

Técnica de control de nivel de agua no lineal para un sistema de canales abiertos de dos tramos

Water level nonlinear control technique for two reaches open channel system

J.F. Dulhoste*, C. Jerez
Universidad de Los Andes. Escuela de Mecánica, Facultad de Ingeniería.
Mérida, Venezuela.
*djean@ing.ula.ve

D. Georges, G. Besançon
Institut National Polytechnique de Grenoble. Laboratoire d'Automatique de Grenoble.
CNRS. BP 46, 38402 Saint Martin d'Hères cedex, FRANCE.

Resumen

Este artículo se refiere al diseño de una técnica de control de nivel de agua no lineal, para un sistema de canal abierto con dos tramos. El flujo de agua en un canal abierto generalmente es descrito mediante ecuaciones diferenciales parciales no lineales (ecuaciones de Saint-Venant), a partir de estas fue desarrollado en trabajos previos un modelo de dimensión finita usando un método de residuos ponderados por colocación ortogonal, con el cual se diseñó un controlador por linealización entrada-salida para un tramo del canal. Para dos tramos de canal, las compuertas permiten conectar los tramos y se presentan problemas de implementación del control diseñado por la falta de compuertas suficientes, se disponen de tres para los dos tramos, cuando la ley de control requiere dos por tramo. En este trabajo se propone resolver este problema utilizando una técnica de ponderación de la acción de control para la compuerta común, mediante la cual se podrá utilizar el diseño del control de un tramo para controlar dos tramos de canal o más. Se realizaron simulaciones de implementación de la propuesta, las cuales muestran resultados muy satisfactorios.

Palabras claves: Sistemas distribuidos, control no-lineal, linealización entrada-salida, sistemas de canales hidráulicos.

Abstract

This paper is related to water level nonlinear control design in two reaches open channel flow systems. Open channel reach flow is known to be described by non-linear partial differential equations (Saint-Venant equations). A finite-dimensional model has been previously developed by orthogonal collocation weighed residual methods. This model was used for control design by input output linearization technique for one open channel reach. For two reaches, control gates make the connexion between reaches and there appear control implementation problems because of gates lack, there are three gates for two reaches, where two gates for every reach are needed. Here it is proposed to solve this problem using a weight balancing technique for common control gate. With this technique there is possible to use the one reach control law for two o more reaches. The implemented simulation shows very satisfactory results.

Key words: Distributed system, non-linear control, input output linearization, open-channel hydraulic systems.

1 Introducción

La dinámica del flujo de agua en canales abiertos generalmente se describe mediante las ecuaciones diferenciales parciales de Saint-Venant (Graf y Altinakar, 1993). Es-

tas fueron modeladas, previamente, usando un método de residuos ponderados por colocación ortogonal (Fletcher, 1984), obteniéndose resultados de simulación comparables a los obtenidos con otros modelos de más común utilización (Dulhoste, 2001), como por ejemplo, los modelos basados

en métodos de diferencias finitas (Strelkoff, 1970) o de elementos finitos (Colley y Moin, 1976), con un costo de cómputo más bajo. Por otra parte, el modelo resultante es más fácil de manejar para los propósitos del control. Sobre esta base, fue previamente desarrollada una ley de control con realimentación de estado (Dulhoste, 2001; Dulhoste y col, 2001) utilizando técnicas de linealización entrada-salida (Isidori, 1995). El modelo considerado para el diseño del controlador es un modelo de orden reducido basado en el método de colocación ortogonal obtenido con tres puntos equidistantes para el cálculo del flujo de agua y dos para el nivel, y tomando como variables de control, los caudales aguas arriba y aguas abajo del tramo del canal.

El propósito de este artículo es presentar una extensión del control basado en la linealización entrada-salida para aplicarla a un sistema de dos tramos de un canal abierto. En esta propuesta se considera que el control de cada uno de los dos tramos es independiente y se utiliza una técnica de ponderación para la acción de control de la compuerta en común. Esta técnica permite la coordinación del control de los dos tramos manteniendo controles independientes en cada uno de ellos.

El modelo de control desarrollado mediante el método de colocación ortogonal se presenta en la sección 2. En la sección 3 se presenta el control por linealización dinámica entrada-salida para un tramo del canal. La sección 4 presenta la técnica de control sugerida para los dos tramos del canal. En la sección 5 se muestran algunos resultados ilustrativos de las simulaciones obtenidas. Finalmente en la sección 6 se presentan algunas conclusiones.

2 Modelo de la dinámica del flujo de agua

2.1 Ecuaciones de Saint-Venant

La dinámica del flujo de agua en un canal abierto está definida por un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales, conocidas como las ecuaciones de Saint-Venant, cuya expresión es la siguiente:

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(Q^2/s)}{\partial x} + gs\left(\frac{\partial h}{\partial x} - I + J\right) = k_q q(Q/s) \tag{1}$$

donde:

$$J = \frac{Q|Q|}{Di^2}; \quad Di = Ks\left(\frac{s}{p}\right)^{2/3} \tag{2}$$

y:

- s : Sección mojada h : Nivel relativo de agua
- Q : Caudal I : Pendiente del canal
- J : Fricción q : Infiltración

$k_q = 0$ si $q > 0$, y $k_q = 1$ si $q < 0$

K : Coeficiente de fricción de Strickler

Considerando el caso de un canal rectangular, tenemos:

$$s = Bh; \quad p = B + 2h \tag{3}$$

donde B representa el ancho del canal.

Para un canal de pendiente baja (caudal subcrítico), se tienen que utilizar dos condiciones de frontera, una aguas arriba y otras aguas abajo. Existen cuatro posibilidades para estas condiciones, y puesto que nuestro propósito es utilizar estos límites como variables del control, se eligen los caudales aguas arriba y aguas abajo como condiciones de frontera:

$$Q_{(x=0,t)} = Q_{0(t)} = u_1(t)$$

$$Q_{(x=L,t)} = Q_{n(t)} = u_2(t) \tag{4}$$

Finalmente, las condiciones iniciales están dadas por:

$$h(x,0) = h_I(x)$$

$$Q(x,0) = Q_I(x) \quad \forall x \in [0, L] \tag{5}$$

donde L es la longitud del canal

2.2 Modelo de colocación de orden reducido

En Dulhoste, (2001) se mostró como las ecuaciones de Saint-Venant pueden ser transformadas en ecuaciones diferenciales ordinarias usando un método de colocación ortogonal, junto con una formulación funcional basada en los polinomios de Lagrange, que transforman las ecuaciones diferenciales parciales (Besançon, y col, 2001) en un conjunto de $2(n-1)$ ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales, donde n es el número de puntos de colocación

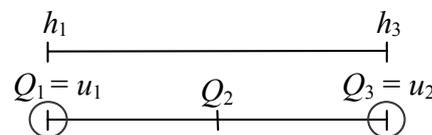


Fig.1. Puntos de colocación y condiciones de frontera

En particular, se ha notado (Dulhoste, 2001) que en varios casos, tres puntos de colocación para el flujo del agua y dos puntos para el nivel del agua (elegidos como en la Fig. 1) son suficientes para obtener un modelo bastante preciso, y considerando las condiciones de frontera que se proponen, se obtiene el modelo reducido (Dulhoste y col, 2001) representado por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} \dot{h}_1 = \frac{1}{BL}[-4Q_2 + 3u_1 + u_2] + \frac{q}{B} \\ \dot{h}_3 = \frac{1}{BL}[4Q_2 - u_1 - 3u_2] + \frac{q}{B} \\ \dot{Q}_2 = f(Q_2, h_1, h_2, h_3, u_1, u_2, q) \end{cases} \quad (6)$$

donde:

$$f(Q_2, h_1, h_2, h_3, u_1, u_2, q) = \left(\frac{2(u_1 - u_2)}{BL} + \frac{k_q q}{B} \right) \frac{Q_2}{h_2} + gBh_2 \left(I + \frac{h_1 - h_3}{L} \right) + \left(\frac{h_3 - h_1}{BLh_2^2} - \frac{g}{K^2 Bh_2 \left(\frac{Bh_2}{B + 2h_2} \right)^{4/3}} \right) Q_2^2 \quad (7)$$

y

$$h_2 = \frac{h_1 + h_3}{2} \quad (8)$$

El principal propósito es controlar los niveles de agua h_1 y h_3 cerca de un nivel de referencia h_e , para cada tramo del canal. Basándonos en esto, escogemos como salidas de control:

$$y(t) = \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_1 - h_e \\ h_3 - h_e \end{pmatrix} \quad (9)$$

3 Control por linealización entrada salida

Basándose en el modelo desarrollado (Georges y col, 2000) mediante técnicas de linealización entrada salida se presenta el siguiente teorema

Teorema:

Para cualquier matriz definida positiva de 2-dimensiones K_a tal que la solución de $y(t) = (y_1(t) \ y_2(t))^T$ de:

$$\dot{y} + K_a y = 0 \quad (10)$$

$$y_2(t) - y_1(t) < \frac{gL}{K^2 B} \quad \text{y} \quad y_2(t) - y_1(t) \leq LI \quad (11)$$

Satisface: $\forall t \geq 0$

y para cualquier condición inicial $Q_2(0) \geq 0$, el siguiente controlador (12) hace que el sistema de control en lazo

cerrado sea estable, con $\lim_{t \rightarrow \infty} h_1(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} h_3(t) = h_e$:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_{2a} \end{bmatrix} = M^{-1} \left[-K_a \begin{bmatrix} h_1 - h_e \\ h_3 - h_e \end{bmatrix} - \frac{Q_2}{BL} \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \end{bmatrix} - \frac{q}{B} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right] \quad (12)$$

con:

$$M = \frac{1}{BL} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Pruebas de estabilidad, detalles y validación de esta ley de control fueron presentados en (Dulhoste, 2001).

4 Técnica de control para dos tramos

La ley de control presentada en la sección anterior, muestra resultados satisfactorios para controlar el nivel de agua para un tramo del canal, pero existen ciertas dificultades al aplicarlo en un sistema de tramos interconectados de un canal abierto.

La dificultad más importante que se presenta se refiere al número de compuertas de control. De hecho, la ley del control fue desarrollada para un tramo y dos compuertas de control. Para dos tramos tenemos tres compuertas de control, siendo necesarias cuatro para poder usar directamente la ley de control desarrollada. La Fig. 2 presenta el esquema del sistema de dos tramos para el canal.

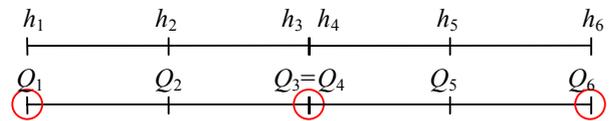


Fig. 2. Sistema de dos canales abiertos

En esta figura los círculos representan la posición de las compuertas, utilizadas como entradas de control:

$$u_1 = Q_1; \quad u_2 = Q_3 = Q_4; \quad u_3 = Q_6 \quad (14)$$

Donde el primer tramo está representado por el sistema y el segundo tramo está representado por el sistema

$$\begin{cases} \dot{h}_4 = \frac{1}{B_b L_b}[-4Q_5 + 3u_2 + u_3] + \frac{q_b}{B_b} \\ \dot{h}_6 = \frac{1}{B_b L} [4Q_5 - u_2 - 3u_3] + \frac{q_b}{B_b} \\ \dot{Q}_5 = f(Q_5, h_4, h_5, h_6, u_2, u_3, q_b) \end{cases} \quad (15)$$

con:

$$f(Q_5, h_4, h_5, h_6, u_2, u_3, q_b) = gB_b h_5 \left(I_b + \frac{h_4 - h_6}{L_b} \right) + \left(\frac{2(u_2 - u_3)}{B_b L_b} + \frac{k_{qb} q_b}{B_b} \right) \frac{Q_5}{h_5} + \left(\frac{h_6 - h_4}{B_b L_b h_5^2} - \frac{g}{K_b^2 B_b h_5 \left(\frac{B_b h_5}{B_b + 2h_5} \right)^{4/3}} \right) Q_5^2 \quad (16)$$

y

$$h_5 = \frac{h_4 + h_6}{2} \quad (17)$$

Escogemos para este segundo tramo las salidas:

$$y_b(t) = \begin{pmatrix} y_3(t) \\ y_4(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_4 - h_{eb} \\ h_6 - h_{eb} \end{pmatrix} \quad (18)$$

Considerando un control similar al del primer tramo e independiente, obtenido por linealización entrada salida, tenemos:

$$\begin{bmatrix} u_{2b} \\ u_3 \end{bmatrix} = M_b^{-1} \left[-K_b \begin{bmatrix} h_4 - h_e \\ h_6 - h_e \end{bmatrix} - \frac{Q_5}{B_b L_b} \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \end{bmatrix} - \frac{q_b}{B_b} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right] \quad (19)$$

Proponemos solventar la dificultad de la falta de una compuerta de control, usando un valor ponderado de la ley control para la compuerta común a los dos tramos.

$$u_2 = (f_p) u_{2a} + (1 - f_p) u_{2b} \quad (20)$$

Existen dos casos especiales para esta ley de control ponderada:

- $f_p = 1$. En este caso $u_2 = u_{2a}$ y el tramo aguas arriba (a) es controlado como un tramo solo, lo que garantiza su estabilidad. Pero el tramo aguas abajo (b) se controla con la compuerta de control aguas abajo, la otra compuerta de control se puede considerar como una perturbación.
- $f_p = 0$. Para este caso $u_2 = u_{2b}$ y el tramo aguas abajo (b) es controlado como un tramo solo, lo que garantiza su estabilidad. Pero el tramo aguas arriba (a) se controla solamente con la compuerta de control aguas arriba, la otra compuerta de control se puede tomar como perturbación.

4.1 Análisis de estabilidad (Caso $f_p = 1$).

Sabemos que en este caso la estabilidad del tramo aguas arriba está garantizada por el control, por lo que se presenta aquí el estudio de la estabilidad en el tramo aguas abajo (b). El segundo caso ($f_p = 0$) se puede tomar como recíproco.

Aplicando la ley de control al tramo aguas abajo obte-

nemos el siguiente sistema:

$$\begin{aligned} \dot{h}_4 &= 3 \frac{BL}{B_b L_b} \left(\frac{1}{8} K_1 (h_1 - h_e) + \frac{3}{8} K_2 (h_3 - h_e) \right) + \frac{3}{B_b L_b} Q_2 \\ &\quad + \left(\frac{1}{8} K_{1b} (h_4 - h_{eb}) + \frac{3}{8} K_{2b} (h_6 - h_{eb}) \right) - \frac{3}{B_b L_b} Q_5 + \frac{3}{2} \frac{qL}{B_b L_b} + \frac{3}{2} \frac{q_b L_b}{B_b L_b} \\ \dot{h}_6 &= -\frac{BL}{B_b L_b} \left(\frac{1}{8} K_1 (h_1 - h_e) + \frac{3}{8} K_2 (h_3 - h_e) \right) - \frac{Q_2}{B_b L_b} \\ &\quad - \left(\frac{3}{8} K_{1b} (h_4 - h_{eb}) + \frac{9}{8} K_{2b} (h_6 - h_{eb}) \right) + \frac{Q_5}{B_b L_b} - \frac{1}{2} \frac{q_b L_b}{B_b L_b} - \frac{1}{2} \frac{qL}{B_b L_b} \\ \dot{Q}_5 &= \frac{2Q_5 \left(BL \left(\frac{1}{8} K_1 (h_1 - h_e) + \frac{3}{8} K_2 (h_3 - h_e) \right) + Q_2 \right)}{B_b L_b h_5} \\ &\quad + \frac{2Q_5 \left(-B_b L_b \left(\frac{1}{8} K_{1b} (h_4 - h_{eb}) + \frac{3}{8} K_{2b} (h_6 - h_{eb}) \right) - \frac{1}{2} q_b L_b + \frac{1}{2} qL \right)}{B_b L_b h_5} \\ &\quad - gB_b h_5 \left[\frac{(-h_4 + h_6)}{L_b} - I_b + \frac{Q_5^2}{k_b^2 B_b^2 h_5^2 \left(\frac{B_b h_5}{B_b + 2h_5} \right)^{4/3}} \right] \\ &\quad - \frac{2Q_5^2}{B_b L_b h_5} + \frac{Q_5^2 (-h_4 + h_6)}{B_b L_b h_5^2} + \frac{k_{qb} q_b}{B_b} \frac{Q_5}{h_5} \end{aligned} \quad (21)$$

Este nuevo sistema presenta puntos de equilibrio en:

$$h_{4e} + 3h_{6e} = 4h_{eb} \quad (22)$$

Entonces existe un punto de equilibrio en $h_{4e} = h_{6e} = h_{eb}$, además de muchos otros puntos de equilibrio. De forma general, si definimos un intervalo δ entre el punto de equilibrio deseado h_{eb} y el nivel de equilibrio aguas abajo h_{6e} , tal que $h_{6e} = h_{eb} + \delta$, entonces el nivel de equilibrio aguas arriba será $h_{4e} = h_{eb} - 3\delta$.

El flujo de agua, por su parte, satisface las condiciones de equilibrio, obteniéndose la siguiente ecuación:

$$Q_{eb} = Q_e + \frac{1}{2} q_b L_b + \frac{1}{2} qL \quad (23)$$

Donde Q_e y Q_{eb} son los flujos de agua en la mitad del tramo aguas arriba y en la mitad del tramo aguas abajo respectivamente.

4.2 Análisis de estabilidad del sistema linealizado

Realizando en (21) el siguiente cambio global de variables:

$$h_5 = \frac{1}{2} (h_4 + h_6); \quad H = h_6 - h_4 \quad (24)$$

y linealizando (21) alrededor de su punto de equilibrio (22), obtenemos el sistema:

$$\begin{bmatrix} \dot{h}_5 \\ \dot{H} \\ \dot{Q}_5 \end{bmatrix}_L = A \begin{bmatrix} h_5 \\ H \\ Q_5 \end{bmatrix} + B \quad (25)$$

donde:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}K_{1b} & -\frac{1}{8}K_{1b} & -\frac{1}{B_b L_b} \\ -2K_{1b} & -\frac{1}{2}K_{1b} & \frac{4}{B_b L_b} \\ A_1 & A_2 & A_3 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}K_{1b}h_{5e} + \frac{1}{8}K_{1b}H_e + \frac{1}{B_b L_b}Q_{eb} \\ 2K_{1b}h_{5e} + \frac{1}{2}K_{1b}H_e - \frac{4}{B_b L_b}Q_{eb} \\ \dot{Q}_{5e} - A_1 h_{5e} - A_2 4\delta - A_3 Q_{eb} \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{5e} = & \frac{4\delta}{L_b} \left(\frac{Q_{eb}^2}{B_b h_{5e}^2} - gB_b h_{5e} \right) + gB_b h_{5e} I_b \\ & - \frac{gQ_{eb}^2}{k_b^2 B_b h_{5e} \left(\frac{B_b h_{5e}}{B_b + 2h_{5e}} \right)^{4/3}} + (k_{qb} - 2) \frac{q_b}{B_b} \frac{Q_{eb}}{h_{5e}} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} A_1 = & -\frac{Q_{eb}K_{1b}}{h_{5e}} - \frac{4\delta}{L_b h_{5e}} \left(2 \frac{Q_{eb}^2}{B_b h_{5e}^2} + gB_b h_{5e} \right) + gB_b I_b \\ & + \frac{gQ_{eb}^2 \left(1 + \frac{4}{3} \frac{B_b}{B_b + 2h_{5e}} \right)}{k_b^2 B_b h_{5e}^2 \left(\frac{B_b h_{5e}}{B_b + 2h_{5e}} \right)^{4/3}} + (2 - k_{qb}) \frac{q_b}{B_b} \frac{Q_{eb}}{h_{5e}^2} \end{aligned} \quad (29)$$

$$A_2 = -\frac{1}{4} \frac{K_{1b} Q_{eb}}{h_{5e}} + \frac{1}{L_b} \left(\frac{Q_{eb}^2}{B_b h_{5e}^2} - gB_b h_{5e} \right) \quad (30)$$

$$\begin{aligned} A_3 = & -\frac{2Q_{eb}}{B_b L_b h_{5e}} + 8 \frac{Q_{eb} \delta}{B_b L_b h_{5e}^2} - \frac{2gQ_{eb}}{k_b^2 B_b h_{5e} \left(\frac{B_b h_{5e}}{B_b + 2h_{5e}} \right)^{4/3}} \\ & + (k_{qb} - 2) \frac{q_b}{B_b h_{5e}} \end{aligned} \quad (31)$$

Analizando la matriz A , se puede observar que la estabilidad depende de 2 condiciones:

$$(k_{qb} - 2)q_b < \frac{2Q_{eb}}{L_b} \left(1 - \frac{4\delta}{h_{5e}} + \frac{gL_b}{k_b^2 \left(\frac{B_b h_{5e}}{B_b + 2h_{5e}} \right)^{4/3}} \right) \quad (32)$$

$$\begin{aligned} (k_{qb} - 2)q_b < & -\frac{4\delta B_b h_{5e}}{L_b Q_{eb}} \left(2 \frac{Q_{eb}^2}{B_b h_{5e}^2} + gB_b h_{5e} \right) + \frac{gB_b^2 I_b h_{5e}^2}{Q_{eb}} \\ & + \frac{4B_b h_{5e}^2}{L_b Q_{eb}} \left(gB_b h_{5e} - \frac{Q_{5e}^2}{B_b h_{5e}^2} \right) + \frac{gQ_{eb} \left(1 + \frac{4}{3} \frac{B_b}{B_b + 2h_{5e}} \right)}{k_b^2 \left(\frac{B_b h_{5e}}{B_b + 2h_{5e}} \right)^{4/3}} \end{aligned} \quad (33)$$

Para $q \geq 0$ las condiciones son siempre satisfechas, en otros casos la estabilidad depende de la relación de q y δ . Generalmente $\delta \leq 0$ hace que el sistema tienda a ser estable y en otros casos el sistema tiende a la inestabilidad.

5 Resultados

En esta sección, se presentan algunas simulaciones que ilustran la evolución del nivel del agua y del flujo para dos tramos de un canal abierto, el cual se somete a un cambio de referencia del 20% para el nivel del agua, a partir de 1.5 m hasta 1.8 m. Las simulaciones fueron realizadas para dos tramos del canal con una longitud de 1 Km (L), un ancho de 1 m (B), una pendiente de 0.1% (I), y un coeficiente de fricción de Strickler (K) igual a 25.

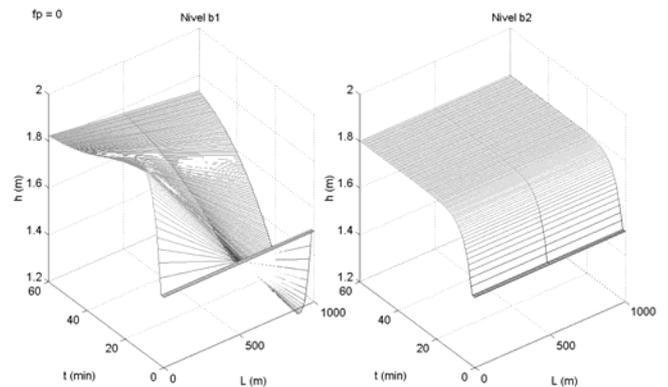


Fig. 3. Evolución del nivel de agua para un cambio en la referencia de 20% ($fp=0$), simulado con modelo de colocación de 3 puntos

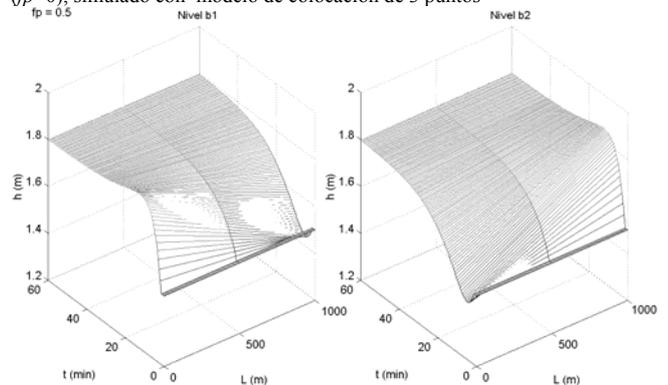


Fig. 4. Evolución del nivel de agua para un cambio en la referencia de 20%, ($fp=0.5$), simulado con un modelo de colocación de 3 puntos

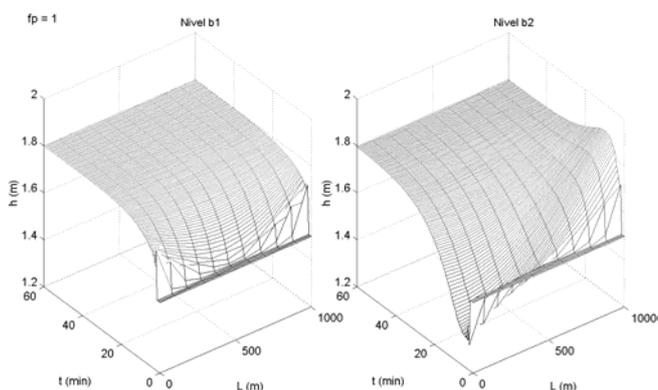


Fig. 5. Evolución del nivel de agua para un cambio en la referencia de 20%, ($f_p=1$), simulado con un modelo de colocación de 3 puntos

Las Figs. 3, 4 y 5 presentan respectivamente la evolución del nivel de agua para los dos tramos del canal, usando en la simulación el modelo simplificado de colocación, para $f_p=0$, $f_p=0.5$ y $f_p=1$ respectivamente. En la Fig. 3 ($f_p=0$) podemos ver que la evolución del tramo aguas abajo sigue una evolución idéntica a la de un solo tramo, como se esperaba teóricamente. El tramo aguas arriba sigue una evolución diferente, donde su nivel alcanza más rápidamente el nuevo valor de referencia que el nivel aguas abajo.

La Fig. 5 ($f_p = 1$), caso presentado en el estudio de estabilidad, presenta la evolución recíproca, esto es el tramo aguas arriba sigue una evolución idéntica a la de un solo tramo, como se esperaba teóricamente, y el tramo aguas abajo sigue una evolución diferente.

La Fig. 4 ($f_p = 0.5$) muestra evoluciones particulares para los dos tramos. Cada figura presenta evoluciones que permanecen estables y alcanzan sus nuevos valores de referencia en un tiempo satisfactorio

La Fig. 6 presenta la evolución del mismo sistema de canal de dos tramos pero simulado con un modelo de diferencias finitas de Preissmann (Malaterre, 1994), en este caso solo para $f_p = 1$. Este modelo se utiliza comúnmente para este tipo de sistema y se conoce comúnmente por ser un modelo muy exacto.

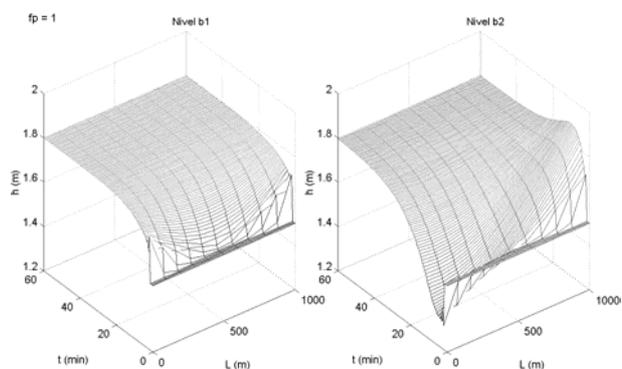


Fig. 6. Evolución del nivel de agua para un cambio en la referencia de 20%, ($f_p=1$), simulado con un modelo de diferencias finitas de Preissmann de 10 secciones

Esta figura muestra una evolución similar a la de la Fig. 5, de lo que se puede concluir en una cierta robustez de la ley de control desarrollada por linealización entrada-salida con ponderación entre los valores del control para la compuerta de control en común.

En trabajos previos se han presentado modelos de simulación y leyes de control más exactos, pudiéndose aplicar estos junto con la técnica de ponderación para los dos tramos del canal.

Para la simulación, además se puede utilizar un modelo que tome en cuenta las ecuaciones de las compuertas de control (Dulhoste, 2001). Con este modelo se puede utilizar como control el valor de la apertura de la compuerta, en lugar de usar directamente el flujo de entrada. Este tipo de entrada de control es más realista, y representa una cierta prueba de la aplicabilidad en un sistema real.

En cuanto a la ley de control se han realizado dos nuevas mejoras. En trabajos previos se presentó como primera mejora, el uso de la técnica de linealización entrada-salida dinámica (Dulhoste, 2001; Dulhoste y col, 2004). Los resultados obtenidos para este control presentan un mejor funcionamiento que los obtenidos con la linealización entrada-salida estática.

La segunda mejora es en cuanto al uso de un observador de flujo y la consideración de la infiltración de agua (Besançon y col, 2001). Con este observador se puede realizar un control del nivel del agua con sólo dos medidas. Los resultados además muestran que este observador permite hacer un mejor rechazo de las perturbaciones, que el que realiza por sí solo el controlador.

La Fig. 7 muestra que la evolución del nivel de agua en el canal de dos tramos es similar a la de figuras anteriores, en las mismas condiciones, pero simulado con un modelo más realista que incluye ecuaciones de las compuertas de control, un controlador más exacto por linealización dinámica entrada salida y un observador del flujo y de la infiltración del agua.

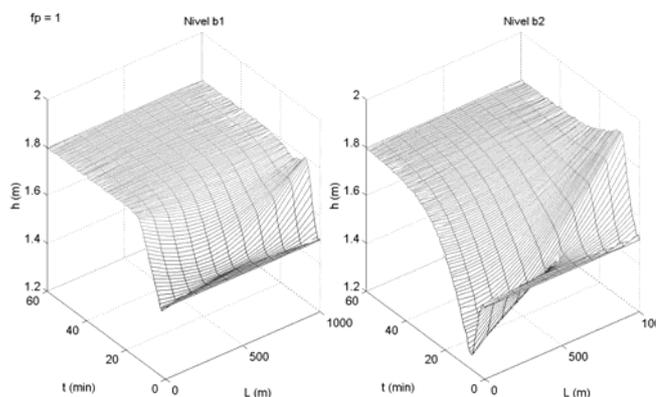


Fig. 7. Evolución del nivel del agua para una variación de la referencia de un 20% ($f_p=1$), simulado con un modelo de diferencias finitas de Preissmann de 10 secciones, con ecuaciones de control de las compuertas, utilizando valores observados para el control y un controlador por linealización entrada-salida dinámica

Podemos ver en esta figura que los resultados presentan las mismas características que las simulaciones anteriores. Entonces se puede concluir que esta técnica de elaboración de la ley del control para dos tramos del canal, basado en leyes independientes de control para cada tramo, tienen cierta robustez y permiten una cierta aplicabilidad a un sistema realista de canales abiertos. Comentamos que hasta este momento solo pruebas de simulación han sido realizadas usando esta ley de control más exacta y aplicada a este modelo realista, no habiéndose realizado ningún estudio teórico sobre la estabilidad del sistema.

Finalmente la Fig. 8 presenta una simulación del rechazo de la perturbación para el mismo canal, con las leyes de control por linealización entrada salida dinámica utilizando el observador, y simulado con el modelo realista. En esta prueba utilizamos una señal de referencia constante de 1.5 m del nivel de agua, y aplicamos una perturbación lateral de $0.1 \text{ m}^3/\text{s}$ en el centro del segundo tramo del canal. Se debe notar que se aplicó la infiltración lateral al tramo aguas abajo, que es el tramo que posee solo una compuerta como control ($f_p = 1$), siendo el flujo proveniente de la otra compuerta una perturbación para este. La figura muestra que esta ley del control permite un buen rechazo de la perturbación. Este resultado consolida la aplicabilidad posible de esta técnica de control a un sistema verdadero de canales abiertos.

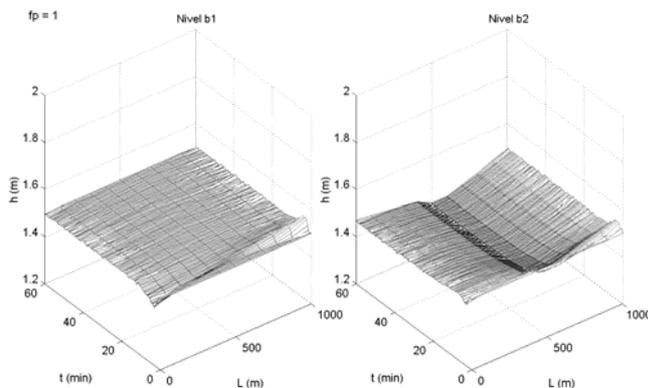


Fig. 8. Evolución del nivel de agua con una perturbación lateral ($f_p=1$), simulado con un modelo de diferencias finitas de Preissman de 10 secciones, con ecuaciones de control para las compuertas, y valores observados para el control y un controlador por linealización entrada-salida dinámica

Actualmente, el trabajo se enfoca en los estudios teóricos de estabilidad para las configuraciones generales de las técnicas de este control por linealización entrada salida dinámica, incluyendo leyes de las compuertas y observadores de flujo. Además se están realizando estudios que permitan desarrollar otras técnicas del control para sistemas de canales abiertos de tramos múltiples, basados en el mismo modelo de colocación.

6 Conclusiones

En este artículo se ha mostrado cómo una ley de con-

trol, desarrollada para un sistema de canal abierto de un tramo, puede ser aplicada a un sistema de dos tramos de canal, ajustando el control de la compuerta común mediante una técnica que pondere los valores del control obtenido para cada uno de los tramos en forma independiente.

Se demostró la estabilidad del sistema linealizado obtenido en el caso del control por linealización entrada salida estático, y se observó que con esta técnica se obtienen buenos resultados en las pruebas de simulación, tanto en simulaciones con el modelo simplificado de control como en simulaciones con modelos más precisos, como el de diferencias finitas.

Además se mostró la aplicabilidad de esta técnica con leyes de control más exactas y sofisticadas, como la de linealización por entrada salida dinámica, con el uso de las ecuaciones de la compuerta para el control en lugar del flujo directamente y con la inclusión de observadores de flujo, lo cual indica cierta robustez de la técnica propuesta.

Finalmente se mostró la capacidad de esta configuración de rechazar una cierta perturbación. Todo esto parece demostrar la posibilidad del uso de esta técnica en un sistema de dos tramos de canales abiertos real, y quizá a un sistema de múltiples de tramos.

Estudios teóricos de la estabilidad para las configuraciones generales de las técnicas de este control y estudios reales de la aplicación de estas técnicas en canales experimentales serán parte de trabajos futuros.

Agradecimiento

Agradecemos el valioso aporte financiero del Consejo de desarrollo Científico Humanístico y Tecnológico de la Universidad de Los Andes (CDCHT – ULA) para la elaboración de este trabajo, a través del Proyecto tipo B con código: I-791-04-02-B.

Referencias

- Besançon G, Dulhoste JF y Georges D, 2001, Nonlinear observer design for water level control in irrigation canals, IEEE Conference on Decision and Control, Orlando, USA.
- Colley RL y Moin SA, 1976, Finite element solution of Saint-Venant equations, Journal of Hydraulic Engineering, Division ASCE, Vol. 102, No. HY6, pp. 759-775.
- Dulhoste JF, Georges D y Besançon G, 2004, Nonlinear Control of Open-Channel Water Flow Based on Collocation Control Model, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Volume 130, Number 3, pp. 254 – 266.
- Dulhoste JF, 2001, Contribution a la commande no linéaire de systèmes d'irrigation, Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble.
- Dulhoste JF, Besançon G y Georges D, 2001, Non-linear control of water flow dynamics by input-output linearization based on a collocation method model, ECC2001, Porto, Portugal.
- Fletcher CAJ, 1984, Computational Galerkin methods,

- Springer Series in Computational Physics, Springer-Verlag.
- Georges D, Dulhoste JF y Besançon G, 2000, Modelling and control of water flow dynamics via a collocation model, MTNS2000. Perpignan, France.
- Graf WH y Altinakar, 1993, *Hydraulique fluviale*, Collection traité de génie civil, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, Presses polytechniques et universitaires Romandes.
- Isidori A, 1995, *Nonlinear Control Systems*, Springer-Verlag, 3^a ed., Berlin.
- Malaterre PO, 1994, *Modélisation, analyse et commande optimale LQR d'un canal d'irrigation*, Ph.D. thesis, LAAS-CNRS-ENGREF-Cemagref, ISBN 2-85362-368-8.
- Strelkoff T, 1970, Numerical solution of Saint-Venant equation, *Journal of Hydraulical Engineering*. Division ASCE, Vol. 96, No. HY1, pp. 223-252.
- Villadsen JV and Michelsen ML, 1978, *Solution of differential equations models by polynomial approximation*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J.