CIENCIA E INGENIERIA Vol XVIII,Nº 1,pág.73 a 81(1986)

MATRICES DE ALCANZABILIDAD, HERRAMIENTAS PARA LA CONSTRUCCION Y ANALISIS DE LA ESTRUCTURA DE MODELOS DE SIMULACION

Giorgio TONELLA
Escuela de Ingeniería de Sistemas
Universidad de Los Andes Mérida, Venezuela

RESUMEN

Se muestra una técnica que ayuda a la construcción de modelos que se basa en la teoría de grafos y el álgebra matricial. Se usa las propiedades de las matrices de alcanzabilidad para determinar los elementos mas críticos y más importantes. Se esbozan las bases de una metodología global del modelaje, que además del método propuesto incluye métodos y técnicas conocidas, como los lenguajes de simulación.

ABSTRACT

Reachibility matrices as tools for building and analysis of simulation models. The paper introduces a techniques, which is based on graph and matrix theories to help modellers in building models. This techniques uses the properties of the reachability matrix to find the most important and critical elements, loops, circuits etc. Also it gives some new ideas on a global methodology to build simulation models, which combines the traditional methods with some new ones.

INTRODUCCION

Se reconoce que no se puede atacar la complejidad del mundo real sin el uso de cualquier tipo de modelaje. Este no es solamente deseable, sino también necesario para mantener la posibilidad de gerenciar el análisis de los sistemas y para permitir su comprensión. Además, el modelaje permite enfocar el debate através de su proceso de unir símbolos para obtener un conjunto ordenado que se llama modelo. A pesar de estas ventajas los modelos matemáticos no son siempre bien aceptados por lo tomadores de decisiones. Esto se debe a que en muchas oportunidades los modeladores tratan de ajustar la realidad al modelo en lugar de el modelo a la realidad y, por otra parte, usan métodos matemáticos sofisticados muy complejos y un lenguaje muy lejos de el de los tomadores de decisiones. Es necesario tratar de involucrar a estos desde el inicio de la construcción de los modelos y no solamente en el estudio del análisis del comportamiento de los mismos. Esto se puede lograr usando herramientas matemáticas simples, como las que se introducen en el presente trabajo, que permiten a personas de diferentes formación enfocar problemas y construir modelos. Antes de discutir estas herramientas se dan unas ideas básicas sobre el proceso de construcción de modelos.

Normalmente el proceso de modelaje se identifica con una sola etapa que es el análisis del modelo. Es evidente que para analizar un modelo se necesita primero construirlo, pero en muchos casos se dedica mucho más esfuerzo en analizar el comportamiento del modelo que en chequear la lógica de la estructura del mismo. En realidad el proceso está compuesto por tres etapas:

- Identificación del problema y determinación de los elementos o variables que se usarán en las siguientes etapas.
- Selección de la estructura y su análisis cualitativo
- Análisis cuantitativo de la estructura

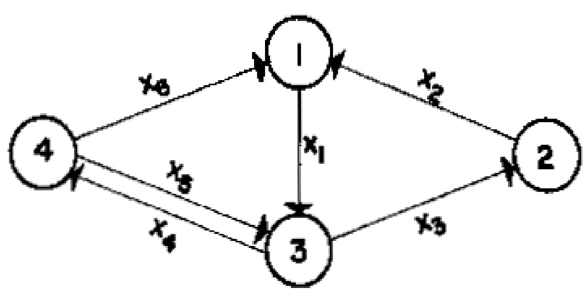
Para cada etapa existen herramientas y métodos que pueden ser usadas para facilitar el trabajo del modelador. Las tres etapas existen en todos los procesos de construcción de modelos pero en la mayoría de los casos el énfasis es en la última. A parte unas pocas excepciones <3>, los modeladores no se mostraron interesados en desarrollar y usar herramientas para las primeras dos etapas antes de la década del 70 <4>. La mayoría de los métodos de la primera etapa no están por ahora automatizados y se basan sobre análisis verbales de las informaciones obtenidas. Son estos los métodos que Warfield <1> incluye en su metodología de consenso como "Brainwriting", Delphi, técnica de grupos nominales, y otros que se denominan métodos "front end" <2>. Para la segunda etapa existen métodos basados sobre conceptos matemáticos simples derivados de la teoría de grafos y de el álgebra matricial, como los que se introducen en el presente trabajo. Estos métodos permiten analizar posibles jerarquías, agrupaciones, elementos críticos, elementos más importantes: en otras palabras, métodos que sirven para determinar la estructura del modelo y para analizar cualitativamente la misma. Para la tercera parte existen muchas técnicas, como los lenguajes de simulación DYNAMO, CSMP, SLAM, SIMAN etc., que permiten estudiar el comportamiento dinámicos de los modelos.

FUNDAMENTOS MATEMATICOS

Los grafos, introducidos en el siglo 18 por Euler para el famoso problema de los puentes de Koenigsberg, se usan con frecuencia en campos como la ingeniería o las ciencias sociales. Un grafo se puede definir como un triple (A,B,C) donde A es un conjunto de índices ordenados llamados vértices o nodos;

B es un subconjunto del producto cartesiano de AxA cuyos elementos se llaman arcos; E es un conjunto de pesos de cada arco. Si los elementos del conjunto son ordenados, el grafo se llama dígrafo. Si todos los pesos de un dígrafo son +1 o -1, el dígrafo se llama signado. Similarmente se puede definir una matriz como un triple (A,B,C), donde A es el conjunto de índices ordenados llamados índices verticales u horizontales; B es el producto cartesiano AxA que determina las celdas de la matriz y C el conjunto de pesos (los valores de los elementos) de cada celda. Es evidente que a cada grafo está asociada una matriz y viceversa. Una matriz binaria es aquella que contiene solamente 0 y 1. Dos nodos se dicen adyacentes si existe un arco entre los mismos; la matriz que representa los nodos adyacentes se llama matriz de adyacencia; la matriz que representa los pesos de los arcos se llama matriz de distancia. Un nodo j se dice que es alcanzable por un nodo i si existe una cadena de nodos y arcos que inicia con i y termina con j. La matriz de alcanzabilidad es la matriz que tiene 1 en las celdas que corresponden a nodos alcanzables. Una cadena de nodos y arcos con nodos repetidos se llama camino y sin nodos repetidos se llama secuencia. Un ciclo es un camino cerrado; una cadena cerrada se llama circuito.

Estas definiciones se pueden ver mejor mediante el siguiente ejemplo de un dígrafo:



La cadena de los nodos (y de los respectivos arcos entre nodos) 1-3-4 es un camino de longitud dos; la cadena 1-3-4-3-4 es una secuencia de longitud 4; la matriz de alcanzabilidad es la que tiene 1 en todas las celdas (todos los nodos son alcanzables directamente o indirectamente).

MATRICES DE INTERACCION PARA REPRESENTAR SISTEMAS

El comportamiento de un sistema se puede representar matemáticamente con un conjunto de ecuaciones de la forma:

$$x_j = f(x_1,\ldots,x_n)$$

En estos casos los elementos de la matriz de distancia (llamada de interacción) pueden ser interpretados como las derivadas parciales de una variable respecto a otra: por ejemplo el elemento i-j puede ser exactamente determinado calculando la derivada parcial de la variable j respecto a la variable i. En muchos casos no se puede determinar las derivadas parciales y por eso se tiene que usar otros procedimientos para determinar los coeficientes de la matriz de interacción. Si el sistema se puede representar como un conjunto de ecuaciones lineales, los coeficientes pueden ser vistos como el cambio incremental de una variable generado por el cambio incremental de otra. Analogamente si el sistema se describe por un conjunto de ecuaciones diferenciales, los coeficientes se pueden representar por el cambio incremental en la tasa de cambio de una variable, generado por el cambio incremental de otra. Estas dos maneras de representar los coeficientes de la matriz de interacción son equivalentes a las que Kane <5> llama coeficientes de efectos a largo plazo (constantes) y a corto plazo (derivativos); también son equivalentes a los que Linstone <6> llama coeficientes de primer tipo (proporcionales) y de segundo tipo (cumulativo).

Se puede demostrar que los coeficientes del primer tipo son equivalentes al flujo de información de la Dinámica de Sistemas de Forrester <7> y que los del segundo tipo son equivalente al flujo de material. Según Forrester, el flujo de información une niveles, que representan integradores, con las tasas; si los niveles quedan constantes, entonces lo mismo pasa con las tasas. Al contrario, en el flujo de material, los niveles cambian también cuando las tasas quedan constantes, porque siguen acumulando <8>. Una matriz de interacción y el grafo asociado a la mismas representa los coeficientes de un sistemas de ecuaciones lineal o diferencial. Los valores de los elementos de la matriz se pueden obtener exactamente de las derivadas parciales, o aproximadamente por estimaciones de los cambios incrementales.

USO DE LAS MATRICES DE INTERACCION

Las matrices de interacción se pueden usar para determinar subsistemas, lazos, elementos más importantes o más críticos etc., es decir, para determinar propiedades inherentes a la estructura de los sistemas que representan. Los métodos para determinar los subsistemas se basan sobre diferentes definiciones de subsistemas. Normalmente, se define un subsistema como el conjunto de los elementos que interactúan más fuertemente entre sí que con otros. Esto se obtiene buscando el valor de la relación entre la suma de las interacciones entre los elementos del subconjunto y la suma de los valores de las interacciones de este con las otras variables.

Es evidente que este método no se puede usar sin computadoras que ayuden en analizar todas las diferentes posibilidades de reagrupar a los elementos y en seleccionar la que maximice las interrelaciones entre los elementos del subsistema y/o minimice las con el resto del sistema.

Para la determinación de los lazos de retroalimentación existen varios métodos que se basan sobre conceptos básicos de la teoría de grafos, introducidos arriba. Debido al gran número de combinaciones, ya para sistemas con pocos elementos se necesita elaborar algoritmos eficientes y rápidos. Con matrices de 20 elementos y alrededor de un 20% de interacciones generadas aleatoriamente, diferentes de cero, se consiguieron a veces más de cien mil lazos. En muchos casos es suficiente conocer el número de lazos que pasan por cada nodo; esto se puede obtener como se explica más adelante.

Lazos, elementos más críticos o más importantes, subsistemas, jerarquías, etc., se determinan usando información que se obtiene a través del cálculo de la matriz de alcanzabilidad. Como se indicó, la matriz de interacción A representa a las interacciones directas entre los elementos del sistema. Es fácil demostrar que si A es una matriz de adyacencia (o de distancia sin valores negativos), la i-ésima potencia de A representa al número de todas las secuencias y caminos de longitud i que existen entre cada par de nodos. La matriz de alcanzabilidad se puede obtener de la suma de todas las primeras n potencias de A; también se la puede obtener usando solamente información sobre el número de todos los caminos posibles, evitando así cálculos inútiles. Si la matriz de distancia contiene números negativos, entonces no se puede calcular la matriz de alcanzabilidad con estos métodos; de todas maneras, a través de estos, se puede obtener información sobre la importancia relativa de los elementos del sistema.

El análisis de la información contenida en la matriz de alcanzabilidad y en el proceso para obtenerla sirve para determinar entre otros:

- Simplificaciones de la estructura mediante eliminaciones (usando información sobre las interacciones indirectas) de elementos que corresponden a variables auxiliares o tasas en el lenguaje de Forrester. Lamentablemente el proceso necesita conocer a priori las variables de estado (los niveles).

- Jerarquías entre los elementos, por ejemplo, por la conocida técnica ISM de Warfield <1>.

- Número de lazos de cualquier longitud: los lazos de longitud i, que pasan por el elemento j, se obtienen del j-ésimo elementos de la diagonal principal de la i-ésima potencia de A.

- Lazos, arcos o elementos más importantes: se determinan de la información sobre los caminos directos y el número de lazos asociados a cada elemento. En el caso de los arcos, estos se obtienen buscando los elementos con los valores mayores en la matriz de alcanzabilidad.

- Subgrafos fuertemente conectados y división de los elementos en subconjuntos o subsistemas.

- Estudios de estabilidad y sensibilidad por medio del análisis de la propagación de impulsos, pulsos u otros tipos de entradas generados por las variables más importantes; el análisis se puede restringir a los elementos más sensibles a cambios.

- Determinación de fuentes generadoras de cambios, es decir, los elementos que, en un cierto período de tiempo, generan más cambios, cuando se aumentan o disminuyen sus valores. Esto se consigue sumando por cada elemento todos los caminos y secuencias que se generan; en otras palabras, sumando las filas (o columnas, dependiendo de la definición de matriz de interacción) de la matriz de alcanzabilidad, en lugar de buscar la inversa de la matriz de Leontief I-A y sumando los valores de sus filas o columnas. Los experimentos que se realizaron muestran que la aproximación que se obtiene con la matriz de alcanzabilidad, en lugar de la de Leontief, es suficiente para los propósitos de análisis de las estructuras.

Un simple ejemplo puede ayudar en aclarar la importancia de llevar a cabo análisis preliminares de estructuras representadas con matrices de interacción. Supóngase que se tenga un ecosistema con predadores y predas y que se construya una matriz de interacción cualitativa usando una relación como "elemento i come al elemento j" o "usa" o "domina" etc., indicando con 1 o 0 la existencia o no de la relación directa entre pares de elementos. La matriz de alcanzabilidad, o mejor el proceso para obtenerla, permite determinar las interacciones directas, y los posibles lazos que en el caso de la relación "comer" significarían lazos o cadenas de alimentación.

Sin la necesidad de cuantificar el modelo, se puede analizar la integridad del sistema eliminando uno o más elementos y/o interacción y comparando las diferentes matrices de alcanzabilidad. Esto permite la posible desaparición de caminos indirectos debido a la eliminación de conexiones directas. Los experimentos que se realizaron con modelos de diferentes tamaño (en unos casos de más de 100 elementos) demostraron la conveniencia de usar estos tipos de herramientas, especialmente durante las primeras etapas de elaboración de los modelos.

CONCLUSIONES

La matriz de interacción asociada a un sistema de ecuaciones (lineales o diferenciales) contiene información importante sobre la estrutura del sistema que representa. Su análisis mediante técnicas simples permite que el modelador junto con aprender sobre el problema gane confianza en la estructura analizada antes de realizar estudios cuantitativos de su comportamiento usando métodos y técnicas más sofisticadas que necesitan más dedicación y esfuerzo.

De todas maneras, para que estas herramientas sean aprovechadas es necesario que estén asociadas con los métodos tradicionales de simulación como son la Dinámica de Sistemas y los lenguajes, como Dynamo, SLAM, etc. Esto se puede lograr englobando en un mismo marco: la metodología de Warfield, las herramientas que se esbozaron antes y los lenguajes de simulación. La mayor parte de este marco tendría que estar automatizado para permitir así la posibilidad de usar en cualquier etapa cualquiera de las herramientas. Es en esta dirección que se está trabajando para obtener un conjunto de herramientas unificadas que permitan:

- Representar a los sistemas mediante matrices de interacción y sistemas de ecuaciones (lineales, diferenciales, etc.).
- Generar matrices de interacciones a partir de sistemas de ecuaciones o de programas en lenguajes como DYNAMO etc, y viceversa. Para esto se puede usar el método de McLean <9> u otro como el que desarrolló el autor de este trabajo <13>.

- Determinar lazos, circuitos, elementos más críticos y más importantes, etc., usando herramientas como las que se analizaron en este trabajo u otras que aparecen en las referencias.

- Realizar análisis de presimulación usando la matriz de interacción (generada o no automáticamente) y técnicas como QSIM o KSIM <1>.

- Realizar análisis de simulación tradicionales usando lenguajes recientes, como SIMAN <11> u otros como el que se está desarrollando <12>.

- Realizar cambios estructurales de una manera interactiva durante cualquier etapa del proceso.

- Usar métodos que se basan sobre la comparación de diferentes estructuras que representan el mismo problema, como por ejemplo la que se sugiere en <13>.

Solamente mediante estos tipos de herramientas globales se podrá transformar el proceso "artístico" de construir y analizar modelos en un proceso "ingenieril", sin olvidar que de todas maneras siempre existirá en el proceso de modelaje una dimensión que se puede llamar "intuición modelística", que nunca podrá ser programada o automatizada.

AGRADECIMIENTO

Se le agradece al Consejo de Desarrollo Científico, Humanístico y Tecnológico (CDCHT) de la Universidad de Los Andes su apoyo financiero.

REFERENCIAS

<1> WARFIELD J. "Organization and Systems Learning", General Systems Yearbook XXVII 5-75 (1982)

<2> LENDARIS G. "On the Human Aspects in Modeling" en Tech. For. Soc. Change 14 (4) 291-329 (1979)

<3> ALENXANDER C. "Notes on the Synthesis of Form", Harvard Univ. Press., Cambridge Mass. (1964)

<4> BALDWIN M.M. "Portrait of Complexity", Battelle Institute, Monograph 9, Columbus, Ohio (1975)

<5> KANE J. y VERTINSKI I. "The Arithmetic and Geometry of the Future", Tech. For, Soc. Change 8 (3) 115-130 (1975)

<6> LINSTONE H. et al. "The use of Modeling for Technology Assessment", Portland Univ., Portland (1982)

<7> FORRESTER J. "Principles of Systems Dynamics", Wright Allen, Cambridge (1968)

<8> BURNS J. y MARCY W. " Causality: its Caracterization in System Dynamics and KSIM Models" Tech. For. Soc. Change 14 (4) 387-399 (1979)

<9> McLEAN M. "Demistyfying Models" Tesis de M.Phil, Univ. de Sussex, Brighton (1978)

<10> WAKELAND W. QSIM2: A Low Budget Heuristic Approach to Modelling and Forecasting" Tech. For. Soc. Change 9 213-229

<11> PEDGEN D. "Introduction to SIMAN", System Modelling Corp., Celder Square, Pa. (1983)

<12> DOMINGO C., et al "Introducción al GRIDER", Inst. de Est. Comp., Univ. de Los Andes, Mérida, (1985)

<13> TONELLA G. "Pluralistic Modelling for Development Planning", en TRAPPL (ed) "Cybernetics and Systems Research 1984", 491-496, North Holland, New York (1984)