Análisis no lineal de cojinetes de anillo flotante

Nonlinear analysis of floating ring bearings

Ruiz, Rafael; Díaz, Sergio; di Liscia, Marcelo y Castro, Ricardo
Laboratorio Dinámica de Máquinas. Universidad Simón Bolívar
Sartenejas, Venezuela
*rruiz@usb.ve

Recibido: 07-03-2007 Revisado: 18-09-2008

Resumen

La demanda de motores con mayor potencia de salida y mejor eficiencia ha obligado al desarrollo de dispositivos auxiliares tales como los turbocargadores. En pequeños turbocargadores, el comportamiento del rotor es complejo debido a que ellos usan cojinetes de anillo flotante o FRB (según sus siglas en inglés) que tienen dos películas hidrodinámicas de aceite en serie en cada soporte. Es imposible para los métodos de análisis lineales obtener la respuesta del sistema satisfactoriamente, ya que las fuerzas ejercidas por los FRBs sobre el rotor son no-lineales. Las aproximaciones empíricas son usadas, pero los repetidos experimentos son costosos y consumen mucho tiempo. El presente trabajo consistió en elaborar una herramienta computacional, que realice análisis y diseño rotodinámicos de sistemas no-lineales. Se ejecutaron pruebas computacionales con un modelo complejo del rotor junto con un modelo analítico aproximado y un modelo en elementos finitos de los FRBs, variando los parámetros de control. De esta manera se ejecutaron diversas pruebas computacionales de las cuales se obtuvieron los datos necesarios para elaborar las gráficas de las trayectorias, diagramas de bifurcación, mapas de Poincaré y 1X/cero-pico/RMS. Al analizar las gráficas se pudo corroborar que los sistemas rotor-cojinetes de anillo flotante son problemas dinámicos rígidos, además de ser sistemas no-lineales que presentan complejos comportamientos caóticos. La técnica numérica del "trapecio" comprobó ser una poderosa herramienta a la hora de tratar con este tipo de sistemas. Los sistemas con desbalances aplicados simultáneamente a todos los rodetes del rotor sin desfase tienden a ser más estables en comparación con los sistemas en los cuales los desbalances aplicados en los rodetes están desfasados los cuales requieren de un mayor tiempo transitorio para alcanzar el estado estable.

Palabras clave: Cojinete de anillo flotante, turbocargadores, análisis no lineal, rotodinámica

Abstract

The demand for powerful and efficient engines has required auxiliary devices such as turbochargers. Small turbochargers have a complex behavior due to the use of Floating Ring Bearings (FRB) with two hydrodynamic oil films in series in each support. With the methods of linear analysis it is impossible to obtain a sound response of the system given that the FRB forces are nonlinear. Empirical approximations are used but the repeated experiments are expensive and time consuming. This work presents a computational tool for the nonlinear analysis and design of these rotodynamic systems. Computational tests were done with this software on a complex model of the rotor and compared with a simplified analytical model and a finite element model of the FRB, for various sets of control parameters. The results were used to elaborate path, bifurcation, and 1X/zero-pick/RMS graphs and Poincaré maps. The study of these graphical results confirms that rotor-FRB systems are rigid dynamic problems in addition to nonlinear systems of complex chaotic behavior. The trapeze numerical technique proved resulted very powerful for this type of problems. Systems with unbalanced (and in phase) loads simultaneously applied to all discs of the rotor tend to be more stable than those systems with out of phase unbalances, given that these requiere longer times to reach steady state.

Key words: Floating ring bearing, turbochargers, nonlinear analysis, rotodynamic.

1 Introducción

La demanda de motores de automóviles con mayor potencia de salida y mejor eficiencia ha obligado al desarrollo de dispositivos auxiliares tales como los turbocargadores en la admisión de aire de los motores. Esto se logra por medio

del suministro de una mayor cantidad de mezcla aire-combustible a los cilindros del motor que aquella tomada en condiciones normales. La alta eficiencia en un turbocargador es conseguida mejorando su diseño aerodinámico y reduciendo las pérdidas por fricción en los cojinetes. El cojinete de anillo flotante o FRB (según sus siglas en inglés) es una de las opciones más exitosas para los soportes del turbocargador. Este tipo de cojinetes de películas de fluido incrementa el ahorro de combustible y ha demostrado operar sobre un amplio rango de velocidades del rotor y condiciones de lubricación. Aún más importante, los FRBs son muy atractivos a la industria debido a su bajo costo de fabricación, fáciles de reemplazar, características de amortiguamiento intrínsecas y su tolerancia al aceite de motor como lubricante (Naranjo,1999).

En pequeños turbocargadores, el comportamiento del rotor es particularmente complejo debido a que ellos usan cojinetes completamente flotantes o semi flotantes que tienen dos películas hidrodinámicas de aceite en serie en cada uno de los soportes. Las preguntas que se buscan resolver en el diseño son: ¿Es alcanzado un ciclo límite estable después de que la posición de equilibrio se convierte en inestable?, y de ser así, ¿es éste de una magnitud aceptable?. Es imposible para los métodos de análisis lineales dar una respuesta satisfactoria a estas preguntas, ya que a pesar de poder describir el movimiento del rotor por medio de un modelo lineal, las fuerzas ejercidas por los FRBs sobre el rotor son no-lineales (Wang y Noah, 1997). Las aproximaciones empíricas son usadas tanto para entender la compleja dinámica de la inestabilidad del rotor y los remolinos en el aceite, como también para generar datos para mejorar el diseño, pero los repetidos experimentos son costosos y consumen mucho tiempo.

El objetivo principal de este trabajo consistió en desarrollar una herramienta computacional (basada en una técnica numérica de resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias adecuada), que permita realizar el análisis y diseño rotodinámicos de sistemas no-lineales. También se pretende describir la naturaleza no-lineal de los sistemas rotor-cojinetes cuando están soportados por cojinetes de anillo flotante así como también la posibilidad de aportar nuevos conocimientos en esta área.

2 Modelo rotodinámico del rotor

A continuación, se desarrolla modelo del turbocargador con el cual se busca agrupar todas las características posibles del sistema rotor-cojinetes, a fin de que las simulaciones sean lo más parecido posible a la realidad. Dicho modelo, consiste en un rotor modelado con la técnica de elementos finitos. Oliveras, (1995); Ehrich, (1992); Dimaragonas, (1992) describen este método en profundidad y, que para este trabajo estará compuesto por 21 elementos lo que implica 22 estaciones de trabajo con 4 grados de libertad cada una y sostenido por dos cojinetes de anillo flotante independientes uno del otro, lo que implica 6 grados de libertad adicionales (3 por cada cojinete), para un total de 90 grados de libertad, esta cantidad de grados de libertad hace de este un modelo bastante realista y que no requiere de un tiempo extremadamente largo para obtener la resolución de las ecuaciones de movimiento. Para este caso se considerarán la rigidez y los efectos giroscópicos del rotor, mientras que la amortiguación interna o histerética no será considerada. En la Fig. 1, se puede apreciar el esquema del modelo del rotor utilizado. Las ecuaciones generales pueden ser escritas de forma matricial de la siguiente forma:

$$[M]\cdot\{\ddot{u}\}+[C]\cdot\{\dot{u}\}+[K]\cdot\{u\}=-[G_r]\cdot\{\dot{u}\}+\{fc(t)\}+\{f(t)\} \quad (1)$$

De donde las matrices M, C y K corresponden a la matriz de inercia, amortiguación y rigidez del rotor. La matriz Gr toma en cuenta los efectos giroscópicos, el vector f(t) son las excitaciones externas al sistema (Fuerzas de desbalance) y el vector $f_c(t)$ son las fuerzas ejercidas por los cojinetes de anillo flotante. El vector {u} contiene las coordenadas de traslación y rotación de cada nodo.

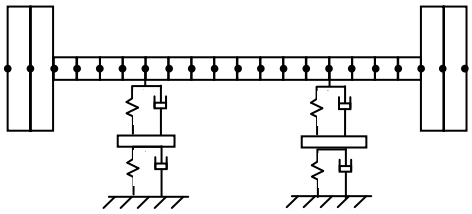


Fig. 1. Modelo del rotor

A pesar que la cantidad de grados de libertad (90) del modelo rotodinámico que se está utilizando en el presente trabajo lo hace manejable a nivel de tiempo de ejecución, es necesario reducir en lo más posible dicho tiempo a fin de permitir la realización de un número suficiente de simulaciones a fin de realizar una investigación confiable en el tiempo estipulado para la realización de este trabajo. Para ello el siguiente se aplicó la técnica de reducción modal.

Para la aplicación de la técnica de la reducción modal se decidió incluir dentro de las coordenadas maestras, las posiciones en las direcciones “x” y “y” del rotor donde están ubicados los cojinetes de anillo flotante, lo cual incluye en el sistema a resolver los dos modos de vibración de cuerpo rígido en las direcciones “x” y “y”. Adicionalmente se decidió incluir el primer modo de flexión el cual tiene una frecuencia natural de 5951,43 rad/seg (aún cuando este modo no llega a ser excitado por la máxima frecuencia a la que puede girar el rotor que se va a estudiar en las simulaciones que es de 3351,03 rad/seg) para lo cual se tuvo que incluir arbitrariamente la posición del punto central del rotor. Para esto también se tomó en cuenta que la frecuencia natural del primer modo descartado es 15561,83 rad/seg, el cual es mucho mayor a la máxima frecuencia de giro del rotor presentada anteriormente y a su vez es todavía mayor que la máxima frecuencia que se pudo encontrar en los es-

pectros calculados en el presente trabajo que es de 14740,35 rad/seg. Luego de tomar en cuenta estas consideraciones hay que reacomodar el vector {u}, de tal manera que queden las coordenadas maestras en el tope del vector y las coordenadas restantes o esclavas, a continuación de las maestras, así mismo hay que reacomodar las matrices de inercia, rigidez y efectos giroscópicos y al vector de fuerzas, tal como se puede apreciar en la Ec. (2):

$$\{u^*\}=\begin{Bmatrix}\{x_m\}\\ \{y_m\}\\ \{x_s\}\\ \{\theta_y\}\\ \{y_s\}\\ \{\theta_x\}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\{u_m\}\\ \{u_s\}\end{Bmatrix}\quad \begin{matrix}[M^*]\approx[M]\\ [K^*]\approx[K]\\ [G^*]\approx[G]\\ \{F^*\}\approx\{F\}\end{matrix} \tag{2}$$

$$[M^*]\cdot\{\ddot{u}^*\}+[K^*]\cdot\{u^*\}=-[G_r^*]\cdot\{\dot{u}^*\}+\{fc(t)^*\}+\{f(t)^*\} \tag{3}$$

Una vez que se reacomodan los vectores y matrices de la ecuación de movimiento se puede obtener la Ec. (3). Luego, resolviendo el problema de autovalores, se obtienen los autovectores correspondientes, de los cuales se seleccionarán los modos de vibración que se han escogido. La Ec. (4) muestra la matriz modal.

$$[\Phi]=\begin{bmatrix}[\Phi_m]\\ [\Phi_s]\end{bmatrix} \tag{4}$$

Aplicando la aritmética básica correspondiente a la técnica de reducción modal se obtienen las nuevas matrices y vectores que se pueden apreciar en la Ec. (5) a la Ec. (8). La Ec. (9) conforma la nueva ecuación de movimiento.

$$[M_R]=[\Phi]^T\cdot[M^*]\cdot[\Phi]\cdot[\Phi_m]^{-1} \tag{5}$$

$$[G_R]=[\Phi]^T\cdot[G_R^*]\cdot[\Phi]\cdot[\Phi_m]^{-1} \tag{6}$$

$$[K_R]=[\Phi]^T\cdot[K^*]\cdot[\Phi]\cdot[\Phi_m]^{-1} \tag{7}$$

$$\{F_R\}=[\Phi]^T\cdot[\{F^*\}+\{Fc^*\}] \tag{8}$$

$$[M_R]\cdot\{\ddot{u}_m^*\}+[K_R]\cdot\{u_m^*\}=-[G_R]\cdot\{\dot{u}_m^*\}+\{F_R\} \tag{9}$$

3 Modelo de los cojinetes de anillo flotante

Los cojinetes de anillo flotante (FRB, según sus siglas en inglés) son comúnmente usados como soportes de equipos de altas velocidades de rotación tales como los turbocargadores que se utilizan en las aplicaciones automovilísticas. La Fig. 2 es una representación esquemática de un FRB. El lubricante suministrado entra a través de la alimentación del cojinete hacia la película exterior y pasa a través de pequeños orificios alrededor del anillo circunferencial, y de esta manera llena la película interna. La presencia de las dos películas de aceite permite al cojinete operar bajo condiciones de enfriamiento; pero lo que es más importante, provee mejor disipación de la energía del sistema rotor-soportes que los cojinetes cilíndricos. A medida que el rotor da vuelta, el esfuerzo de corte del fluido viscoso sobre la superficie del rotor disminuye debido al movimiento relativo con respecto a la cara interna del anillo, y como consecuencia se obtiene una reducción en la pérdida de potencia en los sistemas rotor-FRB.

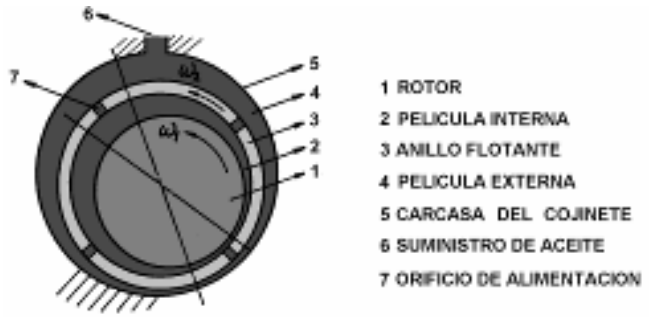


Fig. 2. Modelo del cojinete de anillo flotante

$$\frac{\partial}{\partial t}\{h\}+\frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{U}{2}\cdot h\right\}=\frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{h^3}{12\cdot\mu}\cdot\frac{\partial P}{\partial x}\right\}+\frac{\partial}{\partial z}\left\{\frac{h^3}{12\cdot\mu}\cdot\frac{\partial P}{\partial z}\right\} \tag{10}$$

$$0\le x\le 2\cdot\pi\cdot R\quad -\frac{L}{2}\le z\le\frac{L}{2} \tag{11}$$

El modelo matemático del cojinete de anillo flotante (FRB) es basado en la suposición de un fluido incompresible e isoviscoso. También se asume un fluido newtoniano de espesor pequeño y sin deslizamiento entre el fluido y las paredes, obteniendo así la ecuación clásica de Reynolds.

La Ec. (10) describe el flujo en las películas interna y externa del cojinete. Donde R es el radio del cojinete, L es la longitud del cojinete, x z son las coordenadas locales del cojinete en la superficie del cojinete, h es el espesor de la película. U es la velocidad de rotación de la superficie del rotor ($U = R\cdot\Omega$) y μ es la viscosidad del lubricante. Para resolver la Ec. (10) se utilizó un esquema de elementos finitos para cada película de lubricante.

Una vez obtenidas las presiones de ambas películas de lubricante se debe realizar una integración numérica para calcular las fuerzas dinámicas producidas por el cojinete y poder introducirlas en la Ec (9).

4 Resolución del sistema en dominio del tiempo

Otro punto crucial en el desarrollo del presente trabajo fue elegir un método numérico adecuado para la resolución de los sistemas en el dominio del tiempo. Se realizaron varias pruebas preliminares, de las cuales, el método con mejores resultados obtenidos en cuanto a velocidad de ejecu-

ción fue el método de Runge-Kutta-Trapecio; Burden et al. (1985) muestran detalles de los métodos.

Para obtener la solución del problema, primero se debe seleccionar una velocidad y una posición inicial del rotor, luego se resuelve la Ec. (10) para las dos películas de lubricante, con los perfiles de presiones arrojados se procede a integrarlos con el fin de obtener las fuerzas dinámicas resultantes, dichas fuerzas deben ser colocadas en la Ec. (9) para luego resolverla en un paso de tiempo determinado, obteniendo así los nuevos valores de la posición del rotor y comenzar de nuevo la iteración.

5 Diagrama de bifurcaciones

Una técnica ampliamente usada para examinar los cambios precaóticos o postcaóticos en un sistema dinámico sometido a variaciones de los parámetros es el diagrama de bifurcación. En este, alguna medida de movimiento es graficada como una función de algún parámetro del sistema tal como la velocidad de giro. Si los datos son probados usando un mapa de Poincaré, es muy fácil observar desdoblamiento del período y bifurcaciones subarmónicas. Sin embargo, cuando el diagrama de bifurcación pierde continuidad, ello puede significar movimiento casi periódico o movimiento caótico y pruebas adicionales son requeridas para clasificar su dinámica.

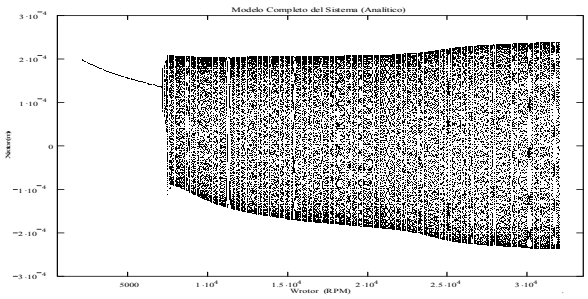


Fig. 3. Diagrama de bifurcación del desplazamiento vertical del rotor vs velocidad rotación (e = 0 mm)

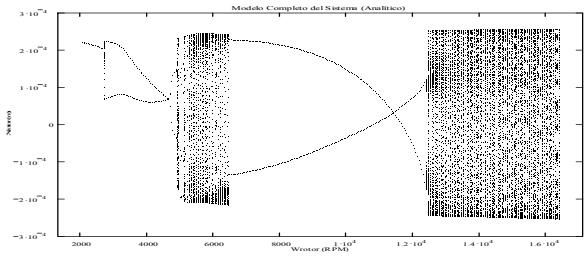


Fig. 4. Diagrama de bifurcación del desplazamiento vertical del rotor vs velocidad rotación (e = 0.08 mm)

Se elaboraron algunos diagramas de bifurcación del rotor en el cojinete izquierdo, teniendo como variables de control a la velocidad de giro del rotor y el desbalance del

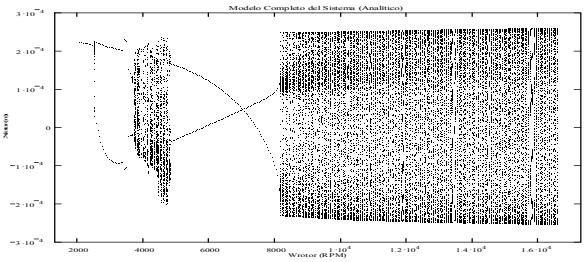


Fig. 5.Diagrama de bifurcación del desplazamiento vertical del rotor vs velocidad rotación (e = 0.11 mm)

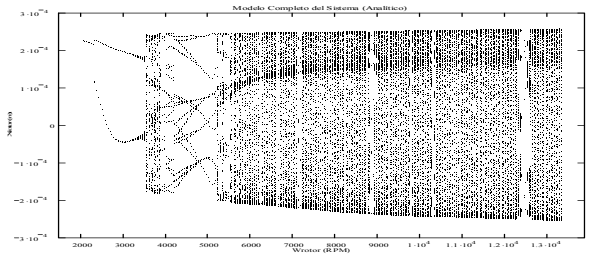


Fig. 6. Diagrama de bifurcación del desplazamiento vertical del rotor vs velocidad rotación (e = 0.15 mm)

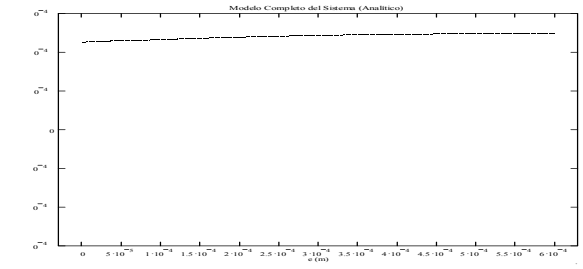


Fig. 7.Diagrama de bifurcación del desplazamiento vertical del rotor vs excentricidad del desbalance (w = 1000 rpm)

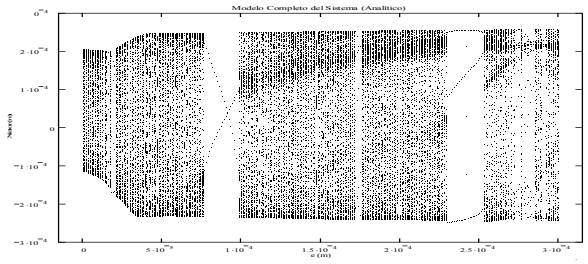


Fig. 8. Diagrama de bifurcación del desplazamiento vertical del rotor vs excentricidad del desbalance (w = 9250 rpm)

mismo. Los diagramas de bifurcación presentados en las Figs. 3, 4, 5 y 6 corresponden al desplazamiento vertical del rotor en el cojinete izquierdo en un barrido de velocidades para una excentricidad fija. Las Figs. 7, 8, 9 y 10 corresponden al desplazamiento vertical del rotor en el cojinete izquierdo contra un barrido de excentricidades para una velocidad fija.

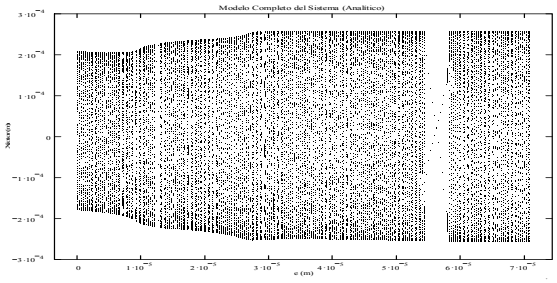


Fig. 9. Diagrama de bifurcación del desplazamiento vertical del rotor vs excentricidad del desbalance (w = 18000 rpm)

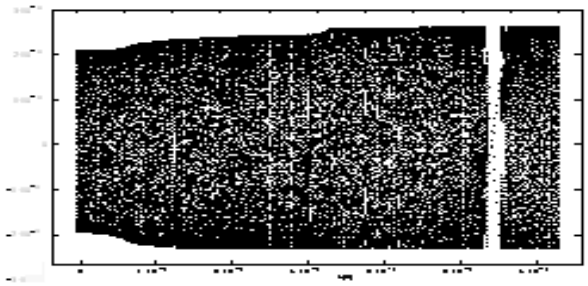


Fig. 10. Diagrama de bifurcación del desplazamiento vertical del rotor vs excentricidad del desbalance (w = 22000 rpm)

6 Diagramas de bifurcación con desfase en el desbalance

Las pruebas computacionales que han sido llevadas a cabo hasta ahora, han tenido un desbalance (cuando estaba presente) sin desfase entre ambos rodetes del rotor. En la presente sección se procederá a practicar pruebas computacionales variando los desbalances aplicados entre los rodetes y aplicando diversos desfases entre los desbalances de los rodetes. Entre los diversas pruebas computacionales aplicadas tenemos: a) sin desfase entre el desbalance de los dos rodetes (Fig. 11), b) desfase entre el desbalance de los dos rodetes de 90º (Fig. 12); y c) desfase entre el desbalance de los dos rodetes de 180º (Fig. 13). Estas figuras representan el desplazamiento vertical del rotor en el cojinete izquierdo en un barrido de velocidades de giro. Cuando no existe desfase entre las masa de excentricidad de cada rodete se induce en el rotor un modo de vibración cilíndrico, cuando el desfase es de 180 grados se induce en el rotor un modo de vibración cónico.

7 Trayectorias y diagramas de Poincaré

Los mapas de Poincaré son una de las principales maneras de reconocer las vibraciones caóticas en los problemas de bajos número de grados de libertad. Los diagramas de Poincaré se construyen a partir de la trayectoria del rotor. Los diagramas de Poincaré mostrados indican la posición del centro del rotor por revolución, es decir, se guardan las coordenadas del centro del rotor una vez pasada una revolución completa.

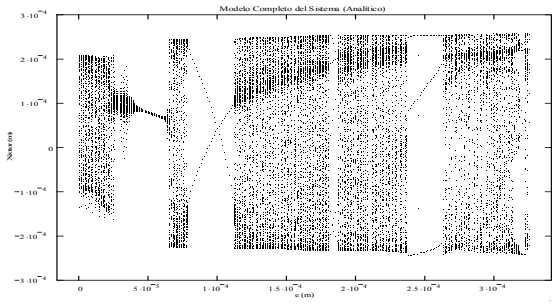


Fig. 11. Diagrama de bifurcación del desplazamiento vertical del rotor vs velocidad rotación (e = 0.11 mm, en ambos rodetes con desfase de 0 grados)

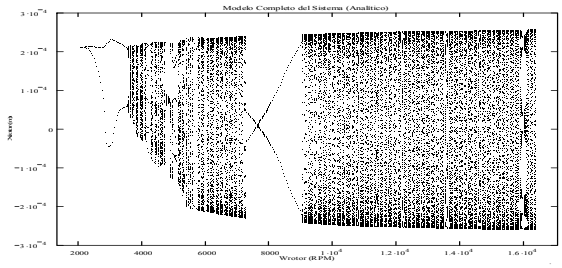


Fig. 12. Diagrama de bifurcación del desplazamiento vertical del rotor vs velocidad rotación (e = 0.11 mm, en ambos rodetes con desfase de 90 grados)

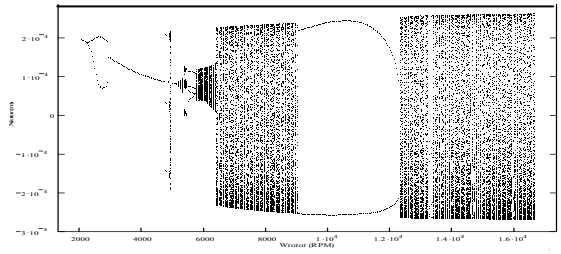
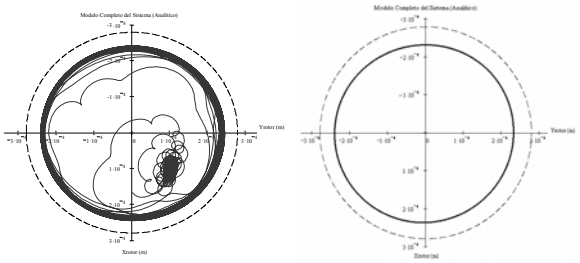


Fig. 13. Diagrama de bifurcación del desplazamiento vertical del rotor vs velocidad rotación (e = 0.11 mm, en ambos rodetes con desfase de 180 grados)

Para las pruebas realizadas se fijaron nuevamente los valores de velocidad y excentricidad del desbalance. Las Figs. 14 y 15 muestran la trayectoria y el diagrama de Poincaré para dos excentricidades distintas a una misma velocidad. Las Figs. 16 y 17 muestran la trayectoria y el diagrama de Poincaré para dos velocidades distintas para un mismo desbalance. Todos los resultados corresponden al movimiento del rotor en el cojinete izquierdo.

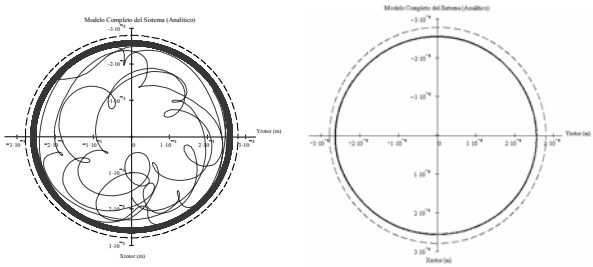
8 Graficas 1X, cero-pico y RMS

Considerando el desbalance actuando en ambos rodetes y sin desfases entre ellos, se practicaron pruebas computacionales con la finalidad de obtener gráficas de 1X, cero-pico y RMS del desplazamiento vertical del rotor en el cojinete izquierdo para el sistema estudiado. En la Fig. 18 se puede apreciar las gráficas correspondientes a un valor de excentricidad del desbalance de los rodetes fijo en 0 m y



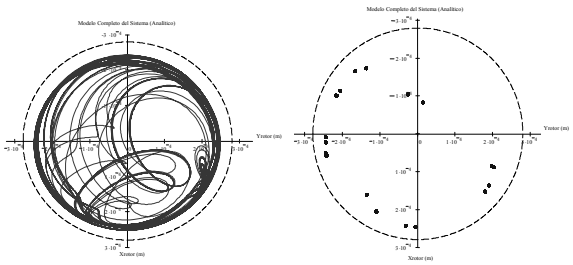
a) Trayectoria del rotor b) Diagrama de Poincaré

Fig. 14. Trayectoria y diagrama de Poincaré
(w = 18000 rpm y e = 0.02 mm)



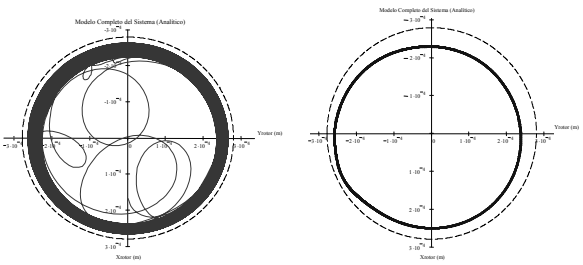
a) Trayectoria del rotor b) Diagrama de Poincaré

Fig. 15. Trayectoria y Diagrama de Poincaré
(w = 18000 rpm y e = 0.06 mm)



a) Trayectoria del rotor b) Diagrama de Poincaré

Fig. 16. Trayectoria y Diagrama de Poincaré
(e = 0.15 mm y w = 4000 rpm)



a) Trayectoria del rotor b) Diagrama de Poincaré

Fig. 17. Trayectoria y Diagrama de Poincaré
(e = 0.15 mm y w = 8000 rpm)

posteriormente el correspondiente a 0.15 mm se puede ver en la Fig. 19.

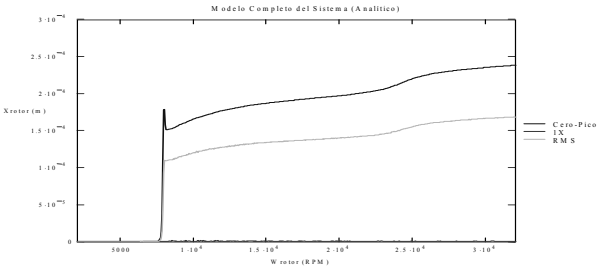


Fig. 18. Desplazamiento vertical del rotor vs velocidad de giro
(e = 0 mm)

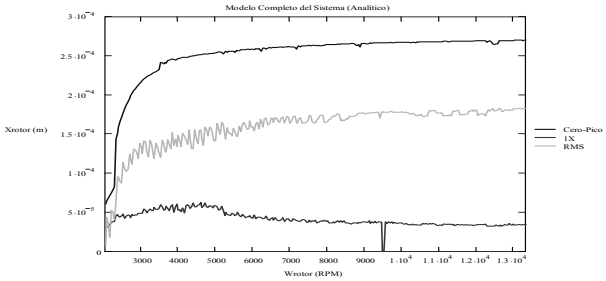


Fig. 19. Desplazamiento vertical del rotor vs velocidad de giro
(e = 0.15 mm)

9 Análisis de resultados

En la Fig. 3 (diagrama de bifurcación del desplazamiento vertical del rotor en el cojinete izquierdo obtenidos al fijar el valor de la excentricidad del desbalance del rotor en 0 m) el movimiento comienza siendo periódico de período uno pero luego se transforma en un movimiento casi-periódico. La Fig. 6 (diagrama de bifurcación del desplazamiento vertical del rotor en el cojinete izquierdo obtenidos al fijar el valor de la excentricidad del desbalance del rotor en 0.15 mm) se aprecia una intermitencia entre movimientos periódicos de diversos períodos y caóticos. Las Figs. 4 y 5 presentan un comportamiento menos caóticos que las figuras anteriores. El hecho de que exista un rango de desbalance en el cual el movimiento no caótico es favorecido puede deberse a que este desbalance induce un ciclo límite, a diferencia de un desbalance muy grande que genera cierto grado de inestabilidad.

De los diagramas de bifurcación dejando la velocidad fija y variando los desbalances (Figs. 7 a 10) se puede observar específicamente para la Fig. 7 un movimiento de periodo uno para cualquier desbalance. Las demás figuras presentan comportamientos completamente caóticos. Las pruebas realizadas indican que el sistema cojinetes-rotor solo presenta un movimiento periódico a bajas velocidades, por ende el desbalance juega un papel determinante en el comportamiento caótico del rotor.

Al incluir desbalances desfasados en las pruebas computacionales llevadas a cabo subsecuentemente, se pudo observar un incremento de aproximadamente el 50% del tiempo requerido para obtener una respuesta estable en

comparación con las pruebas computacionales practicadas anteriormente, o sea, que el desfase entre las fuerzas de excitación de los rodetes hace un sistema con mayor inestabilidad. Sin embargo, en los diagramas de bifurcación del desplazamiento vertical del rotor en el cojinete izquierdo elaborados fijando la excentricidad del desbalance del rotor y variando gradualmente la velocidad de giro del rotor (variable de control) (Figs. 11, 12 y13), se puede ver que en general predominan más los movimientos lineales. En general, todos los diagramas comienzan con movimientos periódicos de período uno, que luego desembocan en movimientos casi-periódicos con pequeñas intermitencias a movimientos periódicos de período dos. Esto se puede apreciar en su totalidad en la Fig. 13. Sin embargo en las Figs. 11 y 13 se aprecian ciertas apariciones de movimientos caóticos, pero en menor cuantía que con respecto a los diagramas explicados en el párrafo anterior.

Como se puede apreciar, las gráficas 1X, cero-pico y RMS del desplazamiento vertical del rotor en el cojinete izquierdo que se obtuvieron a partir de las pruebas computacionales realizadas a diferencia de las gráficas clásicas que se obtienen a partir de sistemas completamente lineales. Si se analizan las gráficas correspondientes a las pruebas computacionales donde se ha fijado la excentricidad del desbalance del rotor y se ha tomado como parámetro de control a la velocidad de giro del rotor, se puede observar que para gráficas con valores de la excentricidad del desbalance del rotor bajos, como las que aparecen en la Fig. 18, la complejidad de las mismas también es menor, mientras que a medida que se aumenta el valor de la excentricidad del desbalance del rotor en las gráficas (Fig. 19), se obtienen comportamientos que aparentan ser caóticos. Si ahora se analiza la gráfica plasmada en la Fig. 18, se puede observar que el comportamiento de las gráficas, cero-pico y RMS del desplazamiento vertical del rotor en el cojinete izquierdo presenta un aumento brusco de la amplitud, coincidiendo con la entrada del movimiento caótico evidente en la Fig. 3.

Si se observa las trayectorias del rotor en el cojinete izquierdo y los mapas de Poincaré del desplazamiento horizontal vs. desplazamientos vertical del rotor que se encuentran en la Figs. 14, 15, 16 y17, se pueden apreciar en todas ellas movimientos casi-periódicos. Esto hace suponer que dentro de las gráficas representadas en la Fig. 19 solo coexisten movimientos casi-periódicos.

10 Conclusiones

Los sistemas rotor-cojinetes de anillo flotante demostraron ser problemas dinámicos rígidos que presentaron comportamientos inestables a valores de tamaño de paso no muy grandes. También probaron ser sistemas no-lineales al presentar complejos comportamientos caóticos evidenciados en algunos de los diagramas de bifurcación, mapas de Poincaré y gráficas 1X-cero-pico-RMS presentados en este trabajo.

La técnica numérica en dominio de tiempo de resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias "trapecio", comprobó ser una poderosa herramienta a la hora de tratar con sistemas dinámicos rígidos, ya que permitió obtener una respuesta aceptablemente realista en un tiempo físicamente manejable.

Las pruebas computacionales a desarrollar con las técnicas y criterios aquí presentados, deben ser realizadas sobre un sistema que contenga la mayor complejidad posible a fin de lograr respuestas más realistas.

Los sistemas en donde se aplican desbalances simultáneos a todos los rodetes del rotor sin desfase (en la misma dirección) tienden a ser sistemas más estables en comparación con los sistemas en los cuales los desbalances aplicados en los rodetes están desfasados (en distintas direcciones) los cuales requieren de un mayor tiempo transitorio para alcanzar el estado estable. Esto también está ligado al hecho de que en estos sistemas con desfase el comportamiento caótico tiene una mayor incidencia.

La dinámica de los sistemas aquí presentados demostró ser dependiente de las variables de control que se utilizaron en las pruebas computacionales del presente trabajo, a saber, la velocidad de giro del rotor y la excentricidad del desbalance del rotor, debido a que a valores bajos de ambas variables de control el sistema se comportó linealmente y no fue sino hasta que se aumentaron alguna o ambas variables inclusive, que empezaron a aparecer los movimientos casi-periódicos y caóticos, aun cuando al seguir aumentando las variables de control el sistema se volvía a comportar periódicamente de manera intermitentemente y hasta permanentemente inclusive.

También se pudo constatar que a medida que se aumentaba la excitación sobre los sistemas, ya sea en forma de la velocidad de giro del rotor o de la excentricidad del desbalance del rotor (variables de control), la amplitud de la respuesta del sistema era proporcionalmente mayor, independientemente de que el tipo de movimiento fuera periódico o no. Pero al tratar de identificar un umbral de inestabilidad del sistema, no se pudo detectar una dependencia marcada con relación a las variables de control, ya que los rangos de inestabilidad en el sistema aparecían en la mayoría de las veces intermitentemente.

Agradecimientos

Los autores reconocen la ayuda del Decanato de Investigación y Desarrollo así como del Laboratorio de Dinámica de Maquinas de la Universidad Simón Bolívar.

Referencias

Burden R, 1985, Análisis numérico, Grupo Editorial Iberoamericana.

Díaz S y Oliveras J, 1995, Ensayo de respuesta dinámica realizado sobre un modelo de maquina rotativa, Decanato de Estudios de Postgrado, Universidad Simón Bolívar.

Dimaragonas A, 1992, Vibrations for engineers, Prentice Hall.
Ehrich F, 1992, Handbook of rotordynamics, Mc Graw-Hill.
Naranjo JE, 1999, Imbalance response of a rotor supported on a floating ring fluid film bearing, Texas, Submitted to the Office of Graduate Studies of Texas A&M University in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science.
Wang X. y Noah ST, 1997, Quasi-Periodic Response of a simplified Turbocharger Rotor System, Texas A&M University, (Texas), 1-24.