

Sintonización óptima asistida por computadora de controladores PI para sistemas no lineales con restricciones de amplitud en el actuador

Computer-assisted optimal tuning of PI controllers for nonlinear systems with amplitude constraints on the actuator

Teppa-Garran, Pedro^{1*}; El Gharib, Gabriel²

¹Departamento de Gestión de Proyectos y Sistemas, Universidad Metropolitana, Caracas, Venezuela.

²Coordinación de Ingeniería Eléctrica, Universidad Metropolitana, Caracas, Venezuela.

*teppa@unimet.edu.ve

Resumen

A nivel industrial existe una amplia diversidad de reglas para sintonizar los parámetros de un controlador PI para un sistema lineal. No ocurre así en el caso de sistemas no lineales o cuando se consideran adicionalmente restricciones de amplitud en los actuadores del sistema de control. Este trabajo propone un diseño asistido por computadora basado en Matlab para sintonizar de manera óptima los parámetros de un controlador PI a través de la minimización de un índice de desempeño que depende de una función del tiempo del error de seguimiento para un sistema no lineal que se encuentra sujeto a restricciones de amplitud en el actuador. El algoritmo de diseño se aplica a un sistema de tanques acoplados que tiene una restricción de amplitud de voltaje en la bomba de llenado.

Palabras clave: Controlador PI, Sintonización óptima, Control restringido, Sistema no lineal, Sistema de tanques acoplados.

Abstract

In the industry there are a wide variety of rules to tune the parameters of a PI controller for a linear system. This does not occur in the case of nonlinear systems or when amplitude restrictions on the actuators of the control system are additionally considered. This work proposes a computer-aided design based on Matlab to optimally tune the parameters of a PI controller through the minimization of a performance index that depends on a function of time of the tracking error for a nonlinear system that is subject to amplitude constraints in the actuator. The design algorithm is applied to a coupled tank system that has a voltage amplitude constraint on the filling pump.

Keywords: PI controller, Optimal tuning, Constraint control, Nonlinear system, Coupled tank system.

1 Introducción

El controlador Proporcional-Integral (PI) es muy utilizado a nivel industrial. El estudio (Desborough y col, 2002) confirma que es empleado en más del 90 % de los sistemas industriales de control. Los parámetros de un controlador PI deben sintonizarse para responder a los requerimientos de diseño; y a ese fin se han formulado diversas reglas para el caso de sistemas lineales, algunos ejemplos que aparecen en la literatura y varios de ellos utilizados comúnmente en la práctica son: la regla de (Ziegler y col., 1942), la de (Chien y col., 1952), la de (Cohen

y Col, 1953), la regla complementaria (Mantz y col, 1989), las reglas de algo de sobrepico y sin sobrepico (Seborg y col, 1989), la regla modificada de Ziegler y Nichols (Hang y col, 1991), la regla de la integral del error cuadrático multiplicado por el tiempo (Zhuang y col, 1993), la de la integral del error absoluto (Pessen, 1994), la fórmula de (Wang y col., 1995) y el rechazo activo de perturbaciones (Teppa-Garrán y col., 2014, 2017).

Estas reglas, muchas de ellas fáciles de implementar, aportan métodos de sintonización de los parámetros del controlador PI. Sin embargo, la diversidad de reglas y métodos existentes es un indicativo de que cada uno tiene algún tipo de limitación o desventaja, ocasionando en

muchas situaciones, respuestas a lazo cerrado no satisfactorias. De hecho, la sintonización de controladores PI en ambientes industriales es complicada debido a varios factores (Liu y col., 2001), destacando entre éstos, las restricciones en los actuadores.

Los sistemas de control dependen de los actuadores para generar la señal de control que será aplicada al proceso controlado de manera de regular su salida. Sin embargo, en todo sistema de control existen restricciones que pueden deteriorar significativamente su desempeño. Generalmente, estas restricciones se asocian a limitaciones en la amplitud de los actuadores. Por ejemplo: una válvula es operada dentro del rango de completamente abierta o completamente cerrada, las bombas y compresores poseen un rendimiento finito, los tanques solo pueden contener un volumen específico (Reinelt y col., 2001).

El problema de diseño de controladores para sistemas lineales con limitaciones de amplitud en los actuadores ha sido ampliamente estudiado en la literatura y hay tres métodos que destacan. La compensación *anti-windup* (Turner y col, 2006), (Tarbouriech y col., 2009), el control predictivo (Camacho y col, 2004a y 2004b) y la realimentación de las variables de estado (Gomes Da Silva y col, 1997, 2003), (Tarbouriech y col., 2002 y 2006).

Cuando el controlador es exigido más allá de sus límites de amplitud, se satura provocando un comportamiento no lineal en el sistema de control a lazo cerrado. En este contexto es que se orienta la contribución de este trabajo, al apoyarse en la capacidad de los programas computacionales existentes hoy en día para brindar asistencia en el diseño del sistema de control. Esto es particularmente cierto para sistemas no lineales donde una solución analítica es difícil de obtener. En este trabajo, se considera la sintonización de los parámetros del controlador PI de manera óptima a través de la minimización de un índice de desempeño dependiente de la integral del error de seguimiento considerando un modelo no lineal del sistema y la presencia en el lazo de un actuador con restricciones de amplitud. En definitiva, se construye un algoritmo de diseño asistido por computadora que se aplica a un sistema no lineal de tanques acoplados con restricciones de amplitud en la bomba de llenado.

El artículo está organizado de la siguiente manera. La sección 2 relata como interviene la computadora en un proceso general de diseño de un sistema de control. A continuación, la sección 3 describe el modelo matemático no lineal del sistema de tanques acoplados. La sección 4 muestra el desarrollo de un algoritmo general para sintonizar de manera óptima un controlador PI para un sistema no lineal con restricciones de amplitud en el actuador y la implementación de un programa computacional basado en *Matlab* aplicado al sistema de tanques acoplados incorporando la restricción de amplitud de la bomba de llenado en el diseño. Posteriormente, en la sección 5 se incluyen los resultados de la aplicación del programa computacional al sistema de tanques acoplados.

2 Método de diseño asistido por computadora de un sistema de control no lineal

Puede describirse el proceso general de diseño de un sistema de control como la determinación de un conjunto de componentes, su forma de interconexión y los valores de los parámetros de los componentes para alcanzar un objetivo de desempeño específico. Un proceso con estas características puede implementarse mediante tres etapas estrechamente interrelacionadas.

- a) **Formulación de modelos del sistema:** aquí se incluye el modelado matemático y la solución de estos modelos para determinar el comportamiento e interacciones de los diferentes componentes.
- b) **Realización:** esto se entiende como la asociación del modelo de cada componente con algún elemento de *hardware* que permita su implementación física.
- c) **Optimización:** esta etapa envuelve la determinación de combinaciones de parámetros que resultarán en el mejor desempeño del sistema de control.

El diseño asistido por computadora consiste en la aplicación de la computadora en algunas partes del proceso general de diseño, de manera particular, en los aspectos vinculados a la formulación, solución y optimización de los modelos del sistema.

En este trabajo, se va a aplicar la metodología de diseño asistido por computadora para efectuar el diseño de un controlador PI en un sistema de tanques acoplados a través de la elaboración de un programa de computación basado en *Matlab* que permita la sintonización de los parámetros del controlador, de manera que el nivel de uno de los tanques siga los cambios de amplitud en el punto de ajuste, minimizando un índice de desempeño dependiente de una forma de la integral del error de seguimiento e incorporando en el diseño las restricciones de amplitud en la bomba del sistema de tanques.

3 Sistema de tanques acoplados

El sistema de tanques acoplados se muestra en la Fig. 1. La configuración del sistema también incluye un computador personal y una interfaz para *LabVIEW* a través de la tarjeta de adquisición de datos de *National Instrument DAQ-USB-6008*. Consta de 8 entradas y 2 salidas analógicas y 12 puertos de entrada/salida digitales. El período de muestreo se estableció en un valor de 50 ms. El aparato se utiliza en el laboratorio de control de la Universidad Simón Bolívar en Venezuela. Este sistema ya ha sido utilizado en la aplicación y validación de varios algoritmos de control (Teppa-Garran y col., 2012, 2017, 2022, 2023).

Se compone de una sola bomba con dos depósitos. Cada tanque está equipado con un sensor de presión para medir el nivel del agua. La bomba impulsa el agua desde el depósito inferior hasta la parte superior del sistema. Dependiendo de cómo estén configuradas las válvulas de salida, el agua fluye

hacia el tanque superior, el tanque inferior o ambos. En la Fig. 2 se muestra una configuración, donde la salida de la bomba está conectada al primer tanque.



Fig. 1. Sistema de tanques acoplados. (Coupled tank systems)

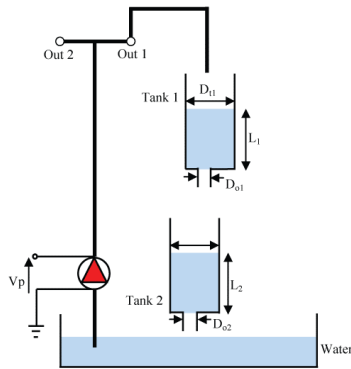


Fig. 2. Configuración estándar de conexión del sistema de tanques. (Standard configuration of the coupled tank system)

El modelo no lineal de espacio de estados (Grygiel y col, 2016) se presenta en (1), aquí el vector de estados es igual a los niveles de los tanques, la señal de control corresponde al voltaje de entrada aplicado a la bomba y la salida se selecciona como el nivel del segundo tanque.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= \frac{-C_1}{A_1} \sqrt{x_1(t)} + K_f/A_1 u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{C_1}{A_2} \sqrt{x_1(t)} - \frac{C_2}{A_2} \sqrt{x_2(t)} \\ y(t) &= [0 \quad 1]x(t) \end{aligned} \quad (1)$$

Con $C_1 = A_{d1}\sqrt{2g}$, $C_2 = A_{d2}\sqrt{2g}$, A_{d1} , A_{d2} representan las áreas de la sección transversal de los orificios correspondientes, A_1 y A_2 denotan el área de la sección transversal de los tanques 1 y 2, respectivamente, g es la constante de gravitación universal sobre la Tierra y K_f es la constante de flujo de la bomba.

4 Algoritmo de diseño y modelo computacional

En esta sección se formula el algoritmo general de diseño (ver Tabla 2) que permitirá a través de un programa computacional desarrollado en *Matlab*, la sintonización óptima de los parámetros de un controlador PI para un sistema no lineal considerado restricciones de amplitud en el actuador. La Fig. 3 ilustra el diagrama de bloques del sistema de control realimentado del sistema de tanques acoplados donde aparece el modelo matemático del controlador PI, la zona activa del actuador (bomba), la señal de referencia $r(t)$, el error de seguimiento $e(t)$, la señal de control $u(t)$ y la salida controlada $y(t)$.

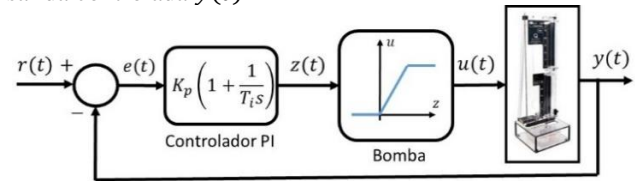


Fig. 3. Diagrama de bloques del sistema de control del sistema de tanques acoplados a través de un controlador PI. (Block diagram of the control system of the coupled tank system through a PI controller)

Tabla 1. Parámetros físicos del sistema de tanques. (Physical parameters of the coupled tank system)

Especificación	Valor
Dimensiones del sistema de tanques	(30.05)x(33.7)x(91.05) [cm]
Constante de flujo de la bomba	4 [cm ³ s ⁻¹ V ⁻¹]
Voltaje máximo de la bomba	22 [V]
Constante gravitacional sobre la Tierra	981 [cm/s ²]
Diámetro del orificio en la salida 1	0.635 [cm]
Diámetro del orificio en la salida 2	0.476 [cm]
Diámetros de cada tanque	4.445 [cm]

A continuación se desarrollan en detalle los diferentes pasos del algoritmo.

Paso 1: Linealizando (1) en el punto de operación $\mathbf{x}(t) = [\tilde{L}_1, \tilde{L}_2]^T$ resulta en las ecuaciones

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \begin{bmatrix} \frac{-C_1}{2A_1\sqrt{\tilde{L}_1}} & 0 \\ \frac{C_1}{2A_2\sqrt{\tilde{L}_1}} & \frac{-C_2}{2A_2\sqrt{\tilde{L}_2}} \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} K_f/A_1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= [0 \quad 1]x(t) \end{aligned} \quad (2)$$

Empleando los valores numéricos de la Tabla 1 es posible realizar los siguientes cálculos

$$\begin{aligned} A_1 &= A_2 = \pi(4.445/2)^2 = 15.53 \text{ cm}^2 \\ A_{d1} &= \pi(0.635/2)^2 = 0.317 \text{ cm}^2 \\ A_{d2} &= \pi(0.476/2)^2 = 0.178 \text{ cm}^2 \end{aligned} \quad (3)$$

Después de definir los niveles de los tanques en la mitad del rango de operación, $\tilde{L}_1 = \tilde{L}_2 = 15$, se calcula la función de transferencia del sistema de tanques que es empleada para realizar una sintonización preliminar del controlador PI haciendo uso de la regla de Chien, Hrones y Reswick (Stefani y col, 2002).

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{0.0302}{s^2 + 0.183s + 0.0077} \quad (4)$$

Los resultados de la sintonización son $K_p = 6.07$ y $T_i = 16.41$.

Comentario 1: Con estos valores de los parámetros del controlador PI, la salida de la bomba $z(t)$ alcanza un valor máximo de 90 V y un valor mínimo de -50 V, por lo que se encuentra más allá de la capacidad tecnológica de la bomba ([0, 22] V, ver Tabla 1).

Paso 2: Se simula el sistema de control a lazo cerrado con el controlador PI sintonizado utilizando los valores computados en el paso (1), no se incorpora la restricción de amplitud del actuador y se considera el modelo lineal del sistema de tanques (4). Bajo estas condiciones se observa un tiempo de establecimiento igual a $t_s = 60$ s.

Paso 3: El tiempo final de simulación que se empleará en la optimización se selecciona como $t_f = 80$ s ($t_f > t_s$).

Paso 4: La zona activa de la bomba se aprecia en la Fig. 4 y es descrita por la ecuación

$$u(t) = z(t), 0 \leq z(t) \leq 22 \quad (5)$$

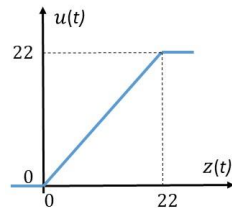


Fig. 4. Zona activa de la bomba (actuador).
(Active zone of the pump (actuator))

Comentario 2: Si en la zona activa, el actuador es descrito por una serie de puntos (z_i, u_i) obtenidos experimentalmente, podrían aproximarse mediante una función de interpolación de *Matlab*, por ejemplo, *spline*. En otras palabras, si la zona activa es $z^- \leq z \leq z^+$ y se conocen los puntos $[(z_1, u_1), (z_2, u_2), (z_3, u_3)]$. El actuador se podría programar en *Matlab* con el siguiente código:

```
val_z = [z1, z2, z3]; val_u = [u1, u2, u3];
if < z^-
u = u^-;
elseif z > u^+
u = u^+;
else
u = spline(val_z, val_u, z);
```

Paso 5: Las ecuaciones de estado del modelo no lineal del sistema de tanques (1), luego de reemplazar por los valores numéricos de los parámetros, resultan en

$$\dot{x}_1(t) = -0.904\sqrt{x_1(t)} + 0.258u(t) \quad (6)$$

$$\dot{x}_2(t) = 0.904\sqrt{x_1(t)} - 0.508\sqrt{x_2(t)} \quad (7)$$

La ecuación de salida viene dada por

$$y(t) = x_2(t) \quad (8)$$

Paso 6: El error de seguimiento, al usar (8) se computa como

$$e(t) = r(t) - y(t) = r(t) - x_2(t) \quad (9)$$

Para representar matemáticamente en variables de estado el controlador PI se incorpora la variable de estado $x_3(t)$ y de esta manera puede modelarse a través de las ecuaciones

$$\dot{x}_3(t) = \frac{1}{T_i} e(t) \quad (10)$$

$$z(t) = K_p [e(t) + x_3(t)] \quad (11)$$

Tabla 2. Algoritmo de diseño.
(Design algorithm)

Paso 1	Determinar unos valores preliminares de K_p y T_i para el controlador PI usando alguna regla de sintonización convencional. Por ejemplo: (Chien y col, 1952; Cohen y Coon, 1953; Ziegler y Nichols, 1942). Estos valores se emplearán para inicializar el procedimiento de optimización programado en el paso (8).
Paso 2	Computar el tiempo de establecimiento t_s (<i>Settling time</i>) del sistema de control a lazo cerrado empleando el controlador PI con los parámetros computados en el paso (1).
Paso 3	Definir un tiempo final $t_f > t_s$ que será usado posteriormente en el programa de optimización de los parámetros del controlador PI.
Paso 4	Aproximar el comportamiento del actuador no lineal en su zona activa.
Paso 5	Modelar la planta no lineal empleando n variables de estado.
Paso 6	Modelar el controlador PI incorporando la variable de estado $x_{n+1}(t)$.
Paso 7	Modelar el índice de desempeño como la integral de una función del error de seguimiento $e(t)$ (Tabla 3) agregando la variable de estado $x_{n+2}(t)$.
Paso 8	Desarrollar el modelo computacional (programa) de optimización.
Paso 9	Ejecutar el programa.
Salida	Los valores de K_p y T_i suministrados por el programa del paso (8) minimizan el índice de desempeño del paso (7) para la planta no lineal del paso (5) y el actuador definido en el paso (4).

Paso 7: En este trabajo se consideran criterios de desempeño expresados como la integral del error de seguimiento. La Tabla 3 presenta una selección típica de los criterios que

pueden emplearse (Kirk, 2004). Los criterios ISE e IAE minimizan el error cuadrático y el valor absoluto del error. ITSE, ITAE, ISTAE e ISTSE incorporan ponderación a través de la variable tiempo a fin de penalizar los errores que ocurren posteriormente en la respuesta temporal. ISTAE e ISTSE proporcionan una mayor penalización que los criterios ITSE e ITAE.

Tabla 3. Índices de desempeño típicos.
(Typical performance indices)

Criterio	Criterio de desempeño
ISE	$J_{ISE}(e) = \int_0^{\infty} e^2(t)dt$
IAE	$J_{IAE}(e) = \int_0^{\infty} e(t) dt$
ITAE	$J_{ITAE}(e) = \int_0^{\infty} t e(t) dt$
ITSE	$J_{ITSE}(e) = \int_0^{\infty} te^2(t)dt$
ISTAE	$J_{ISTAE}(e) = \int_0^{\infty} t^2 e(t) dt$
ISTSE	$J_{ISTSE}(e) = \int_0^{\infty} t^2e^2(t)dt$

Tabla 4. Códigos elaborados en Matlab.
(Matlab computer programs)

<pre> % ***** % Programa optimiza1 % Utiliza la función controladorpi % ***** % Definición del intervalo de tiempo % de optimización clear; t0 = 0; tf = 80; % Valores iniciales de las 4 variables de estado x0 = [0 0 0 0]'; % Variable que lleva el registro de las simulaciones i = 1; for Ks = 0.1:0.05:8 % Intervalo de búsqueda de la ganancia proporcional tt(i) = i; % Número de la simulación Kp(i) = Ks; % Valor de Kp empleado en la simulación i f = @(t, x) controladorpi(t,x,Ks); [t,x] = ode45(f,[t0 tf],x0); % Cómputo del criterio IAE Intervalo = length(x(:,4)); IAE(i) = x(Intervalo,4); i = i+1; % Incremento del contador de simulaciones end % Gráfica de la evolución del valor del criterio IAE para las % diferentes simulaciones plot(tt, IAE); xlabel('Número de simulación'), ylabel('IAE') % Valor mínimo del criterio IAE [M, j] = min(IAE); disp('Valor mínimo de IAE ='); disp(M); % Valor de Kp que minimiza criterio IAE disp('Valor de Kp ='); disp(Kp(j)); </pre>	<pre> % ***** % Función controladorpi % Recibe las cuatro variables de estado (sistema de tanques, % controlador PI y criterio IAE) % Genera el valor óptimo de Kp % ***** function xder = controladorpi(t,x,K) % Valor de Ti y punto de ajuste de la referencia Ti = 16.41; invTi = (1/Ti); r = 15; % Desarrollo del modelo del sistema de control % Inicialización de las 4 variables de estado: dos modelo sistema % de tanques, una del controlador PI y una del índice de % desempeño IAE. xder = zeros(4,1); % Ecuación diferencial para el nivel tanque 2 xder(2) = 0.904.*sqrt(x(1)) - 0.508.*sqrt(x(2)); e = r - x(2); % Señal de error % Salida z del controlador PI con x(3) variable de estado % interna del controlador PI z = K * (e + x(3)); % Modelo del actuador if z < 0 u = 0; elseif z > 22 u = 22; else u = z; end; % Ecuación diferencial para el nivel tanque 2 xder(1) = -0.904.*sqrt(x(1)) + 0.508.*u; xder(3) = invTi*e; % Índice de desempeño IAE xder(4) = abs(e); </pre>
---	---

Por ejemplo, si se desea modelar el criterio IAE se hace $\dot{x}_4(t) = |e(t)|$ por lo que $x_4(t) = \int_0^t |e(\tau)| d\tau$ y de esta forma $\lim_{t \rightarrow \infty} [x_4(t)] = IAE$. En la implementación, por razones prácticas se considera

$$IAE \approx x_4(t_f) \quad (12)$$

Con t_f el tiempo final computado en el paso (3).

Paso 8

Los programas desarrollados se recogen en la Tabla 4. El programa *optimiza1* se elabora en *Matlab* a través de un archivo *m-script*. Se emplea la instrucción *ode45* para resolver las ecuaciones diferenciales. El programa *optimiza1* utiliza la función *controladorpi* definida a su vez mediante una función anónima (@) y mantiene fijo T_i en el valor obtenido en el paso (1) mientras efectúa la búsqueda de un valor óptimo de K_p , minimizando (12) y restringiendo la operación del actuador a su zona activa. El programa *optimiza2* no se muestra, porque es esencialmente igual al anterior, pero manteniendo fijo K_p en el valor óptimo obtenido por *optimiza1*, mientras realiza la búsqueda del valor óptimo del parámetro T_i .

Paso 9: La Tabla 5 muestra los resultados de los parámetros del controlador PI de la Fig. 3 cuando se ejecutan los distintos modelos computacionales discutidos en el paso (8).

Tabla 5. Valores de K_p y T_i suministrados por los programas *optimiza1* y *optimiza2* en el paso (8).
(Values of K_p and T_i supplied by the *optimiza1* and *optimiza2* programs in step (8))

Programa	Valor de K_p	Valor de T_i
optimiza1	0.98	16.41
optimiza2	0.98	16.64

El programa *optimiza1* se inicializa en el valor de T_i computado en el paso (1) y la búsqueda del valor óptimo de K_p (minimiza índice de desempeño del paso (7)) se efectuó en el intervalo $0.1 \leq K_p \leq 8$ resultando en $K_p = 0.98$. La Fig. 5 muestra la evolución del índice IAE para las distintas simulaciones llevadas a cabo en la zona de búsqueda.

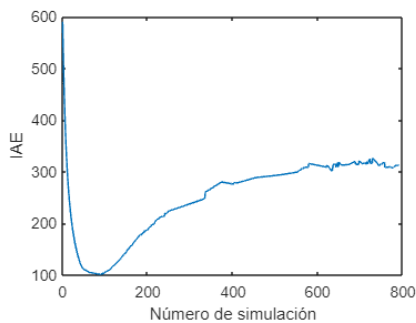


Fig. 5. Evolución del criterio IAE mientras se ejecuta el programa *optimiza1*. El valor mínimo es 101.78 y se alcanza para $K_p = 0.98$.

(Evolution of the IAE criterion while the *optimiza1* program is executed. The minimum value is 101.78 and is reached for $K_p = 0.98$)

El programa *optimiza2* se inicializa en el valor de K_p obtenido por *optimiza1* ($K_p = 0.98$) y la búsqueda del valor óptimo de T_i se efectuó en el intervalo $2 \leq T_i \leq 20$ resultando en $T_i = 16.64$. La Fig. 6 muestra el cambio del criterio de desempeño IAE en este caso.

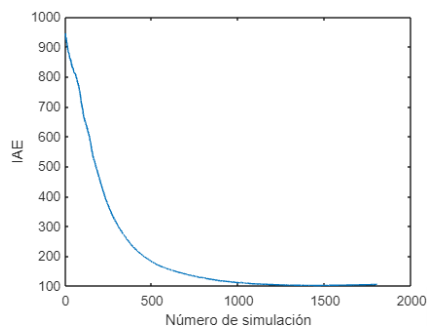


Fig. 6. Evolución del criterio IAE mientras se ejecuta el programa *optimiza2*. El valor mínimo es 101.68 y se alcanza para $T_i = 16.64$.

(Evolution of the IAE criterion while the *optimiza2* program is executed. The minimum value is 101.68 and is reached for $T_i = 16.64$)

Comentario 3: Puede ser necesario realizar algunas simulaciones (ejecuciones de los programas) antes de encontrar las zonas de búsqueda definitivas de los parámetros óptimos del controlador PI. El comportamiento de la evolución del criterio IAE (Figuras 5 y 6) es una gran ayuda para determinar estas zonas.

5 Resultados

En esta sección se comparan inicialmente simulaciones del desempeño del controlador PI sintonizado por la regla de Chien, Hrones y Reswick en el paso (1) (Tabla 2) con el controlador PI sintonizado de manera óptima empleando el algoritmo de diseño. Para la simulación se emplea el modelo no lineal del sistema de tanques acoplados (6 – 8).

Posteriormente, se implementan directamente los controladores en el sistema de tanques y se comparan los dos controladores PI (sin y con optimización) en base a su capacidad de seguimiento de una señal de referencia variable.

5.1 Simulaciones con el modelo no lineal

La Fig. 7 muestra el nivel del tanque 2 utilizando el modelo no lineal (6 - 8) del sistema de tanques, cuando se aplica el controlador PI estándar y cuando se emplea el controlador PI calculado a través del algoritmo de diseño propuesto, esto es, sintonizado en forma óptima e incorporando la restricción de amplitud de la bomba en el diseño. La Fig. 8 destaca este último punto, donde se aprecian las señales de control en ambos casos. Para el primero, se evidencia como la señal se satura, mientras que en el segundo siempre se encuentra dentro de los límites tecnológicos de la bomba.

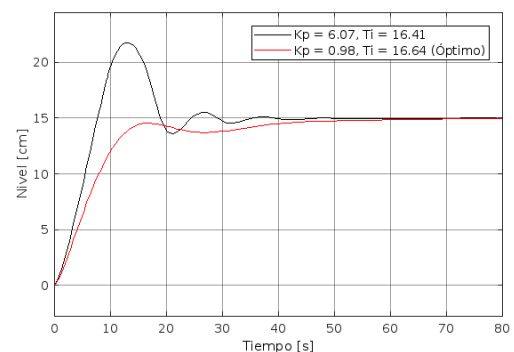


Fig. 7. Nivel en el tanque 2 para un controlador PI sin y con sintonización óptima y tomando en cuenta la restricción de amplitud de la bomba.

(Level in tank 2 for a PI controller without and with optimal tuning and taking into account the pump amplitude constraint)

5.2 Implementación en el sistema de tanques

La Fig. 9 considera el problema de seguimiento de una señal de referencia variable. En este caso se implementan en tiempo real los controladores PI sin y con sintonización óptima directamente en el sistema de tanques acoplados. La

Fig. 10 muestra las señales de control para esta implementación.

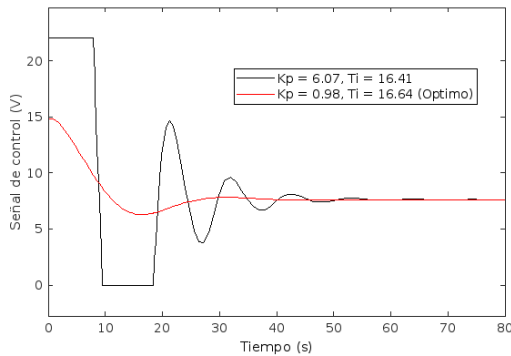


Fig. 8. Salida de la bomba cuando se emplea el controlador PI sin y con sintonización óptima.

(Pump output when using PI controller without and with optimal tuning)

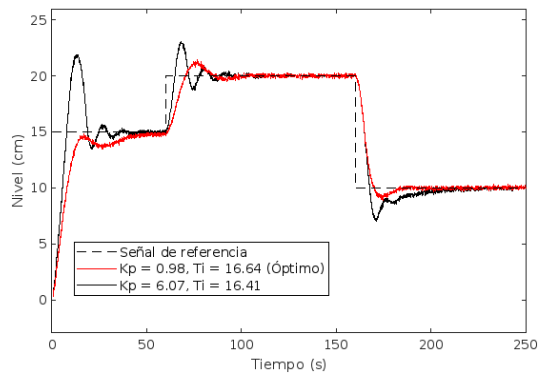


Fig. 9. Seguimiento de una señal de referencia variable al implementar los controladores PI sin y con optimización en el sistema de tanques acoplados.

(Tracking a variable reference signal when implementing PI controllers without and with optimization in the coupled tank system)

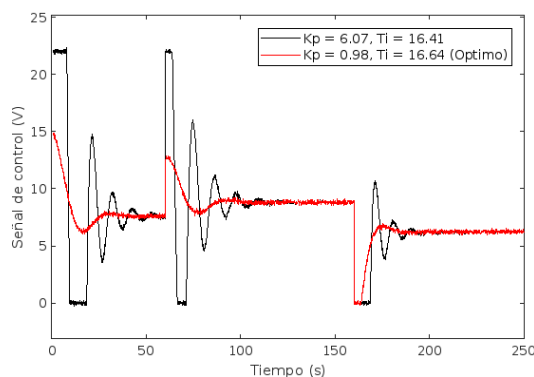


Fig. 10. Salida de la bomba en el sistema de tanques acoplados en la solución del problema de seguimiento de una señal de referencia variable considerando el controlador PI sin y con sintonización óptima.

(Pump output in the coupled tank system in the solution of the problem of tracking a variable reference signal considering the PI controller without and with optimal tuning)

A continuación se evalúa la capacidad de rechazo a perturbaciones de los controladores. A ese fin, se simula una

perturbación a través del experimento siguiente. El sistema de tanques inicia su operación conectado a través de la configuración estándar presentada en la Fig. 2 y se le permite alcanzar su nivel nominal (15 cm), en el instante $t = 100$ s se adopta la interconexión esquematizada en la Fig. 11, aquí la salida de la bomba alimenta a ambos tanques, luego en el instante $t = 200$ s se regresa al esquema de interconexión previo. Este experimento modela una perturbación con forma de trapezoides que opera en el intervalo de tiempo entre 100 y 200 segundos, ocasionando la disminución del flujo que ingresa al primer tanque y la aparición de un flujo directo en el segundo. La Fig. 12 ilustra el comportamiento del nivel en el segundo tanque en su respuesta a la perturbación, se evidencia como regresa al punto de operación original. La Fig. 13 muestra como es exigida la señal de control en este caso.

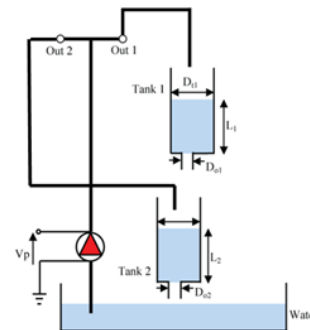


Fig. 11. Interconexión modificada del sistema de tanques para implementar una perturbación.

(Connection scheme of the coupled tanks system to create a disturbance that decrease the inlet to tank 1)

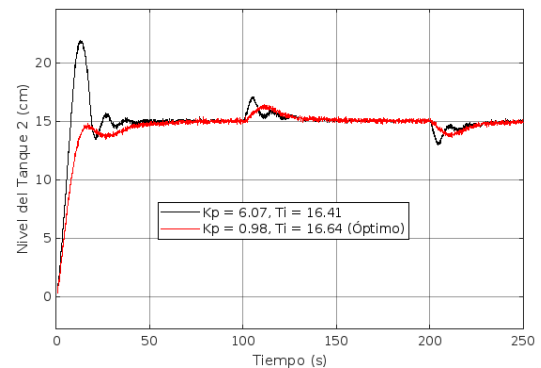


Fig. 12. Evaluación de la capacidad de rechazo a perturbaciones.

(Second tank closed-loop liquid level response for disturbance rejection)

Conclusiones

Un problema complejo como es la sintonización óptima de los parámetros de un controlador PI para un sistema no lineal tomando en cuenta las restricciones de amplitud del actuador puede ser formulado y resuelto numéricamente en una forma sistemática apoyándose en los recursos que ofrece el diseño asistido por computadora. El algoritmo de diseño propuesto, si bien no suministra elegantes soluciones

analíticas, puede ser extremadamente poderoso para aportar soluciones prácticas a problemas de control y de esta manera resolver problemas más realistas.

Agradecimientos

El primer autor agradece el apoyo brindado por el Programa de Investigación de la Universidad Metropolitana en Caracas, Venezuela a través del proyecto número PI-A-09-22-23.

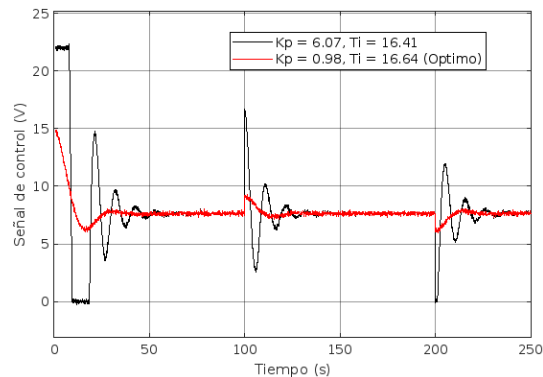


Fig. 13. Señal de control para el experimento de rechazo a perturbaciones. (Coupled-tank-system control signal for trapezoidal disturbance rejection)

Referencias


- Camacho, E. y Bordons, C. (2004a). *Model Predictive Control*. 2nd Edition. Springer Verlag.
- Camacho, E. y Bordons, C. (2004b). Control predictivo: pasado, presente y futuro. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, 1(3), pp. 5-28.
- Chien, K., Hrones, J. y Reswick, J. (1952). On the automatic control of generalised passive systems. *Transactions of the ASME*, pp. 175-185.
- Cohen, G. y Coon, G. (1953). Theoretical considerations of retarded control. *Transactions of the ASME*, pp. 827-834.
- Desborough, L. y Miller, R. (2002). Increasing customer value of industrial control performance monitoring: Honeywell's experience. In *6th International Conference on Chemical Process Control*, AIChE Symposium Series, (326), pp. 169-189.
- Gomes Da Silva, J. M., Fischman, A., Tarbouriech, S., Dion, J. M. y Dugard, L. (1997). Synthesis of state feedback for linear systems subject to control saturation by an LMI based approach. In *Proc. of the 2nd IFAC Symposium on Robust Control*, pp. 229-334, Budapest, Hungria.
- Grygiel, R., Bieda, R. y Blachuta, M. (2016). On significance of second-order dynamics for coupled tanks systems. In *Proc. of 21st International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics*, Poland.
- Gomes Da Silva, J.M., Tarbouriech, S. y Garcia, G. (2003). Local stabilization of linear systems under amplitude and rate saturating actuators. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 48(5), pp. 842-847.
- Hang, C., Åström, K. y Ho, W. (1991). Refinements of the Ziegler – Nichols tuning formula. *IEE Proceedings-D*, 138(2), pp. 111 – 118.
- Kirk, D. (2004). *Optimal Control Theory*, New York: Dover Publications Inc.
- Liu, G. y Daley, S. (2001). Optimal-tuning PID control for industrial systems. *Control Engineering Practice*, 9, pp. 1185 – 1194.
- Mantz, R. y Taconi, E. (1989). Complementary rules to Ziegler-Nichols: rules for a regulating and tracking controller. *International Journal of Control*, 49(5), pp. 1465 – 1471.
- Pessen, D. (1994). A new look at PID controller tuning. *Journal of Dynamic Systems, Measures and Control*, 116, pp. 53 – 557.
- Reinelt, W., y Canale, M. (2001). Robust control of SISO systems subject to hard input constraints. In *Proc. of the European Control Conference*, Porto, Portugal.
- Seborg, D., Edgar, T. y Mellichamp, D. (1989). *Process Dynamics and Control*. New York: Wiley.
- Stefani, R., Shahian, B., Savant, C. y Hostetter, G. (2002). *Design of Feedback Control Systems*. Oxford University Press, New York, pp. 225-230.
- Tarbouriech, S., Garcia, G. y Langouët, P. (2002). Controller design for linear systems with position and rate actuator saturation. In *Proc. of the IEE Conference on Control Applications*, Glasgow, Escocia.
- Tarbouriech, S., Prieur, C. y Gomes Da Silva, J.M. (2006). Stability analysis and stabilization of systems presenting nested saturation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 51(8), pp. 1364-1371.
- Tarbouriech, S. y Turner, M.C. (2009). Anti-windup design: an overview of some recent advances and open problems. *IET Control Theory Appl*, Vol 3(1), pp. 1-19.
- Teppa-Garran, P., Bravo, M. y Garcia, G. (2012). Control por rechazo activo de perturbaciones del nivel de líquido de un sistema de tanques acoplado. *Revista Faraute de Ciencia y Tecnología*, 7(1), pp. 10-18.
- Teppa-Garran, P. y Garcia, G. (2014). Active disturbance rejection control of a rotary flexible joint employing an optimal PI controller. *Journal Européen des Systèmes Automatisés*, 48(7-8), pp. 569-585.
- Teppa-Garran, P. y Garcia, G. (2017). Design of an Optimal PID controller for a coupled tanks system employing ADRC. *IEEE Latin America Transactions*, 15(2), pp. 189-192.

- Teppa-Garran, P. (2022). Optimal tracking of the water level for a coupled tank system using Linear Quadratic Regulator. *Tekhné*, 25(3), pp. 74-82.
- Teppa-Garran, P. Faggioni, M. y Garcia, G. (2023). Optimal tracking in two-degree-of-freedom control systems: Coupled tank system. *Journal of Applied Research and Technology*. 21(4), pp. 560 – 570.
- Teppa-Garran, P. y Faggioni, M. (2023). Seguimiento robusto del nivel de líquido en un sistema de tanques acoplados usando desigualdades lineales matriciales. *Tekhné*, 26(1), pp. 26-41.
- Turner, M. y Zaccarian, L. (Editores). (2006). Special issue: Anti-windup. *Int. Journal of Systems Science*, 38(2), pp. 65-139.
- Wang, F., Juang, W. y Chang, C. (1995). Optimal tuning of PID controllers for single and cascade control loops. *Chemical Engineering Communications*, 132, pp. 15 – 34.
- Zhuang, M. y Atherton, D. (1993). Automatic tuning of optimum PID controllers. *IEE Proceedings-D*, 140(3), pp. 216 – 224.
- Ziegler, J. y Nichols, N. (1942). Optimum settings for automatic controllers. *Transactions of the ASME*, 64, pp. 759 -768.

Recibido: 14 de febrero de 2023

Aceptado: 20 de junio de 2023


Pedro Teppa-Garrán; Ingeniero Electricista UNIMET, MSc Ingeniería Electrónica, USB. MSc Matemáticas, USB. PhD Sistemas de Control, Université Paul Sabatier, Francia. Postdoctorado en Sistemas de Control, LAAS – CNRS, Francia. Profesor Titular jubilado USB, Profesor Titular UNIMET.

 <https://orcid.org/0000-0001-6384-3185>

Gabriel El Gharib; Ingeniero Electricista UNIMET.

Correo electrónico:

gabriel.elgharib2017@unimet.edu.ve

 <https://orcid.org/0009-0006-6787-9998>

