

# Programas de computación para determinar parámetros estereológicos

## Computational programs to determine stereological parameters

R. A. Tolosa Ch.\*, M. Ochoa, C. Núñez  
Facultad de Ingeniería, Escuela de Ingeniería Mecánica, ULA  
Mérida 5101A, Venezuela  
\*tolosa@ula.ve

R. Medina  
Facultad de Ingeniería, Escuela de Ingeniería Eléctrica, ULA  
Mérida 5101A, Venezuela  
rmedina@ula.ve

### Resumen

*Se estudian los principios de la estereología y se desarrollan programas de computación en lenguajes QBasic y C++, para la determinación de parámetros estereológicos que describen cuantitativamente la forma de objetos representados por sus imágenes bidimensionales. Las pruebas de verificación muestran en general que los programas son confiables; los resultados con figuras geométricas conocidas difieren muy poco con respecto a cálculos manuales, siendo el error muy pequeño. Los programas permiten solucionar el inconveniente de no poseer un equipo de análisis de imágenes, y sirven de base para desarrollar programas específicos que determinen otros parámetros estereológicos relacionados con los evaluados en este trabajo.*

**Palabras Claves:** Estereología, programas, partículas, forma, caracterización.

### Abstract

*This paper study the principles of stereology, for what a set of computer programs has been developed in Qbasic and C++ languages, to determine stereological parameters that describe the shape of objects represented by its two-dimensional images. The verification tests show that the programs are reliable, the results with know geometric shapes differ very little respect with the manual computed ones, show very little error. The programs permit to solve the inconvenient of have not a images analysis equipment, and these one can server for to develop specific programs for to determine others stereological parameters regarding with the evaluate in this paper.*

**Key words:** Industrial automation, multi-agents systems, business processes, oil production, artificial intelligence.

### 1 Introducción

La estereología se define como una parte de los métodos matemáticos cuyo objetivo es determinar parámetros tridimensionales que definen una estructura a partir de medidas bidimensionales realizadas sobre secciones de ella (Weibel, 1980), o sobre proyecciones (Exner, 1984). Sus orígenes teóricos se hayan en la estadística matemática; en base a las teorías de conjuntos y probabilidades se desarrolló hasta el presente como una rama de la matemática que

estudia la teoría de la geometría integral y la probabilidad geométrica, campo donde se han realizado considerables trabajos (Miles y col., 1978). La importancia de la estereología se aprecia por el solo hecho de conocer que campos de la investigación científica tan disímiles como ciencia de los materiales (metalurgia y geología), la medicina y la biología, la emplean para caracterizar infinidad de estructuras, constituidas estas a su vez por varios componentes, por ejemplo, las fases presentes y/o partículas precipitadas en una matriz metálica, las estructuras granular en metales y la

celular en plantas y/o seres vivos, el espacio poroso en minerales, metales, etc., las partículas de polvos metálicos, orgánicos, y sintéticos; y otros casos más, siendo común en todos el hecho que se pueden observar mediante una técnica microscópica particular, a partir de la cual se puede realizar el estudio estereológico.

La forma característica de un objeto o estructura tridimensional se puede describir cuantitativamente a partir de parámetros o factores bidimensionales obtenidos mediante la estereología (Chang, 1984; Exner y col., 1984), así como también por medio de series de Fourier y la teoría de fractales (Hawkins, 1993; Kaye, 1984); estos dos últimos métodos no son considerados en este trabajo.

En el caso de la estereología se han desarrollado un número considerable de parámetros de forma, pero solo un grupo de ellos son los más útiles en la práctica, siendo así que son empleados como elementos constitutivos de los programas que conforman algunos instrumentos y/o equipos de investigación (Weibel, 1980; Exner, 1984; Hawkins, 1993), por ejemplo en sistemas automáticos de análisis digital de imágenes.

Algunos de los parámetros de uso práctico pueden determinarse de proyecciones bidimensionales, por ejemplo de una fotografía, entre estos se pueden citar los parámetros de Hausner (Hausner, 1966), relación de aspecto centroidal (Beddow, 1980) y los parámetros de Exner y Hougardy (Exner y col., 1984), los cuales se expresan mediante funciones matemáticas que en general se obtienen de evaluar magnitudes extraídas de un gráfico como el de la Fig. 1.

El objeto en estudio visto en el plano es inscrito dentro de un rectángulo, el cual debe cumplir que el área interna sea mínima, lo que determina el trazado de un considerable número de ellos alrededor del perfil del objeto hasta lograr obtener el que realmente posea esta condición, ubicado dicho rectángulo se procede a definir las magnitudes necesarias para los cálculos correspondientes.

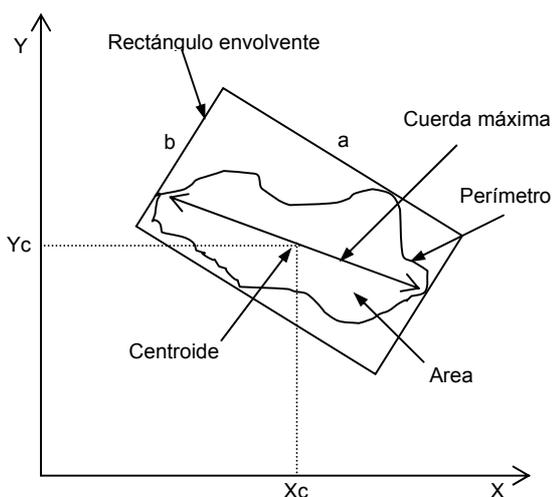


Fig. 1. Magnitudes que definen un objeto en el plano por estereología.

## 1.1 Parámetros estereológicos

### 1.1.1 Parámetros de Hausner

Factor de elongación (x):

$$x = a / b \quad (1)$$

Factor de volumen (y):

$$y = A / a b \quad (2)$$

Factor de superficie (z):

$$z = c^2 / 12,6 A \quad (3)$$

donde: a, es la longitud del rectángulo envolvente con área mínima; b, ancho del rectángulo; A, área proyectada del objeto; c, perímetro del perfil proyectado.

### 1.1.2 Parámetro de Beddow

Razón de aspecto centroidal (RAC):

$$RAC = d_m / d_p \quad (4)$$

donde:  $d_m$ , es la longitud de la mayor cuerda que pasa por el centroide;  $d_p$ , longitud de la cuerda que pasa por el centroide perpendicular a  $d_m$ .

### 1.1.3 Parámetros de Exner y Hougardy

Elongación ( $f_{EL}$ ):

$$f_{EL} = \sqrt{i_1 / i_2} \quad (5)$$

Compacticidad ( $f_{COM}$ ):

$$f_{COM} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{A^2}{\sqrt{i_1^2 + i_2^2}} \quad (6)$$

Rugosidad ( $f_{RU}$ ):

$$f_{RU} = b_c / c \quad (7)$$

donde: A, es el área proyectada del objeto;  $i_1, i_2$  momentos de inercia principales (ubicados en ejes donde el producto de inercia es cero);  $b_c$  es el perímetro convexo; c es el perímetro.

Una característica de estos parámetros de forma, y en general de la gran mayoría, es que sus expresiones matemáticas son sencillas y cortas, a tal punto que en algunos casos pueden aparentemente ser obvias, no llegando a transmitir directamente su significado geométrico y espacial, y mucho menos el trabajo laborioso que implica su determinación en caso de no poseer un equipo automático, como es por ejemplo la determinación del rectángulo de mínima área alrede-

dor de un perfil irregular proyectado por un objeto, ya que es posible trazar un gran número de rectángulos. En estos casos una herramienta muy útil es tener a disposición programas de computación que calculen de la manera más automática posible los parámetros estereológicos.

En este trabajo se desarrollan dos programas de computación, uno en lenguaje QBasic para determinar los parámetros de Hausner y Beddow, y otro en lenguaje C++ para los parámetros Elongación y Compacticidad de Exner y Hougardy. El trabajo por ser de naturaleza computacional se limita hasta la determinación de la confiabilidad de los resultados, mediante la evaluación de patrones preestablecidos de figuras a las cuales se les pueden conocer con facilidad sus características estereológicas; en otro trabajo presentado en esta revista se utilizan estos programas para desarrollar una investigación en el campo de la pulvimeturgia (Tolosa y col.).

## 2 Procedimientos

La estructuración de los programas parte inicialmente de la elaboración de los algoritmos correspondientes, luego se realizan los diagramas de flujo, posteriormente se hace la codificación de los programas en cada lenguaje, finalmente se prueban, corrigen, y se corrobora su grado de exactitud. Los algoritmos de cada programa se presentan a continuación, mientras que los diagramas de flujo y la codificación, debido a lo extenso de los mismos imposibilitan ubicarlos aquí, se encuentran en el trabajo original (Ochoa y col., 1995).

### 2.1 Algoritmos

#### 2.2.1 Programa en QBasic: STEREO1.BAS

Pasos:

- Leer base de datos (coordenadas X, Y, de imágenes digitalizadas de objetos)
- Calcular área del perfil (AREA)
- Calcular perímetro del perfil (PERIMETRO).
- Densificar coordenadas.
- Determinar coordenadas del centroide del perfil (XC, YC).
- Reducir coordenadas del perfil respecto al centroide.
- Determinar coordenadas máximas y mínimas del perfil (XMAX, XMIN, YMAX, YMIN)
- Calcular área del rectángulo de Hausner.
- Calcular el Factor de Superficie (Y).
- Calcular el Factor de Elongación (ELONG).
- Calcular el Factor de Volumen (FVOL).
- Determinar coordenadas máximas y mínimas en el eje X que posean  $Y = YC$ .
- Determinar las coordenadas máximas y mínimas en el eje Y que posean  $X = XC$ .
- Determinar las cuerdas ortogonales máxima y mínima que pasan por el centroide.
- Calcular la relación de aspecto centroidal RAC (ASP).

- Girar perfil con respecto al centroide cada  $1^\circ$ , hasta  $180^\circ$ , recalculando en cada ocasión todos los valores anteriores.
- Seleccionar el rectángulo de Hausner de menor área y calcular los valores definitivos de sus parámetros estereológicos.
- Almacenar valores de los parámetros de Hausner definitivos.
- Imprimir resultados.

#### 2.1.2 Programa en C++: DUST

Pasos:

- Definir variables y constantes.
- Introducir archivos de datos (coordenadas X,Y, de imágenes digitalizadas de objetos)
- Lectura de coordenadas.
- Delimitar tamaño de la imagen del perfil.
- Relleno del perfil.
- Calcular el área (A).
- Calcular perímetro (P).
- Determinar el centroide (rc, cc).
- Calcular momentos de inercia ( $\mu_{rr}$ ,  $\mu_{cc}$ ,  $\mu_{rc}$ ).
- Determinar el rectángulo de Hausner.
- Calcular funciones Seno y Coseno de datos almacenados.
- Rotar imagen cada  $1^\circ$ , hasta  $360^\circ$ .
- Calcular los momentos principales de inercia.
- Calcular el área mínima del rectángulo de Hausner.
- Buscar los momentos de inercia mínimo y máximo.
- Determinar el producto de inercia igual a cero, y los definitivos momentos principales de inercia.
- Calcular el parámetro de elongación ( $f_{EL}$ ).
- Calcular el parámetro de compacticidad ( $f_{COM}$ ).
- Almacenar valores de parámetros calculados.
- Imprimir resultados.

## 3 Resultados y análisis

Estos corresponden a las pruebas para verificar la exactitud de los programas. Para tal fin se seleccionaron perfiles con formas geométricas conocidas (cuadrados, hexágonos, octágonos, etc), a los cuales es posible calcular matemáticamente de manera manual los parámetros estereológicos; paralelamente se hacen correr los programas con estos perfiles, finalmente se comparan los resultados obtenidos.

La Fig. 2 muestra uno de los perfiles utilizados para las pruebas, su geometría es sencilla por lo que se plantea aquí como ejemplo, los casos reales más comunes son como el de la Fig. 1, inclusive más complejos en dependencia de la naturaleza del objeto en estudio, por lo que es prácticamente obligante el empleo de programas de computación como los aquí desarrollados, ya que es demasiado difícil y tedioso hacerlo manualmente con agravantes como: la posible inexactitud, el tiempo y costo involucrados.

Las coordenadas del polígono de prueba se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Coordenadas del polígono (mm).

	A	B	C	D	E	F	G	H
X	80	100	145	190	210	190	145	100
Y	95	110	120	110	95	80	70	80

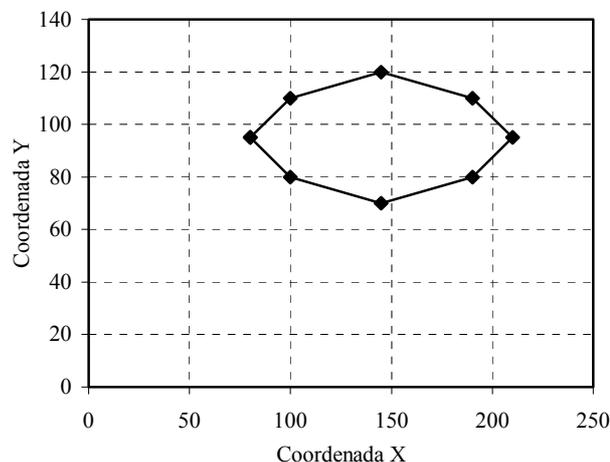


Fig. 2. Perfil poligonal de prueba.

Los valores de los parámetros obtenidos en este caso se presentan en la Tabla 2, junto con el valor porcentual del error estimado en base al cálculo manual. Se aprecia que el error en general es muy pequeño, tendiente a cero, inclusive igual a este en el caso del Factor de Elongación; la única excepción es el 4,52 % de error en el cálculo del Factor de Volumen, no obstante es un valor que se puede considerar pequeño si se toma como referencia que se acepta hasta un 10% de error en la determinación de la Fracción de Volumen mediante estudios estereológicos cuantitativos (Watwe y col., 1990).

Tabla 2. Parámetros estereológicos

Parámetro	Cálculo manual	Cálculo por programa	Error (%)
F. Elong. (x)	2,600	2,600	0
F. Vol. (y)	0,6461538	0,6753472	4,52
F. Sup. (z)	1,528310	1,5324	0,27
RAC	2,600	2,6057	0,22
Elong. ( $f_{EL}$ )	2,600	2,6124	0,48
Comp. ( $f_{CO}$ )	0,73	0,732991	0,41

El Factor de Elongación de Hausner (x) calculado por el programa en QBASIC, y su equivalente parámetro Elongación de Exner y Hougardy ( $f_{EL}$ ) calculado por el programa en C++, difieren muy poco, no obstante que matemáticamente se estiman de diferente forma.

En general se encontró este tipo de comportamiento con otros perfiles similares evaluados, obviamente los valores puntuales de los parámetros fueron diferentes, sin embargo el mayor error no superó el 7 %. Esto se puede atribuir al hecho que los programas deben hacer en algunos cálculos muchas iteraciones, tal como es el caso del giro del

perfil cada grado hasta 180° en el programa stereol1.bas, o la determinación del rectángulo de Hausner de área mínima en el programa Dust.

Por otra parte se encuentra que para una misma condición de digitalización de las imágenes del objeto en estudio, la velocidad de respuesta de los programas es mayor cuando menor es el tamaño del perfil bidimensional, debido a que menor es el número de pares de coordenadas (X,Y) que el programa debe procesar.

#### 4 Conclusiones

El grado de exactitud obtenido permite considerar confiables los programas diseñados.

En general la magnitud del error es pequeño, con tendencia a anularse.

La velocidad de respuesta de los programas es inversamente proporcional al tamaño del perfil.

Los programas desarrollados pueden eventualmente sustituir el uso de equipos costosos, como un analizador de imágenes, cuando solo se evalúan parámetros estereológicos del tipo aquí considerado, que por lo general tienden a ser similares en cuanto a la sencillez de sus ecuaciones.

#### Referencias

- Beddow JK, 1980, Particulate science and technology, Chemical publisher, New York.
- Chang CR, 1984, Conventional shape factors, metals handbook, Ninth edition, Vol. 7, Powder Metallurgy, American Society for Metals, Ohio, USA.
- Exner HE, 1984, Stereological characterization of shape, Metals Handbook, Ninth edition, Vol. 7, Powder Metallurgy, American Society for Metals, Ohio, USA.
- Exner HE y Hougardy HP, 1984, quantitative image analysis of microstructures, A practical guide to techniques, Instrumentations and assessment of materials, Deutsche Gesellschaft für metallkunde, Oberursel.
- Hausner HH, 1966, Planseeber, Vol. 14, No 2, pp. 75-84.
- Hawkins AE, 1993, The shape of powder-particle outlines, Research studies press LTD and John Wiley & Sons Inc, England.
- Kaye BH, 1984, Fractals as descriptors of P/M systems, Metals Handbook, Ninth edition, Vol. 7, Powder Metallurgy, American Society for Metals, Ohio, USA.
- Miles RE y Serra J, 1978, Geometrical probability and biological structures: Buffon's 200<sup>th</sup> anniversary, Lecture notes in biomathematics, Vol. 23, Springer Verlag, Berlin-Heidelberg-New York.
- Ochoa M y Núñez C, 1995, Estudio estereológico de polvo de aluminio, Proyecto de grado, Escuela de Ingeniería Mecánica, ULA, Mérida, Venezuela.
- Tolosa RA, Ochoa M y Núñez C, Morfología de polvo de aluminio por estereología, En esta revista.
- Watwe AS y DeHoff RT, 1990, Metric and topological characterization of the advances stages of loose stak sinter-

ing, Metallurgical Transactions A, Vol. 21A, pp. 2935 - 2941.

Weibel ER, 1980, Stereological methods, Theoretical foundations, Vol. 2, Academic press, London.