

Caracterización de la actividad sísmica en la región andina utilizando técnicas no lineales

Characterization of the Andean region seismic activity using nonlinear techniques

Rivas^{1*}, Felvir; Elberg², Maria y Tucci³, Kay
Universidad de Los Andes

¹ Facultad de Ciencias, Departamento de Matemáticas

² Facultad de Ingeniería, Grupo de Investigación en Geología Aplicada

³ Facultad de Ciencias, SUMA-CeSiMo

*felvir11@yahoo.com

Recibido: 28-11-2007

Revisado: 08-09-2008

Resumen

El sistema de las fallas es considerado como un sistema dinámico. Caracterizaremos la actividad sísmica de la región andina utilizando técnicas no lineales donde se incluye la teoría de la criticalidad autoorganizada y el análisis de series temporales no lineales. Los datos utilizados en este estudio se tomaron del catálogo sismológico del Laboratorio de Geofísica de la Universidad de Los Andes el cual contiene 2120 eventos independientes (desde 1983 hasta 2005 en el área de estudio). Se utiliza la teoría de la criticalidad autoorganizada para caracterizar la dinámica mediante los parámetros: magnitud del evento sísmico y tiempo entre sismos. Utilizando el Teorema de Takens se reconstruye la dinámica del sistema en un espacio de fase de dimensión 25, utilizando un retardo óptimo de 10 unidades. Mediante el método de componentes principales se encontró que todos los autovalores del sistema son similares lo que indica que cualquier proyección del espacio de fases implicaría una pérdida importante de información del sistema. Los resultados obtenidos de la caracterización de la actividad sísmica de las fallas de la región andina indican que se requieren más datos para poder hacer una mejor reconstrucción de la dinámica.

Palabras clave: Sistema dinámico, criticalidad autoorganizada, teorema de Takens.

Abstract

The fault's behaves is considered like a dynamical system. We characterize the seismic activity of the Andean region using nonlinear technics likeself-organized criticality theory and nonlinear time series analysis. The data used on this study was taken on the seismological catalogue of the Geophysics Lab of the Universidad de Los Andes which has, in the study area, 2120 independent events (from 1983 to 2005 in the study area). In order to characterize the dynamic we use the self-organized criticality theory via two observables: seismic events magnitude and time between events. Using the Taken's Theorem, the system's dynamic is rebuilt in a 25 dimension phase space with an optimal delay of 10 units. Was found, through the principal components method, that the eigenvalues of the system are similar, therefore, any projection of the phase space will imply an important loss of the information of the system. The results obtained of the characterization of the seismic activity in the Andean Region of the fault's indicate that more data is required in order to do a better rebuild of the dynamical's system.

Key words: Dynamical system, self-organized criticality, Takens theorem.

1 Introducción

En la actualidad, aproximadamente un 80% de la población venezolana vive en zonas de alta amenaza sísmica,

variable que aumenta el nivel de riesgo, haciéndolo cada vez mayor a medida que se eleva el índice demográfico y las inversiones en infraestructura. En ocasiones hemos olvidado que la situación geográfica es un factor fundamental

al desarrollar construcciones, y no tomar en cuenta factores como la vulnerabilidad ante un sismo de gran intensidad, el cual puede ocasionar el colapso de instalaciones y por consiguiente numerosas muertes. Los sismos más severos ocurridos en Venezuela son causados por tres fallas: la de Boconó (Giegengack y Grauch, 1972) y las de San Sebastián y El Pilar que forman el límite principal entre la Placa del Caribe y la Placa de Sur América. Además de las fallas antes mencionadas, existen otras menores tales como: Oca-Ancón, La Victoria, Urica, entre otras, capaces de producir sismos importantes en Venezuela.

Los registros históricos de la actividad sísmica pueden ser vistos como una serie temporal de datos. Por lo general se utilizan métodos estadísticos (Fonseca, 2002; Rosbaco y col., 2004) para el estudio de este tipo de datos, pero recientemente se han desarrollado técnicas dinámicas (Bak, Tang y Tankens, 1993) para caracterizar estas series de datos. Nuestro objetivo es caracterizar la actividad sísmica de la región andina (los estados Táchira, Mérida y Trujillo) utilizando dos de las técnicas no lineales. La primera, la teoría de la criticalidad autoorganizada; esta permite caracterizar el comportamiento de variables macroscópicas del sistema dinámico cuando éste llega a su estado autoorganizado; y la segunda es el análisis de series de tiempo, que permite reconstruir la estructura dinámica del sistema. De esta forma aumentar el conocimiento que tenemos de este sistema sobre el que vivimos. Al utilizar métodos dinámicos suponemos que la serie de datos provienen de una dinámica, en este caso no lineal.

2 Criticalidad autoorganizada (Self-Organized Criticality (SOC))

La teoría de la criticalidad autoorganizada (Bak y col. 1987; Bak y col., 1988) fue desarrollada con el fin de explicar las propiedades invariantes de sistemas dinámicos complejos lejos del equilibrio. La hipótesis de la teoría es que hay sistemas dinámicos que evolucionan de modo natural hacia un estado crítico, y una vez que han llegado a él exhiben una propiedad muy característica: una perturbación pequeña puede desencadenar respuestas de diversa magnitud, desde una respuesta pequeña, que no modifica sustancialmente el estado del sistema, hasta una respuesta extrema, que provoque el colapso total del mismo.

La teoría de la criticalidad autoorganizada, llamada a veces teoría de la complejidad, se desarrolló de manera muy próxima a la teoría del caos (Gleick y col., 1988; Lorenz, 1993). Al igual que la teoría del caos, la teoría de la criticalidad autoorganizada postula “cataclismo, cambio y enormes consecuencias derivadas de eventos aparentemente triviales, y aun así con una ley muy profunda escondida tras ellos”. La criticalidad autoorganizada es una teoría usada para describir sistemas dinámicos que tienen puntos críticos que son atractores extraños. Los fenómenos críticos autoorganizados pueden observarse en sistemas en desequilibrio con grados de libertad extendidos y con no-linealidades. No

hay que olvidar que la criticalidad autoorganizada es sólo uno de los tantos mecanismos por los que se obtiene una dinámica con escala invariante, esto es, dinámicas que siguen leyes de potencia.

Como estamos suponiendo que el sistema de las fallas se comporta como un sistema crítico autoorganizado (Bak, y col., 2002), nuestros objetivos es ajustar algunos de los parámetros de la dinámica de las fallas como: la magnitud, la profundidad y el tiempo entre sismos, a leyes de potencia y así hallar los exponentes característicos de las mismas. Para el cálculo del exponente de la ley de potencia que gobierna a algunos parámetros construimos los histogramas de la probabilidad de frecuencia de cada uno de ellos y luego ajustamos la ley de potencia,

$$P(x) \approx x^{-\beta} \quad (1)$$

al histograma, donde, $P(x)$ representa la probabilidad de observar el valor x , y β es el exponente que caracteriza a la ley de potencia.

La escogencia del número de intervalos para construir el histograma de frecuencias es fundamental. Si se escoge un número muy pequeño de intervalos se tendrá pérdida de información, por otra parte, si el número de intervalos es muy grande habrá muchos intervalos vacíos. En ambos casos la aproximación del exponente, β , sería inadecuada. Así, el número de intervalos para construir el histograma será el mayor número que presente la menor cantidad de intervalos vacíos.

2.1 Magnitud

Los datos de la magnitud recopilados en el catálogo (LGULA), son 2004 comprendidos en el período 1983-2006. El histograma de la magnitud, para el número de eventos reportados de la región de los Andes, se muestra en la Fig. 1.

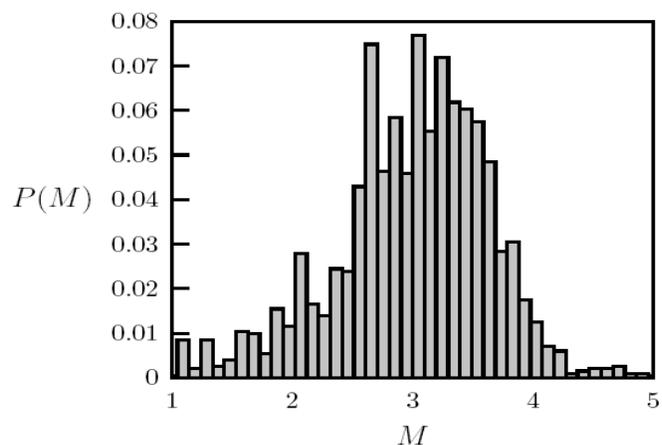


Fig. 1. Histograma de la magnitud, $P(M)$, entre 1983-2006.

Se puede observar que la máxima probabilidad se tiene para los eventos de magnitud 3, ya que al disminuir la magnitud, el número de eventos aumenta, y la proporción de eventos localizables disminuye. También se puede observar que los datos no tienen registros de eventos con magnitud $M < 0.9$. En consecuencia no podemos realizar el análisis con todos los datos del catálogo, pues no fue sino hasta mediados del año 1989 que se empezaron a registrar los eventos con magnitud $M < 2.5$, es por ello que el análisis lo realizamos con los 1091 datos de magnitud $M \geq 3$, que fueron registrados durante todo el período.

La Fig. 2 muestra el histograma de la magnitud, $P(M)$, contra la magnitud, M , con el eje Y en escala logarítmica. Note que la recta:

$$\log(P(M)) \approx \beta_M M + C_m \quad (2)$$

ajusta a los datos. El exponente obtenido en el ajuste es: $\beta_M = -2.7 \pm 0.2$. Hay que recordar que la magnitud corresponde al logaritmo de la energía y por eso β_M es nuestro exponente a pesar de estar multiplicando a M y no elevándolo.

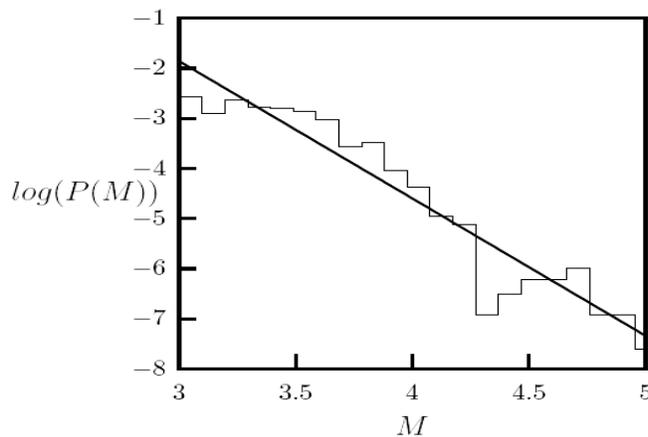


Fig. 2. Histograma de la magnitud ajustado a una ley de potencia. La línea recta representa a la recta que mejor ajusta a los datos.

2.2 Profundidad

Los datos de la profundidad entre el periodo 1983-2006 son 1027. En la Fig. 3 se muestra el histograma para la profundidad.

Se puede observar que los eventos registrados tienen profundidades entre los 0 y los -30 km. A diferencia de los datos de la magnitud, los datos de la profundidad no están sesgados, ya que la distribución de eventos depende de la petrología de la corteza, y de la dependencia de los valores de presión y temperatura en las rocas con respecto a la profundidad.

Teniendo en cuenta lo anterior, se puede decir que el sistema de la falla de Boconó presenta una profundidad ca-

racterística de $p = -7 \pm 2$ km. Por esta razón no tiene sentido calcular el exponente de la ley de potencia, pues la profundidad, como era de esperarse, no depende del comportamiento dinámico de la falla de Boconó sino de su geometría y ubicación en el espacio.

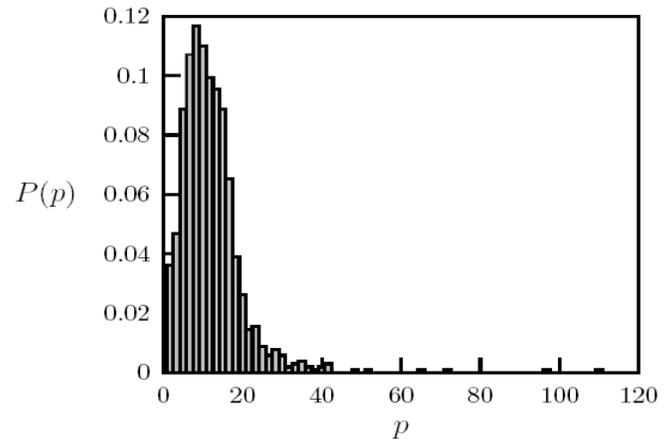


Fig. 3. Distribución de probabilidades de la profundidad.

2.3 Tiempo entre sismos

Por las mismas razones expuestas en la sección 2.1 para eliminar el sesgo introducido por la forma como se tomaron los datos, el tiempo entre sismos, medido en minutos, que vamos a considerar es el tiempo que corresponde a los eventos con magnitud $M \geq 3$, así tenemos 1090 datos independientes.

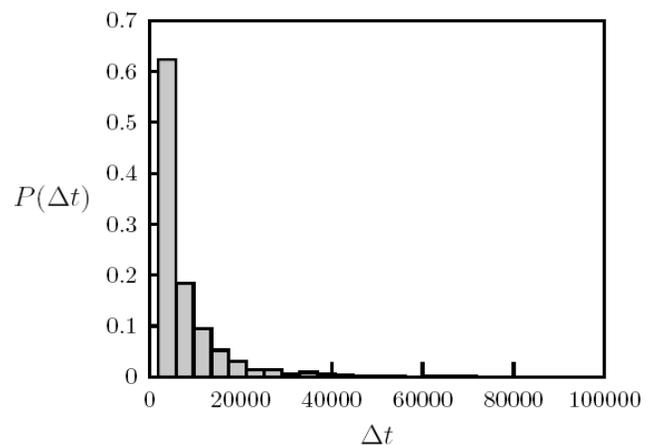


Fig. 4. Distribución de probabilidades para el tiempo entre sismos para eventos con $M \geq 3$.

El histograma de la distribución de probabilidades para el tiempo entre sismos se puede ver en la Fig. 4, donde se observa que la probabilidad máxima se tiene para tiempos entre sismos, Δt , pequeños.

La Fig. 5 muestra el histograma del tiempo entre sis-

mos, $P(\Delta t)$, contra el tiempo entre sismos, Δt , con ambos ejes en escala logarítmica.

Note que se obtiene un buen ajuste a la ley de potencia, representada por la recta, conocida como la relación de Gutenberg-Richter, (Lay y Wallace, 1995; Stein y Wysession, 2003),

$$\log(P(\Delta t)) = \beta_{\Delta t} \Delta t + C_{\Delta t} \quad (3)$$

donde, el exponente obtenido es: $\beta_{\Delta t} = -1.7 \pm 0.1$

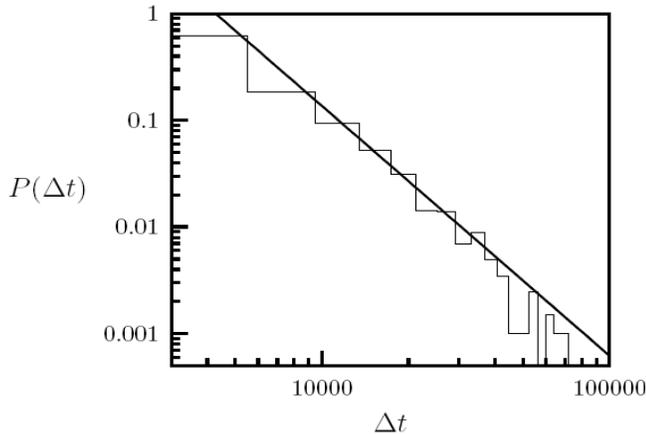


Fig. 5. Histograma del tiempo entre sismos ajustado a una ley de potencia. La línea recta representa la ley de potencia que mejor se ajusta a los datos.

3 Series de tiempo

Para la reconstrucción del atractor del sistema mediante el análisis de series de tiempo de dinámicas no lineales (Clinton, 2003; Casdagli, 1989) se utilizara el Teorema de Takens (Takens, 1981; Takens, 1993), el cual requiere del cálculo de la dimensión de embedding mínima y del tiempo de retraso.

3.1 Elección de la dimensión de embedding mínima

Por los resultados obtenidos en la sección 2, para el estudio de la dimensión de embedding mínima se tomaron en cuenta los parámetros magnitud y tiempo entre sismos ya que, a diferencia de la profundidad, ambos mostraron que siguen una dinámica crítica autoorganizada.

Para el cálculo de la dimensión de embedding se utilizó el método de falsos vecinos (Kantz y Schreiber, 1997) que busca la dimensión, d , mínima para la cual la fracción de falsos vecinos, fnn , sea también mínima. Los cálculos se realizaron con distintos valores del umbral ($Rtol$) y distintos retardos (τ). En la Fig. 6 se muestra la fracción de falsos vecinos, fnn , del parámetro magnitud en función de la dimensión de embedding, d , para algunos valores del umbral, $Rtol$, y del retardo, τ . Observe que mientras hay curvas que no cortan al eje X, en este caso mostramos las obtenidas con $Rtol = 0.8$, $\tau = 5$ y $Rtol = 1.0$, $\tau = 10$; existen curvas

que si lo cortan, las obtenidas con $Rtol = 1.2$, $\tau = 10$ y $Rtol=2.0$, $\tau = 10$. Como existen varios pares ($Rtol$, τ) para los que $fnn=0$, usamos como criterio de selección de la dimensión de embedding, d_M , aquella que tenga el umbral $Rtol$ más pequeño. Así tenemos que la dimensión de embedding para la magnitud es $d_M = 25$, pues es la curva con el menor valor umbral $Rtol$ para la cual el porcentaje de falsos vecinos, fnn , en el espacio de fases d -dimensional es nulo.

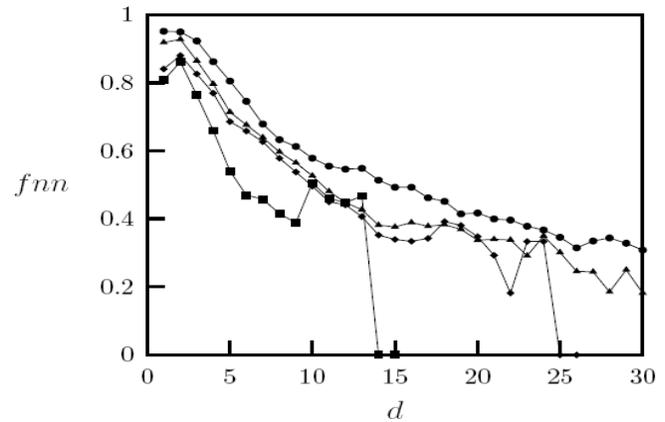


Fig. 6. Fracción de falsos vecinos, fnn , vs dimensión de embedding, d , para la serie de tiempo M. ● $Rtol=0.8$ y $\tau=5$, ▲ $Rtol=1.0$ y $\tau=10$, ◆ $Rtol=1.2$ y $\tau=10$, ■ $Rtol=2.0$ y $\tau=10$.

Por otra parte, la Fig. 7 muestra algunos de los resultados obtenidos al aplicar el método de falsos vecinos al tiempo entre sismos, Δt , para distintos valores del umbral, $Rtol$, y distintos retardos, τ .

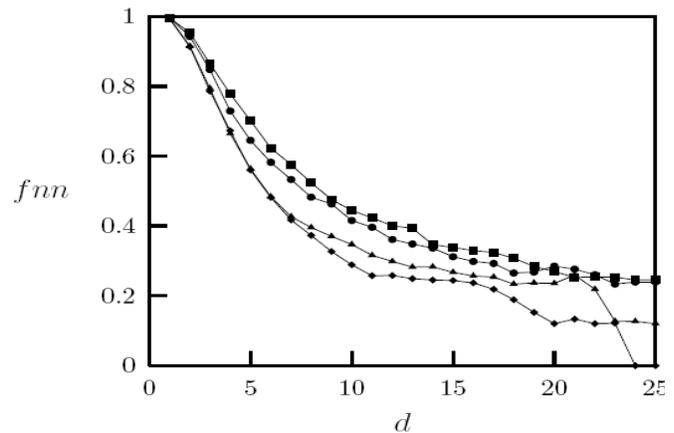


Fig. 7. Fracción de falsos vecinos, fnn , vs dimensión de embedding, d , para la serie de tiempo Δt . ● $Rtol=1.2$ y $\tau=15$, ▲ $Rtol=1.8$ y $\tau=15$, ◆ $Rtol=2.0$ y $\tau=25$, ■ $Rtol=1.0$ y $\tau=10$.

En este caso, la dimensión de embedding mínima es $d_{\Delta t} = 24$, ya que $Rtol = 2.0$ es el menor valor umbral para el que se tiene que la curva de la dimensión, d , vs la fracción de falsos vecinos, fnn , corta al eje de las X, pues para valores de $Rtol < 2.0$ y cualquier τ , se obtienen dimensiones mayores a $d_{\Delta t} = 24$.

3.2 Elección del tiempo de retraso

Para calcular el valor adecuado de τ , que usaremos luego en la reconstrucción del atractor mediante el Teorema de Takens, se puede utilizar tanto la función media de información mutua:

$$I_\tau = \sum_{x_t, x_{t+\tau}} P(x_t, x_{t+\tau}) \log_2 \frac{P(x_t, x_{t+\tau})}{P(x_t)P(x_{t+\tau})} \quad (4)$$

donde, x_t es una medición extraída de un conjunto A y $x_{t+\tau}$ es una medición extraída de un conjunto B, $P(x_t, x_{t+\tau})$ es la densidad de la probabilidad conjunta de que mediciones de A y B resulten en valores x_t y $x_{t+\tau}$. $P(x_t)$ y $P(x_{t+\tau})$ son las densidades de probabilidad individuales para las mediciones de A y B. Como también se puede utilizar la función de autocorrelación:

$$C_\tau = \sum_t (x_t - \bar{x})(x_{t+\tau} - \bar{x}) \quad (5)$$

donde, x_t es una medición en el tiempo t y \bar{x} es su valor esperado. Al usar la función media de información, I_τ , el primer mínimo representa el retardo óptimo τ ; en cambio, para estimar el valor de τ con la función de autocorrelación, C_τ , el criterio es que τ corresponda al valor del primer cero de la función.

La Fig. 8 muestra las gráficas de la función de autocorrelación, C_τ , y la función media de información mutua, I_τ , de los datos correspondientes a la magnitud.

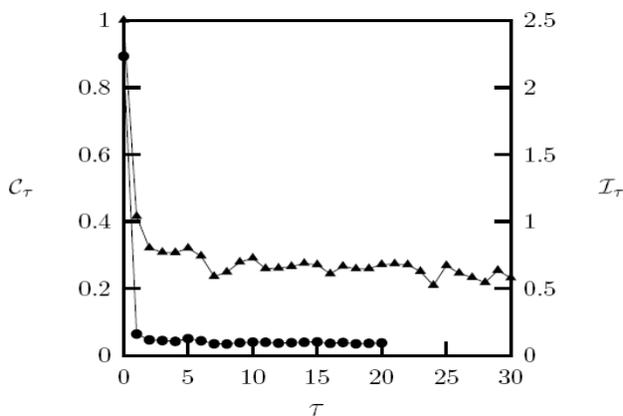


Fig. 8. La curva con ▲ es la función de autocorrelación, en el eje Y de la izquierda, y la de ● es la función media de información mutua, en el eje Y de la derecha, para la serie de tiempo.

Note que a pesar de que el primer mínimo de la función media de información mutua se encuentra en $\tau = 7$ se decidió tomar el segundo mínimo que se encuentra en $\tau=10$, porque este último concuerda con el retardo del cálculo de la dimensión de embedding, d , que realizamos en la sección anterior. También se puede observar de la Fig. 8, que la

función de autocorrelación no corta al eje X por lo que el criterio de utilizar el primer cero de la misma falla.

La Fig. 9 muestra la función media de información mutua y la función de autocorrelación para el parámetro Δt . Para este parámetro la función media de información, I_τ , tiene un mínimo cerca de $\tau = 10$, igualmente en este caso el criterio de la función de autocorrelación, C_τ , no se cumple. Así que establecemos el retardo $\tau = 10$, porque concuerda con el utilizado para el cálculo de la dimensión de embedding, y se ajusta bastante bien al criterio de la función media de información mutua para ambos parámetros, magnitud, M , y tiempo entre sismo Δt .

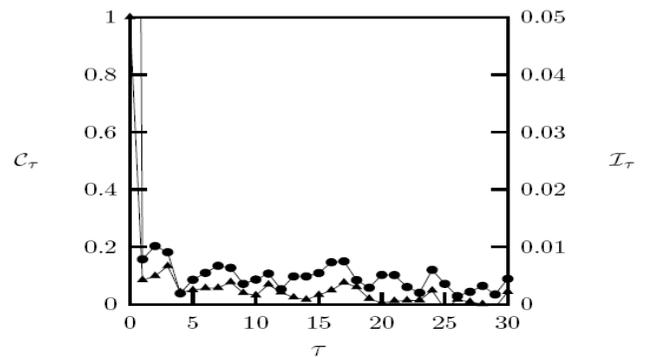


Fig. 9. La curva con ▲ es la función de autocorrelación, en el eje Y de la izquierda, y la de ● es la función media de información mutua, en el eje Y de la derecha, para la serie de tiempo Δt .

3.3 Componentes principales

Con la estimación del tiempo de retraso $\tau = 10$ y una dimensión de embedding de $d = 25$ podemos reconstruir la dinámica del sistema usando el Teorema de Takens. Una dimensión de embedding $m=25$ indica que el sistema es de alta dimensionalidad. Al utilizar el método de componentes principales (Jolliffe, 1986) para intentar encontrar un subespacio de dimensión menor que $m=25$, tal que al proyectar sobre él los puntos conserven su estructura con la menor distorsión posible se obtienen el espectro de autovalores de la Fig. 10, ordenados según el número de componente principal para la serie de tiempo M .

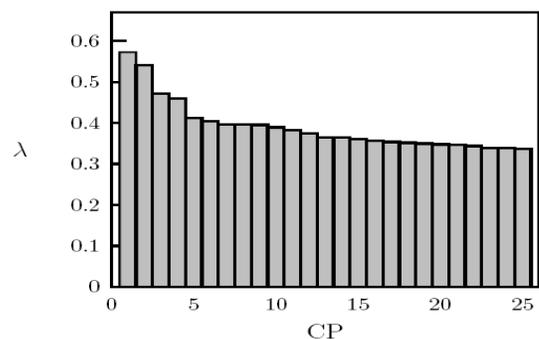


Fig. 10. Representación de los autovalores, λ , vs el número de componentes principales, CP, para la serie de tiempo M .

La Fig. 11 muestra los autovalores del sistema reconstruido a partir de la serie de tiempo Δt también ordenados según el número de componente principal. Note que en ambos casos no existe una diferencia significativa entre las magnitudes de los autovalores.

Ahora bien, como la idea del método de las componentes principales es el de excluir a aquellas dimensiones asociadas a autovalores pequeños, en comparación con el autovalor mayor del sistema, podemos afirmar por lo que muestran las Figs 10 y 11 que no es posible reducir el número de dimensiones, ya que todos los autovalores son similares tanto para la serie de tiempo M como para la serie de tiempo Δt . Debido a esto no podemos graficar en el espacio de fases la dinámica del sistema de las fallas entre los estados Táchira, Mérida y Trujillo sin que haya una pérdida importante de información.

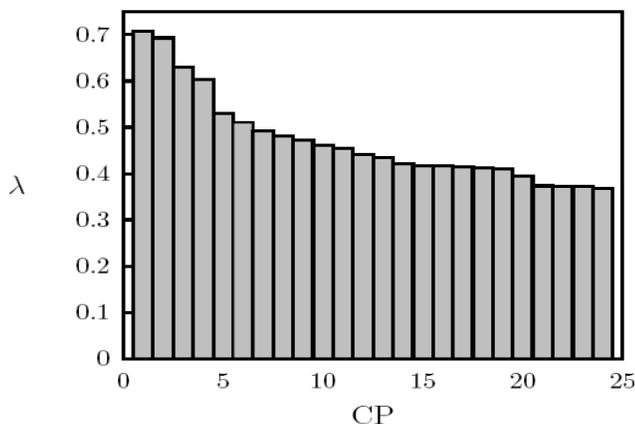


Fig. 11. Representación de los autovalores, λ , vs el número de componentes principales, CP, para la serie de tiempo Δt .

4 Conclusiones

En este trabajo se logró caracterizar la actividad sísmica de las fallas entre los estados Táchira, Mérida y Trujillo mediante la aplicación de la teoría de la criticalidad autoorganizada y el análisis de series de tiempo de dinámicas no lineales. Se encontró el exponente β de la ley de potencia que siguen los terremotos considerando la magnitud y el tiempo entre sismos. También se determinó que la distribución de eventos para la profundidad depende de la petrología de la corteza, y de la dependencia de los valores de presión y temperatura en las rocas con respecto a la profundidad.

Para la magnitud se obtuvo $\beta_M = -2.7 \pm 0.2$ y para el tiempo entre sismos $\beta_{\Delta t} = -1.7 \pm 0.1$. El valor del exponente de la magnitud, β_M , es mayor de lo esperado, pues la constante β es cercana a 1. Esto se debe a que el número de datos con los que trabajamos es pequeño y a que el boletín contiene información de eventos ocurridos en los estados Zulia y Falcón e incluso, en Colombia, lo cual introduce sesgos en los resultados ya que la capacidad de la red

sismológica para localizar eventos en esas áreas se reduce considerablemente para eventos de magnitud pequeña. Por otra parte, la mayor parte de los eventos ocurridos en el área ocupada por los Andes Merideños (Táchira, Mérida, Trujillo, parte de Lara y de Barinas) para la cual la red tiene una cobertura relativamente buena, no corresponden a la falla de Boconó, sino a numerosas fallas de menor tamaño. Por ello, el análisis descrito en el artículo en consideración correspondería más bien a la actividad sísmica de los Andes Merideños que a dicha falla. Como al parecer la actividad sísmica de las fallas presentan un comportamiento SOC, la información suministrada por los eventos de baja magnitud es tan valiosa como aquella aportada por los de magnitudes grandes.

Por otra parte se reconstruyó el espacio de fases, utilizando el Teorema de Takens, se determinó una dimensión de embedding de $d = 25$ y un tiempo de retraso de $\tau = 10$. Mediante el método de componentes principales se encontró que todos los autovalores del sistema son similares lo que indica que cualquier proyección del espacio de fases implicaría una pérdida importante de información del sistema.

Los resultados obtenidos de la caracterización de la actividad sísmica de las fallas de la región andina nos indican que se requieren más datos para poder hacer una mejor reconstrucción de la dinámica. La misma caracterización nos sugiere dos vías para contar con más datos, la primera consiste en utilizar catálogos sísmológicos de otras regiones que posean características similares a las obtenidas en este trabajo, y la segunda alternativa es la construcción de un modelo de la dinámica del sistema que se ajuste a los resultados aquí obtenidos.

Referencias

- Bak P, Tang C y Wiesenfeld K, 1987. Self-organized criticality: An explanation of $1/f$ noise. *Phys. Rev. Lett.* 59, 381-384.
- Bak P y col., 1988, Self-organized criticality, *Physics. Rev. A* 38:364-374.
- Bak P y Tang C, 1989, Earthquakes as a self-organized critical phenomenon, *Geophys. Res.* 94: 15635-15637
- Bak P, Christensen M, Danon L y Scanlon T, 2002, Unified scaling law for earthquakes. *Phys. Rev. Lett.* 88, 170581.
- Casdagli M, 1989, Nonlinear prediction of chaotic time series, *Physics D*, 35, 335-356.
- Clinton J, 2003, *Chaos and time-series analysis*, Oxford University Press.
- Fonseca L, 2002, Aplicación de métodos estadísticos multivariantes para la caracterización de canteras de áridos. Congreso Regional de Ciencia y Tecnología, Universidad Nacional de Catamarca.
- Giegegack R y Grauch R, 1972, Boconó fault, Venezuelan Andes (discussion). *Science*, 175: 558-560.
- Gleick J, 1988, *Chaos: Making a new science*. Penguin Books, New York.

- Jolliffe I, 1986, Principal component analysis, Springer, New York.
- Kantz H y Schreiber T, 1997. Nonlinear time series analysis, 2da edición.
- Lay T y Wallace T, 1995, Modern global seismology, U.S.A. Academic Press. 521 pp.
- (LGULA), Laboratorio de Geofísica de la Universidad de Los Andes, <http://lgula.ciens.ula.ve>.
- Lorenz E, 1993, The essence of chaos. University of Washington Press, New York.
- Rosbaco I, Bisaro V, Romagnoli M y Martignone R, 2004, Métodos estadísticos para la caracterización de ambientes climáticos y evaluación de respuestas de cultivos de soja, Revista de Investigaciones de la Facultad de Ciencias Agrarias. Número VI, Zavalla, Santa Fe, Argentina.
- Stark J, 1999, Delay embedding of forced systems: I Deterministic forcing. Journal of Nonlinear Science 9, 225-332.
- Stein S y Wysession M, 2003, An Introduction to seismology, earthquakes, and earth structure, Blackwell Science Inc; 1st edition, 498 pp.
- Takens F, 1981, Detecting strange attractors in turbulence, en Dynamical systems and turbulence, Lecture Notes in Mathematics 898, (D. Rand y L.Young, Eds.), Springer-Verlag, Berlin.
- Takens F, 1993, Detecting nonlinearities in stationary time series, International Journal of Bifurcation and Chaos, Vol. 3, No. 2, 241-256.

