**GENERALIZACION DE UN ALGORITMO PARA LA IDENTIFICACION
DE LOS SUBSISTEMAS**

Giorgio, TONELLA
Universidad de Los Andes
Escuela de Ingeniería de Sistemas, Mérida, Venezuela

RESUMEN

En el trabajo se muestra la falta de confiabilidad de uno de los métodos que se usa para determinar los subsistemas a través de permutaciones de filas y columnas de la matriz de interacción que representa al sistema. Se proponen cambios que permiten obtener resultados más confiables según indicaciones obtenidas de experimentos realizados con diferentes modelos.

ABSTRACT

Generalization of a subsystems identification method. The paper points out the lack of reliability of one of the methods used for the identification of subsystems through rows and columns permutations of the interaction matrix, which represents the system. It also introduces some changes in the methods, which produce more reliable results, as the ones obtained by experiments realized with different models.

INTRODUCCION

La determinación de las mejores agrupaciones o de los subsistemas dentro de un sistema complejo no es tema nuevo, ya que desde hace más de dos o tres décadas biólogos, botánicos etc. usan métodos como "Cluster Analysis", "Factor Analysis", Q-Algebra etc. para clasificar y catalogar sus observaciones <1>. Pero fue solamente a finales de la década del 60, cuando los modeladores, movidos por la necesidad de analizar los nuevos modelos globales, iniciaron una búsqueda de nuevos métodos para la determinación de submodelos o subsistemas <2,3>. Entre estos métodos el de Gourlay <4,5>, que se basa sobre la diagonalización de una matriz a través de transformaciones ortogonales de Jacobi <6>, es uno de los que más se usó durante los últimos años para explorar y analizar las posibles divisiones de un sistema o modelo en subsistemas <7>. El método trata de reducir, por permutaciones de columnas y filas, la suma de los valores afuera de la diagonal principal ponderados por sus distancias con aquella. En otras palabras, usando la analogía con la mecánica, el método trata de reducir los momentos de inercia, es decir, la

$$W(A) = \sum_i \sum_j a_{ij} (i - j)^2$$

Es por eso que el método puede ser visto como un caso particular de el de Jacobi (reduce la banda de una matriz si todos los elementos son iguales). Después de una rotación p,q, la diferencia entre la medida de la nueva matriz A^1 y de la matriz A se determina facilmente usando solamente los valores de las columnas y filas que cambian. Para determinar cuales índices p,q se tienen que usar en la rotación, se busca para cada índice i ($i = 1, \dots, n$) el índice k ($k=j+1, \dots, n$) que por medio de una rotación reduce a' la medida W; en el caso de más de un k se toma aquél que genera la mayor reducción. Una vez conseguido un par de índices i,j (que se denomina p,q) se realiza la rotación o permutación. Cada permutación necesita 2n multiplicaciones y $4n + 1$ sumas o diferencias. Según Gourlay la secuencia obtenida con las medidas W es monótona decreciente, y, en el caso que todos los elementos de la matriz A sean enteros, converge a un límite.

Esto se puede ver por medio del siguiente ejemplo usado por Roberts <8> para analizar el problema asociado con el consumo energético en el transporte urbano. El sistema se puede representar con la siguiente matriz A de 8 variables (1,...,8). Una x en la fila i, columna j significa que existe una interacción (positiva o negativa) entre la variable i y la variable j; en otras palabras que la variable i afecta (o es afectada en caso de signo negativo) por la variable j. Para simplificación de cálculo se suponen todas las interacciones iguales a 1.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1				x	x	x	x	
2				x	x			x
3	x				x		x	x
4	x							
5								
6							x	
7	x							
8								x

El valor inicial de W es 272; después de 15 permutaciones y 4 barridos (un barrido es una búsqueda desde $i=1$ hasta $i=n$) se obtiene la siguiente matriz A^f , que tiene un valor de W de 57

		6	7	1	3	4	8	2	5
	6		x						
	7			x					
	1	x	x		x		x		
	3			x					
A^f	4		x	x			x		x
	8								x
	2				x		x		x
	5								

El algoritmo termina ya que no consigue ningún par de índices p, q que mejoren la medida W obtenida.

CRITICAS Y MEJORAS AL ALGORITMO

La convergencia del método se obtiene cuando no se logra disminuir la última medida W obtenida, es decir, cuando no se puede llevar a cabo una permutación simple de columna-fila que reduzca W . Gourlay erróneamente pensó que en estos casos el método había convergido a la solución mínima, olvidando que la imposibilidad de reducir W con permutaciones simples no implica que esto se puede lograr con permutaciones más complejas, como por ejemplo por permutaciones de 3 índices (p, q, r) o con aplicaciones de permutaciones simples en paralelo $(p, q$ y $r, t)$. Esto se puede ver fácilmente usando la solución obtenida en el mismo ejemplo anterior. Si a la matriz A^f obtenida en la solución se aplica separadamente las permutaciones de las variables 4-3 y 2-5 se obtienen las siguientes matrices A^{fa} y A^{fb} .

		6	7	1	4	3	8	5	2
	6		x						
	7			x					
A^{fa}	1	x	x		x		x		
	4			x					
	3		x	x		x	x		
	8							x	
	5								
	2				x		x	x	

		6	7	1	3	4	8	2	5
	6		x						
	7			x					
A^{fb}	1	x	x		x	x			
	3		x	x			x		x
	4			x					
	8								x
	2					x	x		x
	5								

Estas dos matrices tienen valores de la medida W mayores del valor obtenido en la matriz A^f ; respectivamente 61 y 59. Pero si se aplica paralelamente las dos permutaciones se obtiene la siguiente matriz A^n que tiene un valor de W menor (56 en lugar de 57).

$$A^n = \begin{array}{cccccc} & 6 & 7 & 1 & 4 & 3 & 8 & 2 & 5 \\ 6 & & x & & & & & & \\ 7 & & & x & & & & & \\ 1 & x & x & & x & & x & & \\ 4 & & & x & & & & & \\ 3 & & x & x & & & x & x & \\ 8 & & & & & & & & x \\ 2 & & & & x & x & & & x \\ 5 & & & & & & & & \end{array}$$

En este caso, la nueva solución (es decir el orden de las variables) no es muy diferente de lo que se consiguió con el método de Gourlay, y la medida W disminuye solamente de 1 punto. Pero esto no es siempre así; en muchos de los experimentos, que se simularon con estructuras generadas aleatoriamente, se obtuvieron soluciones muy diferentes, no solamente cuando se aplicaban en paralelo pares de permutaciones simples, pero también cuando se usaba el método de Gourlay con diferentes órdenes iniciales de la matriz A . Esto se puede ver también con el ejemplo anterior. Se se aplica el método iniciando con la matriz que se obtiene con las variables ordenadas de la siguiente manera:

$$3, 1, 7, 6, 2, 5, 8, 4$$

se obtiene como resultado el siguiente ordenamiento

$$6, 7, 3, 1, 8, 5, 4, 2$$

que difiere considerablemente de los que se obtuvieron anteriormente: El valor W en este caso es 69, es decir casi un 20% mayor del valor mínimo conseguido anteriormente.

Estos trabajos muestran claramente que el algoritmo no garantiza que se obtenga el mínimo de la medida W y por eso el orden de los elementos que se consigue no puede ser usado para subdividir el sistema en subsistemas. Gourlay no considera la posibilidad de usar permutaciones no simples y por otra parte, no incluye la posibilidad que la secuencia de los valores w sea monótona no creciente en lugar de monótona decreciente (en sus demostraciones de la convergencia no es necesario suponer que sea monótona decreciente. Otro aspecto débil del algoritmo es la estrategia que se usa para seleccionar los índices p y q . Para corregir estos problemas se analizaron las siguientes posibles mejoras.

i. Incluir cambios en el algoritmo para permitir realizar además de permutaciones simples, permutaciones de 3 índices (con 4 índices, el número de las combinaciones es demasiado grande). El algoritmo que se usó para lograr estos cambios fue el de Shepherd <9>.

ii. Cambiar la estrategia de selección de los elementos p-q; estrategias que se usaron fueron: seleccionar el elemento que tenga la mayor distancia de la diagonal; realizar un barrido completo y seleccionar los p-q que generan la mayor reducción de W; realizar permutaciones cíclicamente como en el método cíclico de Jacobi.

iii. Incluir la posibilidad que, una vez que se obtiene la solución mínima de Gourlay, se realicen pares de permutaciones simples en paralelo.

iv. Incluir la posibilidad que se realicen permutaciones también cuando el nuevo valor de W sea igual al anterior.

Para cada uno de estos casos se realizaron experimentos usando matrices de interacción obtenidas de modelos conocidos <10> como por ejemplo W2 de Forrester, SARUM, etc., o generadas aleatoriamente. Usando permutaciones de tres índices o de pares de dos índices se obtuvieron mejores resultados que con el método de Gourlay. En ambos casos las mejoras fueron mas importantes con modelos muy grandes. No se consiguieron diferencias importantes en usar permutaciones de tres índices o de pares de dos índices, y por eso se decidió seguir usando el algoritmo de Shepherd, debido a su menor tiempo de computación. Al contrario, en el caso de las estrategias no se logró determinar si una es mejor que otra.

CONCLUSIONES

Los experimentos, que se realizaron, demuestran que no es aconsejable usar el método de Gourlay para determinar posibles subsistemas, a menos que se introduzcan en el mismo mejoras como las que se resumieron en la sección anterior. En caso de usar el método sin ninguna mejora, se aconseja buscar soluciones usando diferentes ordenes iniciales de las variables que forman la matriz de interacción, para determinar así empíricamente la existencia de mejores resultados.

De ninguna manera el uso de este método, como de cualquier otro que se basa sobre rotaciones ortogonales, permite determinar univocamente los subsistemas de un sistema complejo. Siempre se tendrá que recurrir a las apreciaciones del modelador para tomar la decisión final, a menos que en el futuro se logre desarrollar métodos mas confiables.

REFERENCIAS

- <1> CLIFFORD, H. y STEPHENSON W. "An Introduction to Numerical Classification", Academic Press, New York (1975)
- <2> GERARDIN, L. "To Forecast Decision Making with Systems Analysis", Thomson Co. CSF-FR, París (1974)
- <3> DUPERRIN, J.C. y GODET, M. "Méthode de Hierarchisation des Eléments de un Systeme", Commissariat a la Energie Atomique, París (1973)
- <4> GOURLAY, A.R. "An Algorithm for Reducing the Moment of Inertia of a System Interaction Matrix", Appl. Math. Modelling, 1 (Dec), 131-135 (1976)
- <5> GOURLAY, A.R. et al. "Contributions to the Analysis of Structure in Socio-Economic Models", IBM (UK) Scientific Center, Internal Report, Peterlee U.K. (1978)
- <6> SCHWARZ, H., RUTISHAUSER, H., STIEFEL, E. "Matrizen Numerik", Teubner Verlag, Stuttgart (1968)
- <7> LINSTONE, H. et al. "The Use of SM for Technology Assessment", Publicacion del Systems Science Ph.D Program, Universidad de Portland, Portland (1982)
- <8> ROBERTS, F. "Discrete Mathematical Models", Prentice Hall Inc., New York (1976)
- <9> McLEAN, M. y SHEPHERD, P. "An Empirical Investigation into the Study of the Behavior of Large Complex Systems", en STRASZAK A. "New Trends in Mathematical Modelling" p. 257-298, Ossolineum, Wroclaw (1978)
- <10> TONELLA, G. "Comparación entre unos modelos globales" a publicar en Ciencia e Ingeniería, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes, Mérida (1986).