controladores (Cambio de coordenadas)

La Fig. 16 muestra la comparación de los controladores propuestos en el plano X, Y, para el seguimiento de camino de una circunferencia de las siguientes características:

- Radio = 4 [cm]
- Coordenada del centro = (8, 11) [cm]
- Rampa de velocidad = 2.5 [cm/s]

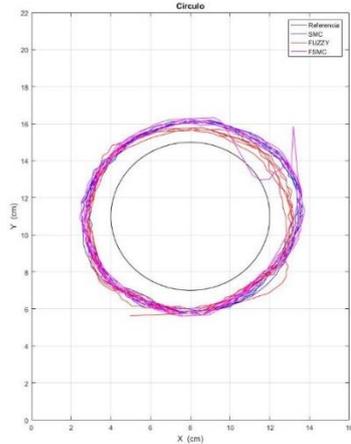


Fig. 16. Comparación controladores plano X, Y (Circunferencia)

La Fig. 17 muestra la comparación de los controladores propuestos para una referencia del seguimiento de camino de una circunferencia, la salida de control y el error de posición.

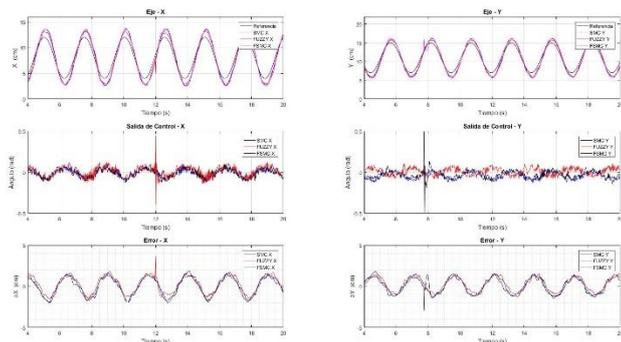


Fig. 17. Comparación controladores (Circunferencia)

La Fig. 18 muestra la comparación de los controladores propuestos en el plano X, Y, para el seguimiento de camino de un cuadrado de las siguientes características:

- Lado = 8 [cm]
- Coordenada de inicio = (4.5, 7) [cm]
- Rampa de velocidad = 2.7 [cm/s]

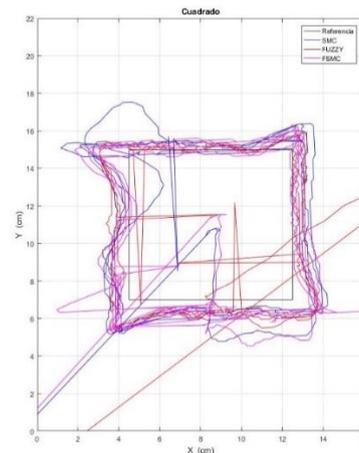


Fig. 18. Comparación controladores plano X, Y (Cuadrado)

La Fig. 19 muestra la comparación de los controladores propuestos para una referencia del seguimiento de camino de un cuadrado, la salida de control y el error de posición.

La Tabla 8 muestra el resumen de comparación de las respuestas de los controladores propuestos (SMC, FUZZY y FSMC) en la implementación realizada. Se marca en naranja el valor más bajo para cada uno de los campos de comparación

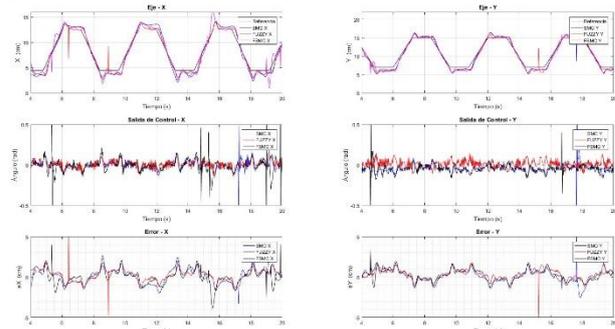


Fig. 19. Comparación controladores (Cuadrado)

Tabla VIII
Resumen de comparación de Controladores

		Eje	ISE	EEE (cm)	s. imp (cm)	t. est (s)
SMC	Posición XY	X	7.61	0.15	1.6	4.05
		Y	19.35	0.57	1	4.72
	Círculo	X	19.42	1.48	-	-
		Y	13.9	1.17	-	-
	Cuadrado	X	14.47	0.64	-	-
Y		11.65	0.5	-	-	
FUZZY	Posición XY	X	9.8	0.54	1.22	1.37
		Y	31.66	0.25	0	1.46
	Círculo	X	16.66	1.01	-	-
		Y	11.54	0.7	-	-
	Cuadrado	X	10.37	0.38	-	-
Y		8.66	0.24	-	-	
FSMC	Posición XY	X	9.21	0.6	3.5	1.38
		Y	17.71	0.66	2.5	2.6
	Círculo	X	18.62	1.61	-	-
		Y	13.13	1.08	-	-
	Cuadrado	X	15.65	0.64	-	-
Y		8.35	0.75	-	-	

ISE: Integral del error cuadrático
EEE: Error en estado estable [cm]
s. imp: Sobre impulso [cm]
t. est: Tiempo de establecimiento [s]

5Conclusiones.

Empleando el modelo reducido del sistema bola y plato se pudo desarrollar un controlador SMC. El desempeño mostrado es adecuado y este realiza la figura propuesta.

El controlador con el mejor desempeño de los propuestos es el controlador FUZZY, debido a que no depende del modelo de la planta ya que solo requiere de una base de datos con el conocimiento del comportamiento de esta.

Los controladores propuestos pueden mejorar su desempeño, aplicando otras técnicas para la obtención de los parámetros de sintonización, como por ejemplo redes neuronales, optimización basado en enjambre de partículas, etc.

Diferente a lo estimado inicialmente el controlador FSMC no resultó ser el de mejor desempeño sin embargo si se concluye que la componente FUZZY añadido a la superficie mejora el desempeño del control SMC.

Referencias

- AN10675, 2008, Interfacing 4-wire and 5-wire resistive touchscreens to the LPC247x, 27.
- Anand S, Prasad R, 2017, Modeling and control of Ball and Beam system. 4(9), 7.
- Camacho O, Smith CA, 2000, Sliding mode control: An approach to regulate nonlinear chemical processes. ISA Transactions, 39(2), 205–218. [https://doi.org/10.1016/S0019-0578\(99\)00043-9](https://doi.org/10.1016/S0019-0578(99)00043-9)
- Cedeño A, Gordon M, 2016, Implementación De Una Plataforma De Estabilización Para Control De Posición Y Seguimiento De Camino de una Esfera. [Escuela Politécnica Nacional]. <https://bibdigital.epn.edu.ec/handle/15000/16909>
- De la Cruz F, Camacho O, 2015, Controlador de Modos Deslizantes basado en Predictor de Smith y Modelo de Segundo Orden para Procesos con Elevado Retardo. Revista Politécnica, 35(2), 18-24. Recuperado a partir de https://revistapolitecnica.epn.edu.ec/ojs2/index.php/revista_politecnica2/article/view/372
- Dixon D, (n.d.), Technology within Touch Panels, from <https://www.epectec.com>; EPEC Engineered Technologies. Recuperado el 17 de noviembre, 2019, de <https://www.epectec.com/articles/the-technology-within-touch-panels.html>
- Domínguez X, Camacho O, Leica P, Rosales A, 2016, A fixed-frequency Sliding-mode control in a cascade scheme for the Half-bridge Bidirectional DC-DC converter. 2016 IEEE Ecuador Technical Chapters Meeting (ETCM), 1-6. DOI: 10.1109/ETCM.2016.7750835
- Iglesias E, García Y, Sanjuan M, Camacho O, Smith C, 2007, Fuzzy surface-based sliding mode control. ISA Transactions, 46(1), 73–83. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2006.04.002>
- Kouro S, Musalem R, (n.d.), Control Mediante Logica Difusa. Tecnicas Modernas en Automatica, 7.
- Kumar J, Showme N, Aravind M, Akshay R, 765–778.
- Morales L, Camacho O, Leica P, Chavez Garcia G, 2017, Julio 28 A Sliding-Mode Controller from a Reduced System Model: Ball and Plate System Experimental Application. <https://doi.org/10.5220/0006425905900597>
- Nokhbeh M, Khashabi D, 2011, Modelling and Control of Ball-Plate System. 22.
- Slotine JJE, Li W, 1991, Applied nonlinear control. Prentice-Hall.
- Subía H, Manuel V, 2015, Diseño de un algoritmo de control inteligente utilizando lógica difusa comparado con un algoritmo PID, para su implementación en un sistema multivariable no lineal bola y plato. <http://www.dspace.espol.edu.ec/handle/123456789/30110>

Recibido: 10 de diciembre de 2019

Aceptado: 20 de febrero de 2020

Arroyo, Sebastián: Ingeniero en Electromecánica de la Escuela Politécnica del Ejército (2009). MSC en Automatización y Control Electrónico Industrial en la Escuela Politécnica Nacional. Al presente desempeña actividades de ingeniero de diseño para el área de instrumentación y control en TECHINT Ingeniería & Construcción.

Patino, Kleber: Ingeniero en electrónica y control de la Escuela Politécnica Nacional (EPN), 2019. Actualmente laborando como Asistente de investigación en la Escuela Politécnica Nacional. Correo electrónico: kleber.patino@epn.edu.ec

Ulloa, Francisco: Ingeniero en electrónica y control de la Escuela Politécnica Nacional (EPN), Ecuador. Inmerso en proyectos de automatización, y laboratorios virtuales. Correo electrónico: francisco.ulloa@epn.edu.ec

Camacho, Oscar: Ingeniero Electricista de la Universidad de los Andes (ULA), Venezuela, en 1984. MSc. en Ingeniería de Control (ULA), 1992. En 1994 obtuvo un ME en Ingeniería Química y en 1996 un Doctorado en Ciencias de la Ingeniería ambos en Universidad del Sur de Florida, Tampa, Florida. Correo electrónico: oscar.camacho@epn.edu.ec

Chávez, Danilo: Ingeniero en Electrónica y Control en la Escuela Politécnica Nacional Máster en Domótica en la Universidad Politécnica de Madrid, Doctor en Ingeniería de Sistemas de Control en la Universidad Nacional de San Juan, Argentina Hizo una pasantía corta de Investigación, Leibniz Universitat Hannover, Alemania, Correo electrónico: danilo,chavez@epn.edu.ec

