

Flujos de carga aplicados a redes de distribución de energía eléctrica

Load flows applied to electric power distribution networks

Barroso, Alexis

Universidad Católica Andrés Bello,
Centro de Investigación y Desarrollo de Ingeniería-CIDI

alexisbarroso@gmail.com

abarroso@ucab.edu.ve

DOI: <https://doi.org/10.53766/CEI/2021.43.02.07>

Resumen

Dada la configuración de un sistema eléctrico de potencia y sus potencias netas en cada nodo, el flujo de carga consistirá en hallar las tensiones nodales en régimen permanente. Con el continuo crecimiento de la demanda, las futuras expansiones de la red dependen de la herramienta de flujo de carga, resultando ser un campo de investigación dentro del área de los sistemas eléctricos de potencia. En las últimas décadas se han desarrollado propuestas a ser aplicados en redes de distribución, ya que los métodos convencionales como el Newton-Raphson y el Gauss-Seidel, efectivos en transmisión, pero tienden a no converger para ciertas redes de distribución, debido su alta relación r/x , líneas cortas y bajos niveles de tensión. Se distinguen varios tipos de algoritmos para resolver el problema del flujo de carga, en la literatura han surgido una diversidad de metodologías, todos son métodos iterativos. En este trabajo se presentan diversas metodologías usadas para resolver el problema de flujos de carga en redes de distribución, se describen las técnicas más extendidas que aparecen en la literatura que se adaptan y aplican a este tipo de sistemas.

Palabras clave: Flujo de carga, redes de distribución, algoritmos.

Abstract

Given the configuration of an electrical power system and its net powers at each node, the load flow will consist of finding the steady-state nodal voltages. With the continuous growth of demand, future network expansions depend on the load flow tool, which is a field of research in the area of electrical power systems. In the last decades, proposals have been developed to be applied in distribution networks, since conventional methods such as Newton-Raphson and Gauss-Seidel, effective in transmission, tend not to converge for certain distribution networks, due to their high r/x ratio, short lines and low voltage levels. Several types of algorithms are distinguished to solve the load flow problem, a diversity of methodologies have emerged in the literature, all of them are iterative methods. This paper presents several methodologies used to solve the load flow problem in distribution networks, describing the most widespread techniques that appear in the literature that are adapted and applied to this type of systems.

Keywords: Load flow, distribution networks, algorithms.

1 Introducción

La planificación óptima de los sistemas de distribución juega un papel importante en el crecimiento de las redes de distribución, de manera que puedan operar de manera eficiente. Con el continuo crecimiento de la demanda, las futuras expansiones de la red dependen de herramientas como el flujo de carga, resultando ser un campo de investigación dentro del área de los sistemas eléctricos de potencia. Aunado con las investigaciones en cuanto a optimización de redes de distribución y el impacto de la generación distribuida.

Un flujo de carga es básicamente el cálculo de las condiciones operativas de una red, en régimen permanente o estacionario, para una condición de demanda y generación dadas. Es decir, dada la configuración de un sistema eléctrico de potencia y sus potencias netas en cada nodo, el flujo de potencia o flujo de carga consistirá en hallar las tensiones nodales en régimen permanente.

Por lo general, las redes de distribución son de topología radial, con alta relación $\frac{r}{x}$, líneas cortas y débilmente malladas. Por estas razones, los modelos de flujo de carga podrían entrar en la categoría de sistemas mal condicionados. En tales casos, los flujos de carga convencionales, aplicados

exitosamente en sistemas de transmisión, como el Newton-Raphson y el Desacoplado Rápido no convergerían. Por ello, en los últimos años ha aumentado el estudio sobre alternativas de flujos de cargas expresamente dedicados a los sistemas de distribución.

Se distinguen varios tipos de algoritmos para resolver el problema del flujo de carga en sistemas de distribución, en la literatura han surgido una diversidad de metodologías. Todos son métodos iterativos y se pueden clasificar en:

1-. Aquellos que hacen modificaciones a los métodos convencionales como el Newton-Raphson, de manera de solventar el problema de la alta relación $\frac{r}{x}$ y mal condicionamiento como Zimmerman y col., (1995), Rajicic y col., (1988), Chiang y col., (1991), Zhang (1997) entre otros.

2-. Los denominadas métodos de barrido (forward /backward sweep) como Teng (2000), Auglugiaro y col., (2008), Satyanarayana (2007), Gosh y col., (1999). Algunos de los cuales formulan, además, algoritmos de transformación de redes malladas a redes radiales, de manera de aprovechar la ventaja topológica.

3-. Un tercer grupo han formulado soluciones mediante la reducción de las matrices de parámetro conocidos como métodos de la Zbarra, o método de Gauss implícitos como las presentadas por Ou y col., (2009), Cheng (1991).

4-. Otros, mediante ecuaciones de redes calculan las pérdidas activas y reactivas por cada rama desarrollando algoritmos para la obtención de las tensiones como Das y col., (1994).

5-. Métodos basados en lo denominados flujo de carga óptimo como Jabr (2006).

Los métodos de barrido han presentado un mayor desarrollo, debido principalmente a la simplicidad en la implementación de los mismos, han surgido en la literatura una serie de versiones. En 1967, se presenta un trabajo por Berg y col., (1967) el cual es considerado la primera versión de los métodos de barrido, publicada en la IEEE (El Instituto de Ingenieros en Electricidad y Electrónica), y que ha sido considerado como fuente para todas las variantes de este tipo de método.

Por otra parte, los flujos de carga óptimo formulan las ecuaciones como un problema de optimización y resuelve los mismo por herramientas de programación matemática, propia de esta área. Es decir, su exactitud y ejecución dependerán del método de optimización usado.

En este trabajo se presentan diversas metodologías usadas para resolver el problema de flujos de carga en redes de distribución, se describen las técnicas más extendidas que aparecen la literatura de la IEEE, que se adaptan y aplican a este tipo de sistemas. Se considera que las redes radiales cumplen con:

1. Los sistemas de distribución son trifásicos y radiales, energía fluye desde la subestación hasta las diferentes cargas. También pueden incluir generación distribuida.

2. Como en los flujos de carga tradicionales se definen diferentes tipos de nodos: Barra slack, de carga; conocido como PQ y voltaje controlado PV.

3. En general, una unidad generadora convencional basada en una máquina síncrona se representa como un nodo PV, pero si no se permite el control se convierte en PQ.

4. El modelado de la carga es otro tema complejo ya que se pueden considerar muchos enfoques para representar las cargas: desde el nodo PQ más sencillo e independiente de la tensión hasta los más sofisticados dependientes del voltaje.

2 Modelos de Flujo de Carga Aplicados a Redes de Distribución de Energía Eléctrica

A continuación, se presenta una serie de algoritmos desarrollados para redes de distribución de energía, balanceadas y cargas constantes. El tipo de estudios y modelos incluidos en esta revisión.

2.1. Método de Shirmohammadai y col (1998)

Es un método de barrido, y uno de los procedimientos más intuitivos desarrollados para un caso radial y aplicable también a sistemas de transmisión débilmente malladas, utiliza la metodología denominada técnica de compensación multipuerto y las leyes de Kirchhoff. La técnica de compensación consiste en abrir un punto de la red, de manera que, si la red es mallada convertirla en una red radial, creando así un nodo ficticio, entre estos puntos se calcula su equivalente de Thevenin. La red radial cuyos n nodos se ordenan desde la subestación, nodo alimentador, hasta el último punto. En contraste con los métodos clásicos las ramas deben ser numeradas por capas. De manera, que cada nodo tiene uno que lo precede.

Partiendo de un perfil inicial plano de tensiones en todos los nodos. La solución iterativa tiene tres etapas:

1. Se calcula las inyecciones de corriente en cada nodo con (1), en función de la carga S_i y la sumatoria de las admitancias que llegan a dicho nodo,

$$I_i^k = \left(\frac{S_i}{V_i^{k-1}} \right)^* - Y_{ii} V_i^{k-1} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

Donde V_i^{k-1} es el voltaje calculado en la iteración (k-1),

2. Mediante un barrido hacia atrás (Backward sweep) se recorren todas sus ramas, desde la última, calculando para

cada una de ellas las corrientes J_{ij} mediante la primera Ley de Kirchhoff.

$$J_{ij}^K = -I_{ij}^k + \sum_{j,K,K \neq i} J_{jk} \quad (2)$$

Donde i y j de (2) son los extremos origen y final de cada rama.

3. Barrido hacia adelante (Forward sweep) los voltajes de la ecuación (3) son actualizados, comenzando por las primeras ramas. desde la barra de referencia, mediante la segunda Ley de Kirchhoff:

$$V_{L2}^K = V_{L1}^K - Z_L J_L^K \quad \text{para } L=1,2,\dots,b \quad (3)$$

ZL es la impedancia serie de la rama L . Los pasos 1,2 y 3 se repiten hasta alcanzar la convergencia deseada.

2.2 Método de Cheng (1991)

Utiliza una variante del método de Gauss, conocido como de Zbus implícita, mediante una ordenación óptima de la misma. Los elementos en derivación tipo shunt, como cargas, compensación reactiva, generadores y cogeneradores son modelados como inyecciones de corrientes. Este método utiliza la matriz esparza Ybus bifactoriada. Cada generador es una barra tipo PQ, potencia especificada, aplicando el principio de superposición para cada elemento generador de la red de distribución, así toma en cuenta la generación distribuida que podría existir en dicho sistema eléctrico.

La secuencia es la siguiente:

- 1-. Perfil plano de tensiones.
 - 2-. Ordenamiento óptimo de la matriz.
 - 3-. Factorización de la matriz Ybus, mediante descomposición LU.
 - 4-. Calcular la inyección de corrientes de cada elemento: cargas, cogeneradores, condensadores.
 - 5-. Calcular la desviación en la tensión debido a las cargas, cogeneradores, elementos shunt y otros con la siguiente expresión (4), en la iteración k :
- $$I_{iny}^{(k)} = [L][U]DV^{(k)} \quad (4)$$
- 6-. Calcular: $V^{(k+1)} = V_{NL} + DV^{(k)}$
 - 7-. Si converge calcular voltajes de barra, flujo de potencia, pérdidas del sistema, entre otros. Si no, ir al paso 4.
 - 8-. Imprimir resultados.

2.3 Método de Céspedes (1990)

Es un método de barrido, las cargas y los compensadores tipo shunt se modelan por su potencia activa (P_0) y (Q_0), dependientes de la variación de voltaje. Mediante un equivalente de rama, árbol radial en teoría de trafo, y eliminando los ángulos de las tensiones como incógnita, se obtiene una ecuación bicuadrática del módulo tensiones para cada rama del sistema de distribución radial. La ecuación se deduce tomando en cuenta la diferencia de potencial entre dos nodos y aplicando las ecuaciones respectivas:

$$\check{V}_k - \check{V}_{k+1} = I(r_{k+1} + jx_{k+1}) = \frac{(P_{k+1} - jQ_{k+1})}{V_{k+1}^*} (r_{k+1} + jx_{k+1}) \quad (5)$$

Desarrollando (5) y agrupando parte real e imaginaria y luego elevando al cuadrado se obtiene:

$$V_{k+1}^2 + [2(P_{k+1}r_{k+1} + Q_{k+1}x_{k+1}) - V_k^2]V_{k+1}^2 + (P_{k+1}^2 + Q_{k+1}^2)(r_{k+1}^2 + x_{k+1}^2) = 0 \quad (6)$$

La Ecuación (6) es el corazón de este método, donde las tensiones son módulos, no depende de los ángulos de fases, lo cual simplifica el problema. Por otra parte, (6) se aplica para cada una de las ramas de la red de distribución, incluyendo las pérdidas activas y reactivas mediante las siguientes expresiones:

$$P_{per} = r_{k+1} \frac{(P_{k+1}^2 + Q_{k+1}^2)}{V_{k+1}^2} \quad (7)$$

$$Q_{per} = x_{k+1} \frac{(P_{k+1}^2 + Q_{k+1}^2)}{V_{k+1}^2} \quad (8)$$

El algoritmo de Céspedes es el siguiente:

- 1-. Asumir un perfil inicial de voltajes para cada nodo,
- 2-. Con las tensiones estimadas obtener los flujos de potencia para cada nodo, incluyendo las pérdidas, mediante un barrido hacia atrás, desde el último nodo hasta la fuente.
- 3-. Con la ecuación (6) se procede con un barrido hacia adelante, desde la fuente, las tensiones del extremo receptor V_{k+1} , para todas las cargas, de manera de obtener un nuevo perfil de tensiones.
- 4-. Con las nuevas tensiones recalculan las pérdidas ecuaciones (7) y (8), si son mayores a las especificadas en el error ir al paso 2.

El método de Céspedes solo considera el módulo de la tensión y no el ángulo de fase. Explica que para redes de distribución la magnitud del voltaje es la variable de mayor importancia.

2.4 Método de Zimmerman y col (1995)

Este método corresponde a una modificación del algoritmo de Newton, se usa para redes desbalanceadas, flujo de carga trifásico, utiliza intensidades de corriente y no flujos de potencia. Primero ordena las barras y los alimentadores y sub-alimentadores laterales, desde la fuente hasta la última barra del sistema, mediante un algoritmo de ordenamiento. Se basa en que conocido el voltaje y corriente al final de un alimentador y las corrientes inyectadas en cada ramal sub-lateral es posible calcular todas las tensiones y corrientes del sistema de distribución, a través de una matriz jacobiana, cuyas variables están en función de los voltajes y corrientes. Dada la corriente I_{k+1} y las corrientes inyectadas a cada ramal lateral desde la barra k, aplicando ley de corrientes de Kirchoff se tendrá (9):

$$I'_k = I_{Gk} + I_{Ck} + I_{Lk} - I_{k+1} - \sum_{j \in A} I_j \quad (9)$$

Donde A es el conjunto de barras adyacentes a la barra k, I_{Gk} corrientes inyectada por los cogeneradores, I_{Ck} inyectada por los capacitores tipo shunt, I_{Lk} corrientes de las cargas. Además, se tiene dos condiciones de borde, el voltaje de la fuente, o de la subestación, y la corriente $I_{n+1} = 0$ al final del alimentador, como se muestra en la figura 1:



Fig. 1: Distribución de corrientes en una red radial (Zimmerman y col., 1995)

Las corrientes se calculan según las formulas expresadas en la tabla 1:

Tabla 1: Modelos de cargas, capacitor y líneas (Zimmerman y col., 1995)

Elemento	Ecuación	
	Z constante	$I_{Lk} = V_n / Z_{Lk}$
Carga	I constante	$I_{Lk} = I_{Lk}$
	PQ constante	$I_{Lk} = (S_{Lk} / V_k)^*$
Capacitor en derivación	$I_{Ck} = Y_{Ck} * V_k$	
Línea	$V_{k-1} = V_k + Z_k (1/2 Y_k V_k - I'_k)$	
	$I_k = \frac{1}{2} Y_k (V_k + V_{k-1}) - I'_k$	

Los voltajes y corrientes pueden ser expresados en función de los voltajes y corrientes de la próxima barra:

$$w_k = \begin{bmatrix} V_k \\ I_{k+1} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Entonces, se puede escribir una función para actualizar el ramal como:

$$w_{k-1} = g_k(w_k) \quad (11)$$

Usando la expresión anterior, con el hecho de que $I_{n+1} = 0$, se puede computar la fuente de voltaje (fuente de corriente) como una función de V_n , comenzando por w_n , aplicado al correspondiente ramal, y actualizando la función g_k consecutivamente hasta alcanzar a w_0 .

$$\begin{aligned} w_{n-1} &= g_n(w_n) = g_n \left(\begin{bmatrix} V_n \\ 0 \end{bmatrix} \right) \\ w_{n-2} &= g_{n-1}(w_{n-1}) = g_{n-1} \circ g_n \left(\begin{bmatrix} V_n \\ 0 \end{bmatrix} \right) \\ &\vdots \\ w_0 &= \begin{bmatrix} V_0 \\ I_1 \end{bmatrix} = g_1(w_1) = g_1 \circ \dots \circ g_n \left(\begin{bmatrix} V_n \\ 0 \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

Tanto la tensión de la fuente V_0 como la corriente I_1 están expresadas en función de la tensión V_n . En la solución la diferencia entre el calculado $V_0(V_n)$ y el especificado V_0 debe ser cero. Las ecuaciones del flujo de carga se escriben así:

$$F(V_N) = V_0(V_N) - V_0 \quad (13)$$

El Jacobiano puede ser expresado usando la regla de la cadena. Para un ramal de la Jacobiana G_k para el bus k es:

$$G_k = \frac{\partial g_k}{\partial w_k} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial V_{k-1}}{\partial V_k} \right) \left(\frac{\partial V_{k-1}}{\partial I_{k+1}} \right) \\ \left(\frac{\partial I_k}{\partial V_k} \right) \left(\frac{\partial I_k}{\partial I_{k+1}} \right) \end{bmatrix} \quad (14)$$

Para el caso de un alimentador la Jacobiana se puede expresar:

$$J(V_n) = \frac{\partial f}{\partial V_n} = \frac{\partial V_0}{\partial V_n} = \frac{\partial V_0}{\partial w_1} \cdot G_1 \dots G_{n-1} \cdot \frac{\partial g_n}{\partial V_n} \quad (15)$$

Si se define un vector de variables de estados, X_i denota las tensiones finales V_n para cada lateral i, se tiene:

$$X = \begin{bmatrix} x_{L,M} \\ \vdots \\ x_{L,m} \\ \vdots \\ x_{1,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{L,M,NL,M} \\ \vdots \\ V_{L,m,NLM} \\ \vdots \\ V_{1,1N1,1} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$V_q(x)$ voltajes especificados y $V_q(x)$ es una función de los voltajes para todas las barras, colocando estas ecuaciones juntas entonces se puede expresar el flujo de carga:

$$F_i(x) = \tilde{V}q(x) - \bar{V}_q(x) = 0 \quad (17)$$

Este sistema de ecuaciones reducido puede ser resuelto por cualquier método iterativo. Por ejemplo, por el método de Newton se procede como:

- 1-. Condiciones iniciales o perfil de arranque, X_0 .

2-. Inicializar $k=0$,

$$A_{n-1}S_L = S \quad (26)$$

3-. Evaluar $F_k = F(Xh)$

$$WA_{n-1}^T E = S_L \quad (27)$$

4-. Detener si $|F_k| \leq \text{tolerancia}$

5-. Evaluar el Jacobiano, $J_k = \frac{\partial F}{\partial x}$

6-. Resolver $J_{k sk} = -F_k$

7-. Hacer $X_{h+1} = X_h + s_h$

8-. Hacer $k=k+1$, contador de iteraciones, e ir al paso 3.

9-. Al converger generar reporte.

Donde (26) se usa para un barrido hacia atrás (back sweep), y (27) para un barrido hacia adelante (forward sweep). Para resolver la tensión E se utiliza (27) en el barrido hacia adelante, matriz W puede ser invertida. La diagonal de esta matriz es denotada como una impedancia equivalente de líneas con las respectivas ecuaciones (28), (29) y (30):

$$Z_{eq} = R_{eq} + jX_{eq} \quad (28)$$

$$R_{eq} = X_{ij} / (V_i V_j \cos \theta_{ij}) \quad (29)$$

$$X_{eq} = R_{ij} / (V_i V_j \sin \theta_{ij}) \quad (30)$$

2.5 Método de Zhang y col (1997)

Presentan un método modificado de Newton-Raphson para sistemas radiales de distribución, donde la matriz Jacobiana (18) está formada por el producto:

$$J = ADA^T \quad (18)$$

En el cual A es una matriz triangular superior donde todas las diagonales pueden ser 1, y las no diagonales diferentes de cero puede ser -1, A está ordenada por ramas y capas, desde el nodo fuente. Por otra parte, dependiente de la topología, D es una matriz diagonal.

De las ecuaciones convencionales del flujo de carga por el método de Newton-Raphson y aplicando la descomposición de la la ecuación (18) se tendrá las siguientes submatrices (19) y (20):

$$H = L = A_{n-1}D_B A_{n-1}^T \quad (19)$$

$$M = -N = A_{n-1}D_G A_{n-1}^T \quad (20)$$

Entonces la matriz Jacobiana se puede re-escribir como en (23):

$$\begin{bmatrix} A_{n-1} & \\ & A_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_B & -D_G \\ D_G & D_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{n-1}^T & \\ & A_{n-1}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\phi \\ \Delta V/V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (21)$$

Con las siguientes expresiones:

$$E = \Delta\phi + j\Delta Q \quad (22)$$

$$S = \Delta P + j\Delta Q \quad (23)$$

$$W = D_B + jD_G \quad (24)$$

Entonces (21) se puede reescribir como una relación como (25):

$$A_{n-1}WA_{n-1}^T E = S \quad (25)$$

Por lo tanto, el algoritmo propuesto por Zhang y col. es:

- 1-. Ordenar nodos, ramas y capas.
- 2-. Inicializar con un perfil inicial de tensiones.
- 3-. Calcular ΔP_i y ΔQ_i .
- 4-. Si converge imprimir resultados, sino, ir a paso 5.
- 5-. Barrido hacia atrás (back sweep) calcular S_L .
- 6-. Calcular $Z_{eq} = R_{eq} + jX_{eq}$
- 7-. Barrido hacia adelante $E_j = E_i - Z_{eq}S_L$
- 8-. Calcular: $\theta_j^{(k+1)} = \theta_j^{(k)} + \text{real}(E_j)$ y $V_j^{(k+1)} = V_j^{(k+1)} + \text{imag}(E_j)V_j^{(k)}$
- 9-. Si converge calcular voltajes de barra, flujo de potencia, perdidas del sistema, entre otros. Si no, ir al paso 3.

2.6 Método de Gosh y col (1999)

Se asume que el voltaje de la subestación es conocido, red balanceada y representada por su equivalente monofásico. La base de la metodología son las ramas, enumeradas como nodo de envío y nodo receptor. Por lo tanto, dada una rama cuyos nodos de envío sea $m1$ y nodo receptor $m2$ se tiene (31):

$$V(m2) = V(m1) - I_{jj}Z_{jj} \quad (31)$$

$P(m2)$ es la suma de todas las potencias activas de los nodos más allá de $m2$, más las pérdidas de potencia activa. Similarmente, $Q(m2)$ la suma de las potencias reactivas respectivamente. La corriente en el nodo i es (32):

$$I_L(i) = \frac{PL(i) - jQL(i)}{V_i^*} \quad i=2,3,\dots,NB \quad (32)$$

Si existiera capacitancias en derivación se calcula como:

$$I_c(i) = y_0 V(i) \quad i=2,3,\dots, NB \quad (33)$$

Las pérdidas activas y reactivas en el nodo jj estarán dadas por:

$$LP(ii) = |I(jj)|^2 R(jj) \quad (34)$$

$$LQ(jj) = |I(jj)|^2 X(jj) \quad (35)$$

Una vez que todos los nodos están identificados y ordenados, la corriente de cada rama es:

$$I(jj) = \sum_{i=1}^{N(jj)} IL + \sum_{i=1}^{N(jj)} IC \quad (36)$$

Una vez que todas las corrientes son calculadas con las ecuaciones (31) y (32) las corrientes por las ramas se computan con la (36), luego las tensiones serán calculadas mediante (31).

Por otra parte, las pérdidas se deducen de (34) y (35). Una vez que todos los voltajes de todos los nodos son computados se chequea su convergencia, sino converge, se usan estos valores para repetir el proceso, según un criterio de convergencia.

2.7 Método de Gómez Expósito y col (1999)

Es un método basado en la modificación del Newton-Raphson, considerando el modelo de línea de la figura 2:

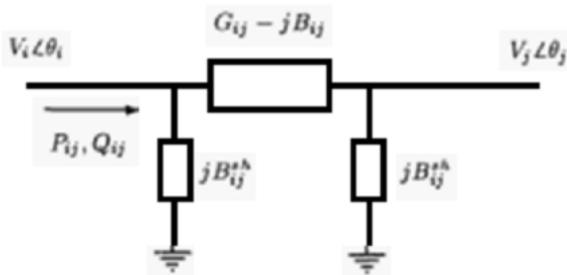


Fig. 2: Modelo pi de una línea de distribución (Gómez y col, 1999)

Las expresiones del flujo estarán dadas por se muestra en (37) y (38):

$$P_{ij} = G_{ij}V_i^2 - G_{ij}V_iV_j \cos \theta_{ij} + B_{ij}V_iV_j \sin \theta_{ij} \quad (37)$$

$$Q_{ij} = (B_{ij} - B_{ij}^{sh})V_i^2 - B_{ij}V_iV_j \cos \theta_{ij} - G_{ij}V_iV_j \sin \theta_{ij} \quad (38)$$

Entonces se plantea el balance de potencia en cada barra del sistema, excluyendo la referencia o slack con las ecuaciones (39) y (40),

$$P_i^{esp} = \sum_{j \in i} P_{ij} \quad (39)$$

$$Q_i^{esp} = \sum_{j \in i} Q_{ij} \quad (40)$$

La no linealidad se atenúa con un cambio de variable:

$$U_i = V_i^2 \quad (41)$$

$$R_{ij} = V_iV_j \cos \theta_{ij} \quad (42)$$

$$I_{ij} = V_iV_j \sin \theta_{ij} \quad (43)$$

La variable U_i está asociada a los nodos, e I_{ij} y R_{ij} está asociada a las ramas, así las ecuaciones (37) y (38) pasan a ser lineales tales como:

$$P_{ij} = G_{ij}U_i - G_{ij}R_{ij} + B_{ij}I_{ij} \quad (44)$$

$$Q_{ij} = (B_{ij} - B_{ij}^{sh})U_i - B_{ij}R_{ij} - G_{ij}I_{ij} \quad (45)$$

Para completar el sistema de ecuaciones, las N cuadráticas ecuaciones:

$$U_iU_j = R_{ij}^2 + I_{ij}^2 \quad (46)$$

Teniendo en cuenta que $R_{ij}=R_{ji}$ e $I_{ij}=-I_{ji}$. Sustituyendo (44) y (45) en (37) y (38) se tiene:

$$P_i = U_i \sum_{j \in i} G_{ij} + \sum_{j \in i} (B_{ij}I_{ij} - G_{ij}R_{ij}) \quad (47)$$

$$Q_i = U_i \sum_{j \in i} (B_{ij} - B_{ij}^{sh}) - \sum_{j \in i} (B_{ij}R_{ij} + G_{ij}I_{ij}) \quad (48)$$

$$f_{ij} = U_iU_j - R_{ij}^2 - I_{ij}^2 = 0 \quad (49)$$

Para $i = 1, 2, \dots, N) \quad j \in i$

Denotando las incógnitas de los nodos como U_i y ramas R_{ij} e I_{ij} por u y x , además de las potencias especificadas por p se tiene los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$Ax + Bu = p \quad (50)$$

$$f(x, u) = 0 \quad (51)$$

Al resolver el problema, se regresa a las incógnitas originales de voltajes en las barras mediante:

$$V_i = \sqrt{U_i} \quad (52)$$

$$\tan(\theta_i - \theta_j) = \frac{I_{ij}}{R_{ij}} \quad (53)$$

Aplicando Newton-Raphson el sistema resultante será:

$$A\Delta x + B\Delta u = p - (Ax_k + Bu_k) = \Delta p_k \quad (54)$$

$$F_x^k \Delta x + F_u^k \Delta u = -f(x_k, u_k) \quad (55)$$

Donde: $F_x = \frac{\partial f}{\partial x}$ y $F_u = \frac{\partial f}{\partial u}$

El proceso iterativo se puede describir en los siguientes pasos:

1-. $K=0, f(x_0, u_0)=0, \Delta p_0 = p$

2-. Calcular F_x^k, F_u^k y resolver las ecuaciones (54) y (55),

3-. Hacer $k=k+1$ y actualizar x_k, u_k .

4-. Computar $f(x_k, uk)$. Si F_{ij} es menor a un error, detener, de otra manera, $\Delta p_k = 0$, e ir a 2.

5-. Al converger calcular las tensiones y pérdidas de las líneas.

6-. Imprimir resultados.

2.8 Método de Teng y col (2002)

El método usa las corrientes de ramas y el algoritmo de Newton-Raphson para resolver un flujo de carga trifásico en redes de distribución, dada la figura donde se representa una red trifásica 4 hilos (3 fases+1 neutro), y aplicando reducción de Kron al sistema, de manera de reducir la red:

$$[Z_{ij}^{abcn}] = \begin{bmatrix} Z_{ij}^{aa-n} & Z_{ij}^{ab-n} & Z_{ij}^{ac-n} \\ Z_{ij}^{ba-n} & Z_{ij}^{bb-n} & Z_{ij}^{bc-n} \\ Z_{ij}^{ca-n} & Z_{ij}^{cb-n} & Z_{ij}^{cc-n} \end{bmatrix} \quad (55)$$

La relación la inyección de corrientes de la figura 8 es:

$$[I_i^{abc}] = [Y_{hi}^{abc}][V_{hi}^{abc}] - [Y_{ij}^{abc}][V_{ij}^{abc}] - [Y_{ik}^{abc}][V_{ik}^{abc}] \quad (56)$$

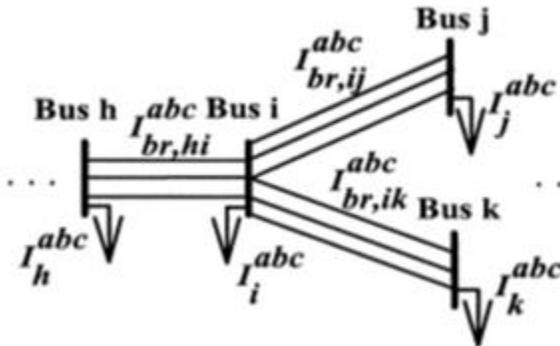


Fig. 3: Diagrama de inyecciones de corrientes (Teng y col, 2002)

La corriente calculada, en función de las matrices de admitancia de barra y los vectores de voltajes de ramas de la ecuación (56), la especificada a través de:

$$I_i^{(k),esp} = \frac{(P_i + Q_i)^*}{V_i^{(k)}} \quad (57)$$

Entonces se define la ecuación de error de inyección de corrientes (EIC):

$$EIC_i^{(k)}(V_{br}^{(k)}, Y_{br}) = I_i^{(k),esp} - I_i^{(k),cal} \quad i = 1 \dots N \quad (58)$$

Aplicando el método de Newton-Raphson a (58) se tendrá:

$$\left[\frac{\partial EIC}{\partial v_{BR}} \right]^{(k)} [\Delta V_{BR}]^{(k)} = [0 - EIC(V_{BR}^{(k)}, Y_{BR})] \rightarrow [J][\Delta V_{BR}]^{(k)} = [-EIC(V_{BR}^{(k)}, Y_{BR})] \quad (59)$$

Y para la iteración (k+1) se tiene (60) :

$$[V_{BR}]^{(k+1)} = [V_{BR}]^{(k)} + [\Delta V_{BR}]^{(k)} \quad (60)$$

2.9 Método de Das y col (1994)

Se basa en las pérdidas activas y reactivas de cada rama o línea del sistema. Principalmente explotan la radialidad del sistema como ventaja, para generar el algoritmo.

De esta manera, se deducen las diferentes ecuaciones, donde se considera un sistema de distribución con un alimentador principal, de n nodos y $n-1$ ramas, para el ramal i e $i+1$, nodos extremos de la línea, se establecerá, para cada nodo, las siguientes relaciones de corriente y potencia, en función de los voltajes de cada rama:

$$I_i = \frac{V_i/\delta_i - V_{i+1}/\delta_{i+1}}{R_i + jX_i} \quad (61)$$

$$P_{i+1} - jQ_{i+1} = V_{i+1}^* I_i \quad (62)$$

De las ecuaciones 61 y 62 se tiene la siguiente relación de voltaje, para cada nodo:

$$|V_{i+1}| = \left[\left\{ (P_{i+1}R_i + Q_{i+1}X_i - 0.5|V_i|^2)^2 - (R_i^2 + X_i^2)(P_{i+1}^2 + Q_{i+1}^2) \right\}^{1/2} - (P_{i+1}R_i + Q_{i+1}X_i - 0.5|V_i|^2) \right]^{1/2} \quad (63)$$

La potencia de pérdidas real y reactiva entre los nodos i e $i+1$:

$$P_{Li} = \frac{R_i(P_{i+1}^2 + Q_{i+1}^2)}{|V_{i+1}|^2} \quad (64)$$

$$Q_{Li} = \frac{X_i(P_{i+1}^2 + Q_{i+1}^2)}{|V_{i+1}|^2} \quad (65)$$

Entonces se puede generalizar las ecuaciones de la siguiente manera:

$$P_{i+1} = \sum_{j=i+1}^{Nb} P_{Li} + \sum_{j=i+1}^{Nb-1} P_{iL} \quad \text{para } i=1, 2, \dots, Nb-1 \quad (66)$$

$$Q_{i+1} = \sum_{j=i+1}^{Nb} Q_{Li} + \sum_{j=i+1}^{Nb-1} Q_{iL} \quad \text{para } i=1, 2, \dots, Nb-1 \quad (67)$$

El criterio de convergencia es si la diferencia de las potencias de pérdidas activas y reactivas en una iteración sucesiva es menor a 1 vatios y 1 Var respectivamente.

2.10 Flujos de carga óptimo

En el problema de flujo de potencia óptimo (FCO), se basa en maximizar o minimizar, según sea el caso, una función objetivo que podría ser de costos de explotación de los recursos térmicos para la generación de energía, minimizar las pérdidas en los circuitos primarios de distribución de electricidad entre otros.

Se optimiza satisfaciendo al mismo tiempo un conjunto de restricciones de funcionamiento del sistema, algunos de las cuales se deben a capacidad limitada de los elementos de la red eléctrica, otros en optimizar algún parámetro que mejore la operación del sistema, como la colocación óptima de condensadores de manera de mejorar el perfil de tensiones y reducir las pérdidas de la red.

El FCO ha sido ampliamente utilizado en la operación y planificación de sistemas de energía (J. A. Mamah, 1997), y como herramienta de gestión de precios en sistemas eléctricos desregulados.

Jabr (2006), tomando como base el método de Cespedes (1990) propone un algoritmo para redes radiales de distribución donde dada la función objetivo:

$$\text{Max} \sum_{ij} V_i V_j \cos \phi_{ij}$$

Sujeto a:

$$\sum P_{ij} = \sqrt{2} U_i \sum_{j \in i} G_{ij} + \sum_{j \in i} (B_{ij} I_{ij} - G_{ij} R_{ij}) \quad (68)$$

$$\sum Q_{ij} = \sqrt{2} U_i \sum_{j \in i} B_{ij} - \sum_{j \in i} (B_{ij} R_{ij} + G_{ij} I_{ij}) \quad (69)$$

Para $i=2, \dots, N$

$$2U_i U_j \geq (V_i V_j \cos \phi_{ij})^2 + (V_i V_j \sin \phi_{ij})^2 \quad (70)$$

$$U_1 = V_1 / \sqrt{2} \quad U_i \geq 0 \text{ para } i = 2, \dots, N \quad (71)$$

$$V_i V_j \cos \phi_{ij} \geq 0 \text{ para todas las líneas } ij \quad (72)$$

Al cumplirse con las restricciones, la solución convergerá a la solución del flujo de carga, ya que la solución de un sistema radial de distribución es única.

3 Conclusión

Las redes de distribución de energía eléctrica poseen características que las diferencian de los sistemas de transmisión como alta relación r/x , líneas cortas y radiales. Estos aspectos pueden ocasionar que dichos sistemas presenten problemas de convergencia cuando son usados los métodos tradicionales de flujos de carga como: Newton-Raphson, Gauss-Seidel y Desacoplado.

La razón principal es que las redes de transmisión presentan diferentes características que las redes de distribución, y los algoritmos desarrollados para un tipo de sistema no trabaja de manera eficiente para la otra, presentando problemas de convergencia en algunas redes, sobre todo del tipo radial.

Los métodos de estudio de flujo de carga en redes de distribución han adquirido un interés importante, reportándose en la literatura científica una serie de métodos, todos ellos son procesos matemáticos de carácter iterativos.

Muchas de estos algoritmos son la base de otros, que haciendo mejoras y modificaciones en los mismos, mejoran la rapidez de los cálculos e integran la influencia de la generación distribuida como el caso solar fotovoltaico, energía eólica y pequeña centrales hidroeléctricas.

Por otra parte, se documentaron distintos métodos aplicados a flujos de carga en redes de distribución, exponiendo las características básicas de los mismos y se clasificaron en cinco tipos: aquellos que hacen modificaciones a los métodos convencionales como el Newton-Raphson, Gauss-Seidel entre otros, los métodos de barrido, los de reducción de las matrices de parámetros del sistema, los que calculan las pérdidas activas y reactivas por cada rama desarrollando así algoritmos para la obtención de las tensiones y los métodos basados en lo denominados flujo de carga óptimo.

Referencias

- Augugliaro A, 2008, A New Backward/Forward Method for Solving Radial Distribution Network with PV Nodes. *Electrical Power Systems Research*, 78 (3), 330-336.
- Barroso A, 2018, Algoritmo de la Matriz Z para estudios de flujo de carga en redes de Distribución. *Revista de la Facultad de Ingeniería de la UCV*.
- Berg R, Hawkins E, Pleines W, 1967, Mechanized Calculation of Unbalanced Load Flow on Radial Circuits. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-86(4), 415-421.
- Bermúdez J. F, 1994, Análisis de Flujo de Carga en Sistemas Eléctricos de Potencia. Universidad Simón Bolívar. Departamento de Conversión y Transporte de Energía.
- Brown H., Carter G, Happ H, Person C, 1963, Power Flow Solution by Impedance Matrix Iterative Method. *AIEE System Engineering Committee*(62-214), 1-10.
- Brown H, Carter G, Happ H, Person C, 1968, Z-Matrix Algorithms in Load Flow Programs. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 87(3), 807-814.
- Brown R, Tinney W, 1957, Digital Solution for Large Power Networks. *AIEE System Engineering Committee*(57-147), 347-351.
- Céspedes R, 1990, New Method for the Analysis of Distribution Networks. *IEEE Transactions on Power System*, 5(1), 391-396.
- Cheng T, 1991, Distribution System Power Flow Analysis- A Rigid Approach. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 6(3), 1146-1152.
- Chiang H, Hsiao, 1991, A decoupled load flow method for distribution power networks: algorithms, analysis and convergence study. *Electrical Power & Energy Systems*, 130-138.
- Cifuentes D, Parrilo P, 2014, Exploiting Chordal Structure in Polynomial Ideals: A Gröbner Bases Approach. *arXiv*.
- Das D, Nagi H, Kothari D, 1994, Novel method for solving radial distribution networks. *IEE Proc. Gen, transm, distb*, 141(4), 291-298.

- Dunstan L, 1954, Digital Load Flow Studies. AIEE Transmission and Distribution Committee, 825-832.
- Van Ness E, 1959, Iteration Methods for Digital Load Flow Studies. AIEE Computing, IEEE (59-62), 583-586.
- Glim A, Stagg G, 1957, Automatic calculation of Load Flows. IEEE Transactions of Power Apparatus and Systems, PAS-76, 817-825.
- Gómez-Expósito A, Fernando A, 2002, Flujo de Carga. En *Análisis y Operación de Sistemas de Energía Eléctrica* (págs. 139-170). McGraw Hill.
- Gómez-Expósito A, Romero E, 1999, Realible Load Flow Technique for Radial Distribution Networks. IEEE Transactions on Power System, 14(3).
- Gonzalez-Longatt F, 2007, Impacto de la Generación Distribuida en el Comportamiento de los Sistemas de Potencia. UCV-Caracas: Tesis Doctoral.
- Gonzalez-Longatt F, Palencia E, 2008, Desarrollo de un Programa para Cálculo de Flujos de Potencia en Sistemas de Distribución. III CIBELEC.
- Gosh S, Das D, 1999, Method for load-flow solution of radial distribution networks. IEEE Proc. Gener. Trans. Distrb, 146(6), 641-648.
- Hale H, Goodrich R, 1959, Digital Computers of Power Flows. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Pas-78, 919-924.
- Haque M, 1996, Efficient load flow for distribution systems with radial or mesh configuration. IEE Proc-Gen-Trans-Distr, 143(1), 33-38.
- Herdenson J, 1955, Automatic Digital Computer Solution of Load Flow Studies. AIEE Transmission and Distribution Committee(54-330), 1696-1702.
- Huang W, Chen S, 2009, Sequential Three-Phase Power Flow Calculation for Radial Distribution Systems via Three-Phase Z-Bus Distribution Factor. IEEE Fourth International Conference on Innovative Computing, Information and Control. Taiwan.
- Iwamoto S, 1981, A Load Flow Calculation Method for ill-Conditioned Power Systems. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, PAS-100(4), 1736-1743.
- Mamah J, 1997, Challenges to Optimal Power Flow. IEEE Trans. PowerSystem, 12, 444-445.
- Jabr R, 2006, Radial Distribution Load Flow Using Conic Programming. IEEE Trans Power.
- Kashem M, Ganapathy G, Jasmon G, Buhari M, 2000. A novel method for loss minimization in distribution networks. IEEE International Conference on Electric Utility Deregulation and restructuring and power Technologies, 251-256.
- Li S, Tomsovic K, Hiyama T, 2000, Load Following Funtions Using Distributed Energy Resources. IEEE Proc. Gener. Trans. Distribution, 1756-1761.
- J, Barnar R, 1970, Application of Fixed-Point Techniques to Load-Flow Studies. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 89(1), 136-140.
- Rajicic D, Tamura Y, 1988, A modification to fast decoupled power flow for networks with high r/x ratios. IEEE transimtion, PWRS-3, 743-746.
- Satyanarayana S, 2007, An Efficient Load Flow Solution for Radial Distribution Network Including Voltage Dependent Load Models. Electric Power Components and Systems, 35(5), 539-551.
- Shirmohammadi D, Hong H, Semlyen A, Luo G, 1988, A Compensation Based Power Flow Method for Weakly Distribution and Transmition Networks. IEEE Transactions on Power Systems, 3, 753-762.
- Teng J, 2000, A Network-Topology Based Three-Phase Load Flow for Distribution Systems. Proc. Natl. Sci. Coun. ROC (A), 24(4), 259-264.
- Teng J, Chang C, 2002, A Novel And Fast Three-Phase Load Flow for Unbalanced Radial Distribution Systems. IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS, 17(4), 1238-1244.
- Ward J, Hale H, 1956, Digital Computer solution of Power Problems. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, PAS-75, 394-398.
- Zhangn F, 1997, A Modified Newton Method for Radial Distribution System Power Flow Analysis. IEEE Transactions on Power Systems, 12(1), 389-397.
- Zimmerman R, Chiang H, 1995, Fast Descoupled Power Flow for Unbalanced Radial Distribution System. IEEE Transnactions on Power Systems, 10(4), 2045-2052.

Recibido: 23 de octubre 2021

Aceptado: 25 de febrero de 2022

Barroso, Alexis: Esp. en Sistemas Eléctricos de Potencia (UCV), Maestria en Ingeniería Eléctrica (UCV), Ingeniero Electricista (USB). Ha trabajado como ingeniero de operaciones y planificación en el Centro Nacional de Despacho (CND) y asesor en el sector eléctrico venezolano. Actualmente profesor investigador CIDI-UCAB y UCV Facultad de Ingeniería Escuela de Ingeniería Eléctrica, Departamento de Potencia. Correo electrónico: alexisbarroso@gmail.com y abarroso@Ucab.edu.ve. Líneas de investigación: flujos de carga en redes de distribución, estabilidad de voltaje y energías alternativas.

 <https://orcid.org/0000-0002-5109-9077>

