

# Teoría de carteras de inversión para la diversificación del riesgo: enfoque clásico y uso de redes neuronales artificiales (RNA)

## Investment portfolio theory and risk diversification: classic and neural networks methodology

D. Conti\* y C. Simó

Universidad de Los Andes. Facultad de Ingeniería. Escuela de Sistemas  
Departamento de Investigación de Operaciones  
Mérida 5101, Venezuela  
\*dconti@ula.ve

A. Rodríguez

Universidad de Los Andes. Centro de Investigación y Desarrollo Empresarial  
Mérida 5101, Venezuela

### Resumen

*La relación entre riesgo y ganancia es fundamental en el diseño de portafolios de inversión. La diversificación en los portafolios de inversión persigue obtener la combinación óptima de activos que maximice la ganancia minimizando el riesgo. Bajo esta premisa, la investigación aborda la teoría clásica de las carteras de inversión adicionando a ésta criterios heurísticos y estadísticos con patrones de selección obtenidos con redes neuronales artificiales (RNA). En una primera fase de aplicación y prueba se pretende delimitar el estudio a la factibilidad de las RNA para la conformación de portafolios de inversión con los activos que cotizan en el mercado bursátil venezolano. Se confronta la teoría clásica (modelo de programación cuadrática de Markowitz) versus el enfoque alternativo de las RNA comparando los portafolios obtenidos con ambas técnicas. Finalmente, se recomienda la optimización de la arquitectura de las RNA para estudios a posteriori y se propone la continuidad del tópico usando otras técnicas de la Inteligencia Artificial y la Investigación de Operaciones aplicables al campo de las finanzas.*

**Palabras claves:** Teoría de carteras de inversión, investigación de operaciones, programación cuadrática, modelo de Markowitz, redes neuronales.

### Abstract

*The relationship between risk and gain has a vital importance in the design of investment portfolios. The diversification pursues to obtain an optimal combination of assets that maximizes the gain minimizing the risk. Under this premise, this paper approach the classic theory of the investment portfolio by adding to this theory a set of heuristic and statistical techniques that are related with selection patterns obtained from neural networks (RNA). In a first phase of experimentation, it is sought to define the study to the feasibility of the RNA for the conformation of investment portfolio with the assets that quote in the Venezuelan stock exchange. The classic theory is confronted (quadratic programming model proposed by Markowitz) versus the alternative approach of the RNA by comparing the results of the investment portfolios that are gotten with both techniques. Finally, the optimization of the RNA architecture is recommended for posteriori studies, as well as, to solve this problem by using other Artificial Intelligence techniques with Operations Research methods that are applied to the field of finance and management of investment portfolios.*

**Key words:** Investment portfolio theory, operations research, quadratic programming, Markowitz model, neural computing.

## 1 Introducción

Cuando se decide realizar inversiones financieras resulta necesario y vital tomar en cuenta dos factores primordiales: la rentabilidad y el riesgo; entendiéndose por ganancia o rentabilidad los beneficios que se obtienen por la inversión y por riesgo la incertidumbre respecto al resultado futuro de una inversión. Conocidos los factores que influyen en una inversión financiera, se define una *cartera de inversión* como una combinación de activos o títulos individuales (entre ellos se consideran las acciones, bonos, etc.) de modo tal que una combinación de títulos individuales casi siempre sea menos riesgosa que cualquier título individual.

La mayoría de las técnicas para la construcción y administración de carteras de inversión está basada en la Teoría de la Selección de Cartera, desarrollada por el ganador del Premio Nobel de Economía de 1990 Harry Markowitz (Bailey y Steinbach). Esta teoría afirma que la generación de una cartera óptima de inversión supone más que una combinación deseable entre el riesgo y la ganancia de los activos que la pueden componer, lo más importante es realizar un análisis meticuloso de la relación entre ellos.

La teoría explora cómo los inversionistas construyen carteras para optimizar el riesgo contra los rendimientos esperados, es decir, mide como la cartera de un inversionista puede beneficiarse por medio de la diversificación.

Esta investigación se centra en la aplicación del Modelo de programación matemática (programación no lineal) propuesto por Harry Markowitz en activos que cotizan en la Bolsa de Valores de Caracas (BVC) (Bolsa de Valores de Caracas) para generar carteras de inversión eficientes. De manera paralela se confronta este enfoque clásico con la aplicación de técnicas de Inteligencia Artificial, puntualmente con Redes Neuronales Artificiales (RNA) para medir su eficiencia en el área de las carteras de inversión. El enfoque con las RNA es inicial y servirá de base para el establecimiento de patrones a futuro con otras técnicas emergentes como algoritmos genéticos. Se proponen configuraciones básicas de redes neuronales que sirvan para analizar en forma comparativa la teoría clásica de Markowitz versus las RNA en el establecimiento de portafolios dinámicos basados en las acciones que cotizan en el Índice Bursátil Caracas (IBC) y su desempeño durante los años 2002 y 2003.

## 2 Fundamentos teóricos

### 2.1 Criterios para la evaluación de carteras de inversión

Existen dos criterios para evaluar las carteras de inversión. El primero, es medir el rendimiento en función de la ganancia esperada y el segundo medir el riesgo en función de la varianza.

• **Rendimiento en función de la ganancia esperada:** la ganancia esperada de un activo cualquiera está definida como:

$$E[R] = \frac{P_f - P_i}{P_i} \quad (1.1)$$

donde,  $P_f$  y  $P_i$  representan el precio final y el precio inicial del activo respectivamente.

Como un portafolio de inversión está compuesto por varios activos, se define la ganancia esperada de una cartera como:

$$E[R_p] = \sum_{i=1}^N w_i E[R_i] \quad (1.2)$$

donde,  $w_i$  representa la proporción de la cartera invertida en la acción  $i$  y  $E[R_i]$  es la ganancia esperada de la acción  $i$ .

• **Riesgo en función de la varianza:** la varianza para una acción particular esta definida como

$$\text{Var}(R_i) = \sigma^2 = E[R_i^2] - E^2[R_i] \quad (1.3)$$

Este riesgo medido en función de la varianza indica el grado de dispersión o variabilidad en relación con la esperanza sobre el rendimiento de dicha acción durante un arco de tiempo determinado. Un valor alto de varianza o su desviación típica (superior a la  $E[R_i]$ ) indica el alto grado de volatilidad en el rendimiento de dicha acción.

Para una cartera de inversión, la cual está compuesta por varios activos, la varianza de todo el portafolio queda definida de la siguiente manera:

$$\sigma_c^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot \sigma_i^2 + 2 \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n x_i \cdot x_j \cdot \sigma_{ij} \quad (1.4)$$

donde  $x_i$ ,  $x_j$  representan la proporción invertida en el activo  $i$  y en el activo  $j$ ,  $\sigma_{ij}$  es la covarianza entre el activo  $i$  y  $j$  y  $\sigma_i$ ,  $\sigma_j$ , es la desviación estándar del activo  $i$  y  $j$ .

La Ec. (1.4) proviene de la estadística clásica que indica que la varianza de dos variables  $x$ ,  $y$  y se define como:  $v(x+y) = v(x) + v(y) + 2 \text{cov}(x,y)$ .

### 2.2 Importancia de la diversificación

La ventaja de tener una cartera de inversión diversificada implica según Markowitz (Bailey) la reducción en el riesgo, ya que la pérdida en algún sector accionario puede compensarse con las ganancias de otro sector que éste presente dentro de la composición de la cartera.

La diversificación depende del coeficiente de correlación (o covarianza) entre las ganancias de los activos que comprenden la cartera. El coeficiente de correlación representa la dirección y fuerza de la relación entre dos activos, y éste puede tomar valores entre -1 y 1.

En la diversificación se persigue que el coeficiente de correlación entre los activos se negativo o cercano a cero (covarianza negativa), ya que esto hace que se reduzca el riesgo del portafolio y se compensen las pérdidas con las ganancias de otras acciones presentes en la cartera.

### 2.3 Administración de carteras de inversión

La administración de carteras de inversión implica el uso de información económica y bursátil. Se persigue obtener una relación equilibrada entre la rentabilidad esperada sobre la inversión y la capacidad para tolerar el riesgo de ésta. Esto trae consigo el ejecutar una determinada estrategia de inversión, integrar la política de inversiones con las expectativas de los inversionistas, reaccionar a tiempo a la incertidumbre de los mercados y la capacidad para determinar dónde se encuentran las oportunidades de inversión más rentables.

### 2.4 Redes neuronales

Por la eficiencia de los procesos llevados a cabo por el cerebro se ha desarrollado la teoría de las Redes Neuronales Artificiales (RNA), las cuales emulan el comportamiento de las redes neuronales biológicas, y que son utilizadas para aprender estrategias de solución basadas en ejemplos de comportamiento típico de patrones.

En la Fig. 1 se muestra el modelo de una neurona artificial, donde una neurona  $k$  viene descrita por las expresiones 1.5 y 1.6, que representan la acumulación y la función de activación respectivamente.

$$V_k = \sum_{i=0}^p X_i W_{ik} \quad (1.5)$$

$$Y_k = \Gamma(V_k) \quad (1.6)$$

Así:

$X_0, X_1, X_2, \dots, X_p$  son las entradas a la neurona  $k$ ;

$W_{0k}, W_{1k}, \dots, W_{pk}$  son los pesos de la neurona  $k$ ;

$V_k$  es la suma de las entradas multiplicadas por los pesos correspondientes;

$\Gamma_k$  representa la función de activación

$Y_k$  es la salida de la neurona  $k$ .

#### Características de las RNA

Las RNA se caracterizan por su topología, el mecanismo de aprendizaje, tipo de asociación realizada entre la información de entrada y salida y la forma de representación de estas informaciones.

Al hablar de topología o arquitectura de red se refiere a la forma o estructura de la red. Los componentes que integran dicha topología son las entradas, capas y las salidas. La conformación de la interrelación de las neuronas depende de la interconexión y la dirección de la red. Esta dirección se refiere hacia donde va dirigida la información de la red, en este caso son redes de alimentación adelantada.

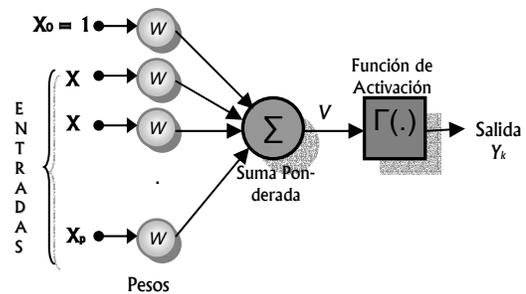


Fig. 1 Modelo de una neurona

El aprendizaje consiste en la presentación de patrones a la red; es decir, el proceso por el cual una red neuronal modifica sus pesos en respuesta a una información de entrada. Una de las clasificaciones acata el Tipo de Aprendizaje, en el cual se puede distinguir Aprendizaje supervisado y No supervisado, en donde la diferencia principal radica en la existencia o no de un agente externo/experto (*supervisor*) que controle el proceso de aprendizaje.

Luego en la generalización o prueba, la red deberá estar en capacidad de proveer salidas próximas a los valores deseados cuando se le proporciona nuevos ejemplos; es decir, entradas que no pertenecen al conjunto de entrenamiento, sino que forman parte de patrones de prueba.

### 3 Herramientas de investigación de operaciones para la optimización de carteras de inversión

La principal meta de la teoría de la cartera es optimizar la asignación de distintos activos en una inversión. La optimización *Media-Varianza*, es una herramienta cuantitativa de programación no lineal que permite realizar esta asignación considerando el intercambio entre la ganancia y el riesgo; cuyo principal objetivo es maximizar la ganancia esperada sujeta a un nivel dado de riesgo o minimizar el riesgo para una ganancia esperada predeterminada.

Esto se realiza mediante la determinación de la frontera eficiente, es decir, del conjunto de combinaciones de activos que maximizan la ganancia esperada para un nivel determinado de riesgo o bien minimizan el riesgo soportado para un nivel determinado de ganancia esperada. Para hallar la frontera eficiente, se propone un problema de programación matemática no lineal (Modelo de Markowitz), específicamente un problema de programación cuadrática (en el caso que se desean minimizar el riesgo para una ganancia determinada). El modelo se refiere a las Ecs. (1.7), (1.8) y (1.9)

Al aplicar este método se debe cumplir con las siguientes condiciones:

- Ganancias esperadas y varianzas finitas.
- Todos los activos no tienen la misma ganancia esperada.
- Matriz de covarianzas definida positiva (Sea  $H$  una matriz simétrica  $n \times n$ .  $H$  se dice definida positiva si  $X'HX > 0$  para todo  $X$ , esto con el objeto que el mínimo que se halle sea un mínimo global)

**Cartera compuesta solo por activos riesgosos**

$$\text{Min } \sigma_c^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot \sigma_i^2 + 2 \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n x_i \cdot x_j \cdot \sigma_{ij}$$

Sujeto a:

$$E(\bar{R}_p) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot E(\bar{R}_i) = R^* \tag{1.7}$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \tag{1.8}$$

$$x_i \neq 0 \tag{1.9}$$

donde,  $E(\bar{R}_p)$  es la ganancia esperada de la cartera,  $\sigma_c^2$  representa la varianza de la cartera,  $E(\bar{R}_i)$  es la ganancia esperada del activo  $i$ ,  $x_i$  es la proporción de la inversión total en el activo  $i$  y  $\sigma_{ij}$  mide la covarianza entre las acciones  $i, j$ . Esta covarianza está estrechamente ligada a la correlación entre las acciones  $i, j$ .

La primera restricción hace referencia a la ganancia objetivo (target) que viene dada por  $R^*$  (Ec. 1.7), con la segunda restricción (Ec. 1.8) se asegura que la suma de las proporciones invertidas en las acciones que forman el portafolio sea igual a uno (100%) y la tercera (Ec. 1.9) tiene como función garantizar que los pesos sean positivos.

Al solucionar este modelo para distintas ganancias objetivo, estas dan como resultado la frontera eficiente. La forma de ambas fronteras se presenta en la Fig. 2.

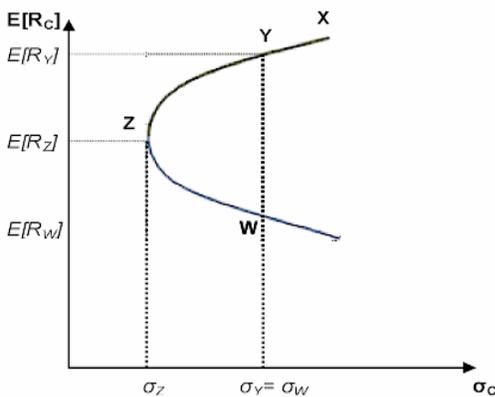


Fig. 2 Forma de la frontera eficiente

En esta frontera, el punto Z representa la *cartera de mínima varianza*. Esta posee la característica de ofrecer al inversionista el menor riesgo disponible con el conjunto de activos que pueden conformar la cartera de inversión, ya que para obtenerla se maximiza la diversificación, y consecuentemente se consigue la combinación que produce el menor nivel de riesgo.

**3.1 Selección de las acciones**

Para seleccionar las acciones se hace uso de criterios heurísticos y de experticia financiera. Su escogencia permite sentar las condiciones iniciales para la aplicación del modelo clásico de Markowitz.

La primera preselección se basa en escoger las 22 acciones, denominado Top 22 y son las acciones que poseen el mayor monto negociado y la mayor ganancia entre las 63 acciones disponibles en el índice bursátil de Caracas (IBC).

Una condición necesaria para el modelo radica en que la matriz de covarianza entre las acciones sea definida positiva; para el caso del Top 22, dicha matriz no cumple con esta condición. Para cumplir con la condición, se decide escoger aquellas acciones que poseen una alta participación dentro de la bolsa. Se seleccionan las acciones que componen el índice bursátil de Caracas (IBC) para el año 2002 y 2003 y otras dos acciones que tienen la misma característica obteniendo así un grupo de 18 acciones (Top 18). Las matrices de covarianza correspondiente a este grupo de acciones si cumple con la condición de ser definida positiva. A pesar de esto y por la necesidad de un número mayor de datos, se decide hacer un rendimiento tri-semanal de las acciones; en este caso y partiendo de las 18 acciones anteriores se escogen las acciones con mayor participación tri-semanal, obteniendo un grupo de trece acciones (Top 13 Tabla 1). Se cuenta con 31 periodos (tri-semanales): 19 para los datos entre el 2001-2002 y 12 para el año 2003. Se aprecia además la composición variada del portafolio de la Tabla 1, ya que hay acciones pertenecientes a diferentes sectores de la economía.

Tabla 1. Top 13

1	Banco Provincial (BPV)
2	Venezolano De Crédito (BVE)
3	C.A. Nacional Teléfonos de Venezuela (TDV.D)
4	Cemex Venezuela. Tipo I (VCM.1)
5	Cemex Venezuela S.A.C.A. TIPO II (VCM.2)
6	Corimon - Clase A (CRM.A)
7	La Electricidad de Caracas (EDC)
8	Fondo de Valores Inmobiliarios, - Clase B (FVIB)
9	Manufacturas de Papel (MPA)
10	Mercantil Servicios Financieros, C.A. - Clase A (MSF.A)
11	Mercantil Servicios Financieros, C.A. - Clase B (MSF.B)
12	Siderurgica Venezolana (SIVENSA), S.A. (SVS)
13	Vencred, S.A. (VCR)

3.2 Formulación del modelo

Se plantea un modelo general en el que se minimiza el riesgo con un rendimiento previamente aceptado, según el método de Media-Varianza:

Sea:

- R<sub>i</sub> el rendimiento de la acción i;
- X<sub>i</sub> la proporción (peso) invertida en la acción i;
- σ<sub>i</sub><sup>2</sup> la varianza para la acción i y
- σ<sub>i,i+1</sub> la covarianza entre la acción i e i+1;
- con i = 1, 2, 3, ..., 13.

X <sub>1</sub> :BPV	X <sub>5</sub> :VCM.2	X <sub>9</sub> :MPA	X <sub>13</sub> :VCR
X <sub>2</sub> :BVE	X <sub>6</sub> :CRM.A	X <sub>10</sub> :MVZ.A	
X <sub>3</sub> :TDV.D	X <sub>7</sub> :EDC	X <sub>11</sub> :MVX.B	
X <sub>4</sub> :VCM.1	X <sub>8</sub> :FBI	X <sub>12</sub> :SVS	

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & X_1^2\sigma_1^2 + X_2^2\sigma_2^2 + X_3^2\sigma_3^2 + X_4^2\sigma_4^2 + X_5^2\sigma_5^2 + \\ & X_6^2\sigma_6^2 + X_7^2\sigma_7^2 + X_8^2\sigma_8^2 + X_9^2\sigma_9^2 + X_{10}^2\sigma_{10}^2 + X_{11}^2\sigma_{11}^2 + \\ & X_{12}^2\sigma_{12}^2 + X_{13}^2\sigma_{13}^2 + 2*(X_1X_2\sigma_{1,2} + X_1X_3\sigma_{1,3} + X_1X_4\sigma_{1,4} + \\ & X_1X_5\sigma_{1,5} + X_1X_6\sigma_{1,6} + X_1X_7\sigma_{1,7} + X_1X_8\sigma_{1,8} + X_1X_9\sigma_{1,9} + \\ & X_1X_{10}\sigma_{1,10} + X_1X_{11}\sigma_{1,11} + X_1X_{12}\sigma_{1,12} + X_1X_{13}\sigma_{1,13} + X_2X_3\sigma_{2,3} \\ & + X_2X_4\sigma_{2,4} + X_2X_5\sigma_{2,5} + X_2X_6\sigma_{2,6} + X_2X_7\sigma_{2,7} + X_2X_8\sigma_{2,8} + \\ & X_2X_9\sigma_{2,9} + X_2X_{10}\sigma_{2,10} + X_2X_{11}\sigma_{2,11} + X_2X_{12}\sigma_{2,12} + X_2X_{13}\sigma_{2,13} \\ & + X_3X_4\sigma_{3,4} + X_3X_5\sigma_{3,5} + X_3X_6\sigma_{3,6} + X_3X_7\sigma_{3,7} + X_3X_8\sigma_{3,8} + \\ & X_3X_9\sigma_{3,9} + X_3X_{10}\sigma_{3,10} + X_3X_{11}\sigma_{3,11} + X_3X_{12}\sigma_{3,12} + X_3X_{13}\sigma_{3,13} \\ & + X_4X_5\sigma_{4,5} + X_4X_6\sigma_{4,6} + X_4X_7\sigma_{4,7} + X_4X_8\sigma_{4,8} + X_4X_9\sigma_{4,9} + \\ & X_4X_{10}\sigma_{4,10} + X_4X_{11}\sigma_{4,11} + X_4X_{12}\sigma_{4,12} + X_4X_{13}\sigma_{4,13} + X_5X_6\sigma_{5,6} \\ & + X_5X_7\sigma_{5,7} + X_5X_8\sigma_{5,8} + X_5X_9\sigma_{5,9} + X_5X_{10}\sigma_{5,10} + X_5X_{11}\sigma_{5,11} + \\ & X_5X_{12}\sigma_{5,12} + X_5X_{13}\sigma_{5,13} + X_6X_7\sigma_{6,7} + X_6X_8\sigma_{6,8} + X_6X_9\sigma_{6,9} + \\ & X_6X_{10}\sigma_{6,10} + X_6X_{11}\sigma_{6,11} + X_6X_{12}\sigma_{6,12} + X_6X_{13}\sigma_{6,13} + X_7X_8\sigma_{7,8} \\ & + X_7X_9\sigma_{7,9} + X_7X_{10}\sigma_{7,10} + X_7X_{11}\sigma_{7,11} + X_7X_{12}\sigma_{7,12} + \\ & X_7X_{13}\sigma_{7,13} + X_8X_9\sigma_{8,9} + X_8X_{10}\sigma_{8,10} + X_8X_{11}\sigma_{8,11} + X_8X_{12}\sigma_{8,12} \\ & + X_8X_{13}\sigma_{8,13} + X_9X_{10}\sigma_{9,10} + X_9X_{11}\sigma_{9,11} + X_9X_{12}\sigma_{9,12} + \\ & X_9X_{13}\sigma_{9,13} + X_{10}X_{11}\sigma_{10,11} + X_{10}X_{12}\sigma_{10,12} + X_{10}X_{13}\sigma_{10,13} + \\ & X_{11}X_{12}\sigma_{11,12} + X_{11}X_{13}\sigma_{11,13} + X_{12}X_{13}\sigma_{12,13}) \end{aligned}$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^{13} X_i = 1$$

R1X1 + R2X2 + R3X3 + R4X4 + R5X5 + R6X6 + R7X7 + R8X8 + R9X9 + R10X10 + R11X11 + R12X12 + R13X13 ≥ RC donde RC es la inflación en ese intervalo de tiempo que varía dependiendo del año (en este caso se utiliza una tasa de inflación promedio mensual para cada año).

$$X_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, 13.$$

4 Experimentación - Metodologías propuestas

Para dar solución al modelo planteado, se tomarán dos enfoques diferentes: el primero presenta la solución de la cartera eficiente por medio del Método de Media-Varianza propuesto por Harry Markowitz. En el segundo caso se uti-

lizan Redes Neuronales para la selección de las acciones a conformar la cartera de inversión y establecer un cuadro comparativo entre ambos enfoques de solución.

4.1 Enfoque de la Media Varianza

Se busca la Frontera Eficiente para el conjunto de acciones que conforman el Top 13, y luego esta cartera es administrada durante el año 2003; es decir, trisemanalmente el porcentaje a invertir en cada acción del portafolio es ajustado a las exigencias de cada periodo. Para resolver los modelos de programación cuadrática se hace uso del software *The Premium Solver Platform®*, diseñado por Frontline Systems®, Inc.

Tabla 2. Carteras de mínima varianza Top 13

	Ganancia esperada (%)	Riesgo (%)
1	2.2583	0.7973
2	2.2583	0.1128
3	2.2583	0.5057
4	2.2583	0.3499
5	2.2583	0.2408
6	35.9365	2.7534
7	6.4931	0.6079
8	2.2583	0.1829
9	2.3357	0.6313
10	2.2583	0.5566
11	2.2583	0.4639
12	2.2583	0.2342

La Tabla 2 muestra el resumen de los resultados obtenidos de la administración de la cartera con el método de la Media-Varianza para cada uno de los doce periodos que representan el año 2003. Luego las carteras de mínima varianza ofrecen un promedio trisemanal de:

Tabla 3. Promedio trisemanal. Media-varianza

Ganancia esperada promedio (%)	Riesgo promedio (%)
5.4242	0.5866

4.2 Enfoque por redes neuronales:

Para entrenar la RN se utiliza el paquete *STATISTICA Neural Network (SNN) 4.0* de la *StatSoft® Inc.*, este paquete genera los pesos iniciales de los nodos de las capas. Luego para la salida de la red se codificó un programa en lenguaje base C++ que realiza el cálculo de los pesos con las entradas, generando la salida requerida para cada experimento.

El diseño hecho para las redes neuronales utiliza 2 experimentos con 4 sub-experimentos cada uno. Se busca que las redes neuronales tengan la misma información que utiliza el modelo de la media-varianza para resolver el modelo, por esto la información de entrada para las redes tiene la siguiente configuración:

**Experimento 1:** Este experimento utiliza 170 valores de entrada en su configuración; de los cuales 169 valores corresponden a la matriz de varianza-covarianza (pues esta es una matriz  $13 \times 13$ ) y un valor para el rendimiento deseado (representado por  $R_C$  en la ecuación 1.7). A su vez este experimento tiene 4 sub-experimentos que varían de acuerdo a la salida deseada:

- **26 salidas:** Se utiliza una sola red que tiene la siguiente configuración: 170 entradas y 26 salidas; donde las trece primeras salidas corresponden a la clasificación de las 13 acciones, con un patrón de entrenamiento de 1 y 0 (1 cuando la acción es seleccionada para conformar la cartera en ese periodo y 0 en caso contrario). Las otras trece salidas generan una predicción de la proporción a invertir en cada acción.
- **13 salidas:** Utiliza igualmente una sola red con 170 entradas y 13 salidas. Esta salida representa la clasificación de las acciones como la primera parte del caso anterior.
- **2 salidas:** Este experimento utiliza trece redes diferentes una para cada una de las trece acciones; es decir, cada acción presenta una configuración interna diferente. La primera salida de cada red da una predicción del peso con que esta acción entra en la cartera (en caso de entrar); y el segundo valor de la salida presenta la clasificación. Al final se tienen trece redes cada una con 170 entradas y dos salidas.
- **1 salida:** Este utiliza igualmente trece redes con la única diferencia que la salida es solo el valor de la clasificación de cada acción.

**Experimento 2:** Este experimento varía respecto al anterior solamente en la configuración de entrada, pues ahora se le adiciona a la entrada de cada red los rendimientos de las acciones. Estos rendimientos varían en cada periodo, pues se debe recordar que para el entrenamiento de la red se seleccionaron 19 periodos con rendimientos semanales. Entonces, de acuerdo a cada sub-experimento, la entrada varía de la siguiente manera:

- **26 salidas y 13 salidas:** Estas redes utilizan 183 entradas, donde los trece valores extra corresponden a los rendimientos que presenta cada acción.
- **2 salidas y 1 salida:** A cada una de las trece redes se le adiciona el valor del rendimiento de la acción, quedando cada una con 171 valores de entrada, por ejemplo la primera de las trece redes representa la primera acción, en este caso BPV, a esta red se le añade como entrada el valor del rendimiento que esta acción presenta en cada periodo.

Para cada RN se tienen 57 casos de entrenamiento: 19 casos generados por cada periodo y en cada uno se varia  $R_C$  tres veces.

### Patrones de entrenamiento y prueba:

La data total comprende un total de 31 periodos, los que son divididos de la siguiente manera:

- **Patrones de entrenamiento:** del periodo 1 al 19 (comprendidos del 03/02/2001 al 07/02/2003), que representan un 61.29 %
- **Patrones de prueba:** del periodo 20 al 31 (que van desde el 10/02/2003 hasta 17/10/2003), lo que equivale al 38.71%

### Características de la RN

Todas las Redes Neuronales que se prueban son *redes monocapa*, de alimentación adelantada, totalmente conectadas, con una capa oculta, un nodo adicional tanto en la capa de entrada como en la capa oculta con valor constante 1. La función de activación en los nodos de la capa oculta depende del tipo de experimento y en los nodos de la capa de salida la función de activación es *lineal* (la función de activación es asignada por el SNN).

### Selección de los pesos

Para cada experimento se generan los pesos hasta encontrar el mejor desempeño y error mínimo para esa RN; aproximadamente se generan los pesos en el menor de los casos 10 veces y en el mayor 50 veces.

### Resultados de las redes neuronales y comparación

La RN clasifica entre las trece acciones que conforman el Top 13, a cuales se les va a asignar un porcentaje de inversión. El promedio de la ganancia esperada y riesgo que mostraron las carteras para cada periodo en cada uno de los experimentos se muestra en la Tabla 4.

Tabla 4. Ganancia esperada y riesgo promedio para los dos experimentos

EXPERIMENTO 1		
	G Esp. (%)	Riesgo (%)
Sub-Exp 1	6.49117	1.28444
Sub-Exp 2	6.15159	1.10397
Sub-Exp 3	5.13056	0.84272
Sub-Exp 4	8.16097	0.98186

EXPERIMENTO 2		
	G Esp.(%)	Riesgo(%)
Sub-Exp 1	6.46509	0.87478
Sub-Exp 2	5.89651	1.43280
Sub-Exp 3	7.43908	0.93455
Sub-Exp 4	5.55346	1.48680

Tabla 5. Ganancia esperada y riesgo promedio por el método media-varianza

<b>Media-Varianza</b>	5.4242	0.5866
-----------------------	--------	--------

La principal diferencia entre el experimento 1 y 2 está en la configuración de entrada de cada uno; recuerde que el experimento 2 tiene como entrada adicional el rendimiento de cada acción. A pesar de esto se observa semejanza entre los resultados; lo que conduce a decir que el experimento 1,

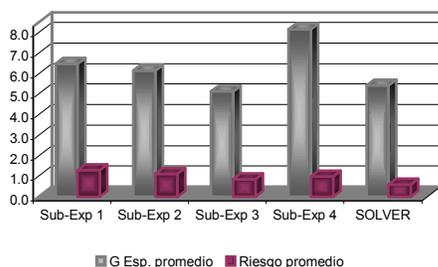


Fig. 3. Ganancia esperada y riesgo promedio. Experimento 1

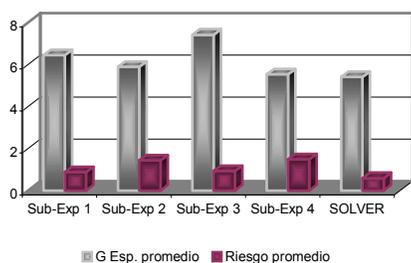


Fig. 4. Ganancia esperada y riesgo promedio. Experimento 2

aún cuando tienen menos información para su ejecución que el experimento 2, no requiere de esta para lograr un buen desempeño.

Se observa homogeneidad entre los resultados de la RN y el método Media-Varianza resuelto por el *solver*, y en algunos casos la RN muestra superioridad en el rendimiento de la cartera. Estos resultados son útiles en el caso de tener distintos tipos de inversionistas:

- Para un inversionista adverso al riesgo se ofrecen carteras de inversión como las provenientes del sub-experimento 1 con experimento 2, que tiene un rendimiento promedio (en tres semanas) del 6.47% y un riesgo de 0.87 %, esta cartera es un poco más riesgosa que la que provee el *solver* pero con más rendimiento.
- Para un inversionista amante al riesgo, se le ofrece la cartera generada por el sub-experimento 4 con experimento 1, donde el riesgo promedio es del 0.98 % (una variación absoluta de 0.4% más que el riesgo del *solver*) y el rendimiento promedio que provee esta cartera es del 8.16% (2.7% más que la cartera del *solver*).
- Resultados como los obtenidos en el sub-experimento 3 con experimento 2, pueden ser útiles para el tipo de inversionista que es moderado al riesgo, en el que para un rendimiento promedio del 7.44% tiene un riesgo promedio de 0.93%; tiene tan solo una diferencia de 0.06% con respecto al riesgo que tiene la cartera ofrecida para inversionistas adversos y tiene casi un punto adicional de ganancia.

La cartera de inversión arrojada por el modelo de la Media-Varianza muestra en promedio el menor riesgo entre todas las carteras propuestas, que comparándola con la car-

tera menos riesgosa presenta una variación absoluta del 0.2561%. Aquí es importante recordar el concepto de diversificación estudiado, puesto que al introducir una mayor cantidad de activos al portafolio de inversiones se logra reducir el riesgo de la cartera. Partiendo de este punto, en un mismo periodo, el conjunto de acciones que utiliza el modelo de la Media-Varianza es mayor al usado por la RN para resolver el modelo, y es debido a esto que este método genera menor riesgo.

## 5. Conclusiones

Los resultados decididamente generaron carteras o portafolios accionarios de alto rendimiento siguiendo la tendencia de IBC durante el año 2003.

Además se debe recordar que hacer una inversión en donde no se reciben rendimientos superiores al porcentaje de inflación ocasiona descapitalización y esto es justamente lo que ocurre al invertir en instrumentos de inversión del mercado monetario convencional, por esta razón las personas y empresas seguirán invirtiendo en el mercado accionario como una de las pocas opciones rentables de inversión.

De los resultados obtenidos utilizando el método de la Media-Varianza y comparándolos con los arrojados por la metodología propuesta con RN se observa gran homogeneidad, se demuestra entonces a primera vista una cierta eficiencia de las RN para clasificar las acciones que conforman un portafolio de inversión. No obstante, esta homogeneidad en los diversos experimentos obtenidos no garantiza la robustez de las RN utilizadas, ya que el número de patrones empleados en la fase de experimentación no es suficiente para establecer afirmaciones concluyentes de eficiencia, sin embargo, la investigación sustenta en un **primer paso** el uso de las RN como técnica alternativa para la generación de carteras de inversión.

A los fines de optimizar el estudio se recomienda rediseñar los experimentos o cambiar las estructuras de las RN propuestas y someterlas a una mayor cantidad de patrones de entrenamiento para evitar problemas de "maldición" de dimensionalidad (*curse of dimensionality*) (Bonifacio y Molina). Similarmente, se propone plantear el enfoque del problema con técnicas alternativas de algoritmos genéticos. De esta manera, la investigación planteada abre el camino para futuros ensayos y proyectos referidos al área de la Inteligencia Artificial y la Investigación de Operaciones aplicada a las finanzas.

De los experimentos que se utilizan en la RN se obtienen carteras de inversión para distintos tipos de inversionistas, ya sea adverso, moderado o amante al riesgo. Para un inversionista adverso se le sugiere carteras como las generadas por el sub-experimento 1 con experimento 2, en promedio estas carteras generan el menor riesgo y un buen rendimiento. Ahora bien, si se desea aceptar un poco más de riesgo se recomiendan carteras como las ofrecidas por el sub-experimento 3 con experimento 2, pero si se es más amante al riesgo el sub-experimento 4 con experimento 1

ofrece en promedio el mayor rendimiento entre todos los experimentos.

Uno de los aspectos más importantes en la construcción de carteras de inversión está en una buena diversificación, gracias a esto se logra reducir el riesgo de la cartera. El método de la Media-Varianza genera en promedio el menor riesgo entre todos los portafolios ofrecidos y esto se debe a que este siempre utiliza un mayor número de acciones que los que utiliza la RN al momento de generar la cartera de inversión, pues debe recordarse que la RN realiza una segunda selección de las acciones que conforman la cartera. En algunos casos se demuestra que aun cuando se utilizan menos acciones se puede generar el mismo riesgo, pero en general se obtienen carteras de inversión menos riesgosas cuando se cuenta con más acciones. Esto ratifica la congruencia y robustez del enfoque matemático planteado por Markowitz.

Al principio se señaló el hecho del alza del IBC para el año 2003, esto indica que los rendimientos de las acciones para este mismo año subieron de manera violenta. Para el patrón de prueba de la RN se utilizó el año 2003; con esto se pretende justificar posibles errores y variaciones en los resultados de la RN a futuro.

## Referencias

Aranguren SM. y Muzachiodi SL, Redes Neuronales y algoritmos inteligentes, Capítulo VII, Disponible en:

<http://www.fceco.uner.edu.ar/extinv/publicdocent/sarangur>  
Bailey RE, Portfolio selection: The mean-variance model. Disponible en: [www.courses.essex.ac.uk/ec/ec371/fb04.pdf](http://www.courses.essex.ac.uk/ec/ec371/fb04.pdf)  
Colina E. y Rivas F, 1998, Introducción a la inteligencia artificial  
Collantes YV, 2001, Predicción con redes neuronales: Comparación con las metodologías de Box y Jenkins  
Cordero M. y Orellana K, Eficiencia de las inversiones de los fondos de pensiones del sistema provisional chileno, Disponible en : <http://toti2113.tripod.com>  
Ferruz L, Teoría de Carteras, Disponible en: <http://ciberconta.unizar.es/bolsa/INI11.htm>  
Martín B. y Sanz A, Redes neuronales y sistemas borrosos, 2ª edición ampliada y actualizada, Universidad de Zaragoza, Editorial RAMA.  
Steinbach MC, Markowitz revisited: Mean-variance models in financial portfolio analysis. Disponible en: [www.fiquam.polytechnique.fr/gt2002/mv.pdf](http://www.fiquam.polytechnique.fr/gt2002/mv.pdf)  
Weston F. y Copeland T, Teoría de la cartera: Toma de decisiones en incertidumbre, finanzas en administración, Octava Edición, Mc-Graw-Hill.  
Bolsa de Valores de Caracas, Disponible en: <http://www.caracasstock.com>  
Características principales de las redes neuronales, Capítulo 1, Disponible en: <http://ohm.utp.edu.co/neuronales>  
Redes Neuronales, Disponible en: <http://www.monografias.com>