

Un filtro para detección robusta de fallas en sistemas lineales a tiempo discreto con incertidumbres estructuradas

Ríos-Bolívar, Addison

Universidad de Los Andes, Facultad de Ingeniería
Departamento de Sistemas de Control, Núcleo La Hechicera,
Mérida, VENEZUELA
ilich@ula.ve

Resumen

En esta contribución se estudia el problema de detección robusta de fallas en sistemas lineales a tiempo discreto con incertidumbres estructuradas normalizadas. La robustez se analiza a partir de la caracterización de dos tipos de señales de perturbación: señales de energía y señales de potencia acotada. Las señales de potencia se utilizan para caracterizar, como perturbaciones, las incertidumbres estructuradas. En consideración a esos dos tipos de señales se establecen criterios H_2 / H_∞ mezclados de desempeño para el diseño de un filtro de detección robusta de fallas. La síntesis del filtro robusto se obtiene mediante el planteamiento de un problema de optimización convexa cuya solución numérica se realiza por medio de desigualdades matriciales lineales (LMI). El desempeño del filtro de detección garantiza aumentando la sensibilidad a las fallas respecto a las perturbaciones y a las incertidumbres estructuradas.

Palabras clave: Detección de fallas, sistemas lineales a tiempo discreto, desigualdades matriciales lineales (LMI), normas $H_2 - H_\infty$, detección robusta.

A fault robust detection filter for discrete-time linear systems with structured uncertainties

Abstract

This contribution studies the fault robust detection problem for discrete time linear systems with structured uncertainties. The robustness is analyzed starting from the characterization of two signal types: energy signals and power signals. The power signals are used to characterize the structured uncertainties as perturbations. On the basis of these two signal types, mixed performance criteria in H_2 / H_∞ are used in order to design a filter for fault robust detection. The filter synthesis is obtained by solution of a convex optimization problem, where the machinery of linear matrix inequalities (LMI) can be used. The filter performance is guaranteed by enhanced the sensitivity of faults with respect to the perturbations and the structured uncertainties.

Key words: Fault detection, discrete-time systems, linear matrix inequalities (LMI), $H_2 - H_\infty$ norms, robust detection

Recibido: 23-11-05 Revisado: 13-04-07

1. Introducción

Un elemento fundamental en un sistema de supervisión, monitoreo y diagnóstico de fallas es el Filtro de Detección y Diagnóstico de Fallas, filtro FDI, el cual debe ser diseñado para operar en condiciones adversas debido a la presencia de señales externas desconocidas, de las incertidumbres y a los distintos regímenes de operación de los procesos. Dicho filtro debe ser capaz de producir señales residuales que permitan:

- 1) Determinar la presencia de fallas aún en condiciones adversas (Detección Robusta).
- 2) Orientar sobre el origen de la falla (Separación Robusta).

Varios de los resultados en el diseño de filtros robustos de detección han sido presentados para sistemas continuos (Edelmayer et al., 1994), (Chen y Patton, 1999) y (Patton y Hou, 1997) se consideran fallas de actuadores y sensores. La solución se presenta en el contexto H_∞ . En (Ríos-Bolívar y García, 2001) también se aborda el problema desde la perspectiva de la norma H_∞ pero en este caso se transforma el problema de detección de fallas como un problema de control óptimo y se dan posibilidades para la separación robusta de fallas. En (Chen et al., 1996) se aborda el diseño del filtro basado en observadores de entrada desconocida, el cual presenta condiciones fuertes de diseño (Mangoubi, 1998) se aplica la teoría de juego y de filtraje, en el marco de la evaluación robusta en H_∞ , para el diseño de estimadores más generales que el filtro de Kalman. La técnica se utiliza para la estimación robusta de parámetros y la detección de fallas en modelos de sistemas con incertidumbres. Mientras que en (Mangoubi y Edelmayer, 2000) presenta un recuento histórico de las técnicas de detección de fallas basadas en modelos, y se aborda los requerimientos para la detectabilidad robusta siguiendo criterios de desempeño en H_∞ . Por otro lado, (Zhong et al., 2003) presenta un método basado en acoplamiento de modelos en H_∞ , cuya solución se basa en optimización LMI.

manera similar, (Wang et al., 2003) plantea un filtro robusto mediante un método iterativo de optimización bajo una fuerte condición en la estructura del modelo de diagnóstico. (Khosrowjerdi et al., 2003; Khosrowjerdi et al. 2004) considera el diseño simultáneo de filtro y control bajo una formulación de optimización H_2 / H_∞ mezclado características generales de estos métodos es la búsqueda de una adecuada detección, mediante el mejoramiento la sensibilidad a las fallas, tomando en poca consideración en problema de separación de fallas, el cual se plantea como un problema de filtrado múltiple.

En caso de diseño de filtros robustos para sistemas a tiempo discreto, (Ríos-Bolívar et al., 1999) considera el rechazo de perturbaciones mediante un observador generalizado. El método está restringido a unas condiciones sobre la distribución de las perturbaciones respecto a las fallas para garantizar la separabilidad. (Nobrega et al., 2001) considera el diseño de filtros basados en LMI.

Se dan condiciones de síntesis a base de restricciones de acoplamiento de rango de ciertas matrices, además, el problema de estimación se formula a partir de las fallas, directamente, lo cual dificulta la implementación. (Wang y Lam, 2001) presenta un método para el caso de perturbaciones estructuradas. El método se presenta como un problema de optimización no restringida basado en gradiente. Un cierto nivel de sensibilidad es alcanzado.

En (Ríos-Bolívar y García, 2005) se presenta un método de diseño para sistemas bajo perturbaciones mediante transformación del problema de detección robusta como un problema de control óptimo robusto en H_2 / H_∞ . Bajo ciertas condiciones la detección y separación robusta de fallas es alcanzada. Además, en (Ríos-Bolívar et al., 2001) este problema es formulado considerando señales de energía y de potencia.

En este trabajo se propone la síntesis de filtros robustos de detección, para sistemas discretos con incertidumbres estructuradas normalizadas (acotadas en norma) y perturbaciones, mediante la consideración de criterios de desempeño en H_2/H_∞ mezclados. El problema surge al considerar las incertidumbres como señales de perturbación de potencia acotada, mientras que el ruido (perturbaciones) se considera como señales de densidades espectrales conocidas y fijas o señales de energía. Esos dos tipos de señales inducen al planteamiento de índices de desempeño mezclados para obtener la ganancia K del filtro dinámico. La solución del problema de síntesis del filtro se plantea en el marco de optimización convexa LMI, a partir del cual se obtienen soluciones numéricas.

2. Problema de FDI robusta

Debido a las condiciones adversas (perturbaciones, incertidumbres), el índice de desempeño del filtro robusto establece a partir de una medida de robustez de la sensibilidad a fallas y de la sensibilidad respecto a perturbaciones. Esto es, la medida de sensibilidad de un filtro FDI se puede caracterizar como la relación del nivel de atenuación de la salida del filtro con respecto a las fallas al nivel de atenuación del filtro respecto a la perturbación

$$S_2 = \frac{\|H_{e_z v}\|_2}{\|H_{e_z w}\|_2}; \quad S_\infty = \frac{\|H_{e_z v}\|_\infty}{\|H_{e_z w}\|_\infty};$$

donde H_{e_z} es la función de transferencia, v_i son las fallas, w la perturbación y e_z la señal residual. Así, los métodos de diseño de filtros robustos deben procurar una excelente sensibilidad a fallas y en lo posible el rechazo de perturbaciones (Edelmayer et al., 1994).

Para el presente estudio, considérese el siguiente modelo de diagnóstico con incertidumbres estructuradas:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= (A + \Delta A(k))x(k) + B_1 w(k) + \\ &\quad + (B_2 + \Delta B(k))u(k) + F_1 v(k), \\ z(k) &= C_1 x(k) + D_{11} w(k) + F_2 v(k), \\ y(k) &= (C_2 + \Delta C(k))x(k) + D_{21} w(k) + F_2 v(k), \end{aligned} \tag{1}$$

donde $x \in \hat{A}^n$ son los estados, $z \in \hat{A}^m$ es la señal para cuantificar el desempeño, $g \in \hat{A}^p$ las señales de salida medidas; $w \in L_2$ es la señal de perturbación y n es el vector de fallas desconocidas. Las matrices A, B_1, C_2, D_{11} y F_2 tienen dimensiones adecuadas. Las incertidumbres se caracterizan por

$$\begin{aligned} \Delta A(k) &= G_1 E(k) H_1, \Delta B(k) = G_1 E(k) H_2, \\ \Delta C(k) &= G_2 E(k) H_1, \end{aligned}$$

para lo cual G_1, G_2, H_1, H_2 , son matrices constantes conocidas y de dimensiones apropiadas. $E(k)$ es una función matricial desconocida pero acotada. Es decir, las incertidumbres son acotadas en norma.

F_1, F_2 son las matrices de distribución de fallas, las cuales se asumen conocidas. El término $F_1 u(k)$ representa

rallas de actuadores o de componentes, mientras que $F_{2n}(k)$ denota las rallas de sensores. Se asume que el par A es detectable.

El problema de detección robusta de fallas consiste en generar una señal residual $e_z(k)$ que satisfaga

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(e_z(k)) &\leq T_h \text{ si } v(k) = 0, \\ \mathbf{F}(e_z(k)) &> T_h \text{ si } v(k) \neq 0, \end{aligned} \quad (2)$$

donde $F(e_z(k))$ es alguna medida del tamaño del residual, por ejemplo, una norma, y T_h es un valor umbral. sobre la base del modelo de diagnóstico es posible construir un filtro a partir del sistema dinámico siguiente:

$$\Sigma_2 \begin{cases} \hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + B_2 u(k) + K e_y(k), \\ \hat{z}(k) = C_1 \hat{x}(k), \\ \hat{y}(k) = C_2 \hat{x}(k), \end{cases} \quad (3)$$

donde K es la ganancia a seleccionar y $e_y(k) = y(k) - \hat{y}(k)$. Si se define $e_x(k) = x(k) - \hat{x}(k)$ y la señal residual $e_z(k) = z(k) - \hat{z}(k)$, entonces

$$\begin{aligned} e_x(k+1) &= (A - KC_2)e_x(k) + B_1 \tilde{w}(k) + \\ &\quad + B_2 w(k) + (F_1 - KF_2)v(k), \\ e_z(k) &= C_1 e_x(k) + D_{11} w(k) + F_2 v(k), \end{aligned} \quad (4)$$

$$\tilde{w}(k) = \begin{pmatrix} x(k) \\ u(k) \end{pmatrix}$$

donde $B_1 = (\Delta A(k) - K \Delta C_2(k) \Delta B(k))$ y la matriz $B_2 = B_1 - K D_{21}$. La Fig. 1 muestra el diagrama de bloques para la implantación del filtro de detección.

A efectos de la detección de fallas, es necesario diseñar K de tal manera que la sensibilidad de la señal residual por efecto de la perturbación sea pequeño, mientras que debido a las fallas debe ser grande. Esto es, dado el sistema de diagnóstico (1) entonces el filtro Σ_2 permite la detección de fallas si:

El sistema dinámico (4) es asintóticamente estable.

La relación de ganancia falla-ruido $S = \gamma_v / \gamma_w$ es grande, en algún sentido, donde $\bar{w} = w, \tilde{w}$ y $\gamma_v > 0, \gamma_w > 0$.

Como se puede notar en (4), la señal residual $e_z(k)$ depende de dos tipos de señales de perturbación: $w(k)$ y $\tilde{w}(k)$

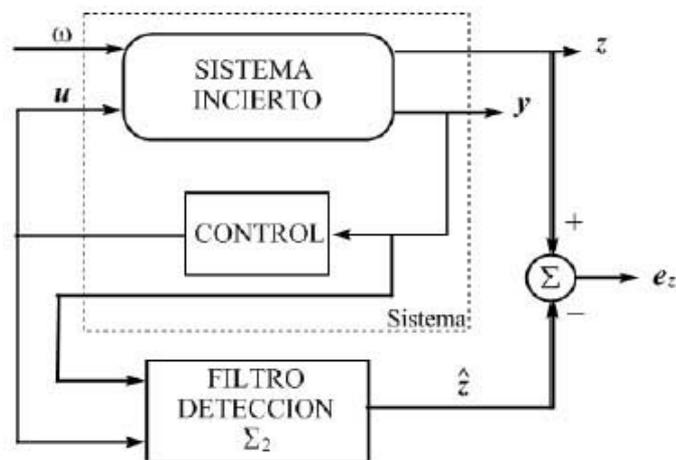


Fig. 1: Diagrama esquemático del filtro de detección

La señal $w(k)$ se considera ruido blanco. Debido a que el sistema (1) se asume estable entonces $\|\tilde{w}(k)\| \leq \|x(k)\| + \|u(k)\|$ siempre que la entrada $u(k)$ sea acotada. Dado que las incertidumbres son acotadas, (es acotada), entonces la dinámica del error estará influenciada por perturbaciones acotadas. Esto induce a considerar, para efectos de detección de fallas, que el modelo de diagnóstico (1) puede estar influenciado por

considerar, para efectos de detección de fallas, que el modelo de diagnóstico (1) puede estar influenciado por tipos de perturbaciones, como sigue:

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Ax(k) + \tilde{B}_1 \tilde{w}(k) + B_1 w(k) + \\ &\quad + B_2 u(k) + F_1 v(k), \\ z(k) &= C_1 x(k) + D_{11} w(k) + F_2 v(k), \\ y(k) &= C_2 x(k) + \tilde{D}_{21} \tilde{w}(k) + \\ &\quad + D_{21} w(k) + F_2 v(k),\end{aligned}\tag{5}$$

donde $\tilde{B}_1 = (\Delta A(k) \ \Delta B(k))$ y $\tilde{D}_{21} = (\Delta C(k) \ 0)$, lo cual conforman la señal de perturbación de potencia acotada. Considerando el filtro de detección S_2 entonces la dinámica del error corresponde al sistema (4). La formulación se propone es el diseño del filtro de detección robusta de fallas en un marco H_2 / H_∞ mezclado. La detección robusta de fallas se alcanza si (4) es asintóticamente estable y se mantiene una alta sensibilidad a las fallas con respecto a las perturbaciones.

2.1 Formulación del problema

Con el objeto de garantizar la detección robusta y el diagnóstico de fallas se debe diseñar K siguiendo requerimientos criterios definidos con índices mezclados de la norma 2 e infinita, lo cual puede ser reformulado a partir de LMI, como se muestra enseguida. En base a la naturaleza de los modelos de incertidumbres, transformados en señales de perturbación acotadas en norma, y de las perturbaciones externas, el problema de síntesis del filtro de detección se puede plantear en el siguiente sentido:

Problema: Dado el modelo de diagnóstico (5), diseñar K , para el filtro S_2 , tal que:

- El sistema en lazo cerrado (4) sea asintóticamente estable.
- El efecto de la perturbación \tilde{w} y el efecto de w sobre la señal residual e_z sean mínimos, en algún sentido.

Para garantizar una alta sensibilidad a las fallas, minimizando el efecto de las perturbaciones, entonces la condición de separabilidad mostrada en (Massoumnia, 1986) debe ser aplicada a las matrices de distribución de esas señales.

Así, $(\text{Im } B_1 \cup \text{Im } \tilde{B}) \cap \text{Im } F_1 = 0$; debe ser satisfecha, entonces, minimizando los efectos de la perturbación sobre la señal residual la relación de ganancia falla-ruído S sería grande. Esto significa que, al satisfacerse la condición de separabilidad, el hecho de atenuar el efecto de las perturbaciones sobre los residuos, las fallas no se ven afectadas. Lo que significa que el filtro es más sensible a las fallas con relación a las perturbaciones. Además, a efectos de diagnóstico de fallas, la condición de separabilidad permite el diseño de filtros múltiples, cada uno de los cuales es sensible a una falla en particular (Rios-Bolivar y Acuña, 2007). De esta manera, es imposible obtener, con cierta certidumbre, el origen de las fallas.

3. Síntesis del filtro en un marco de H_2/H_∞ mezclado

Se procede a diseñar K utilizando las normas H_2 y H_∞ mezcladas soportadas por las técnicas de LMI. Considere el sistema dinámico del error (4) con respecto, solamente, a las perturbaciones y la señal residual. Así, se definen matrices de transferencias:

$$H_{e_z \tilde{w}}(z) = \begin{bmatrix} A & B_1 \\ C & 0 \end{bmatrix}, \quad H_{e_z w}(z) = \begin{bmatrix} A & B_2 \\ C & D \end{bmatrix},$$

$$\text{donde } A = A - KC_2, \quad B_1 = \tilde{B}_1 - K\tilde{D}_{21}, \quad B_2 = B_1 - KD_{21}, \quad C = C_1, \quad D = D_{11};$$

Así, se debe diseñar K tal que $\|H_{e_z \tilde{w}}\|_2^2 < \mu, \mu > 0$ y $\|H_{e_z w}\|_\infty < \gamma, \gamma > 0$ como problema de optimización, está formulado como:

$$\min_K \left(\|H_{e_z \tilde{w}}\|_2^2 : \|H_{e_z w}\|_\infty < \gamma \right)$$

Los siguientes lemas son resultados bien conocidos, los cuales caracterizan completamente las normas H_2 y H_∞ con restricciones LMIs (Scherer et al., 1997; Oliveira et al., 1999).

Lema 3.1

La desigualdad $\|H_{e_z \tilde{w}}\|_2^2 < \mu$ se satisface si, y solamente si, existen matrices simétricas X, W tales que $[W] < 0$ y

$$\begin{bmatrix} X & XA & XB_1 \\ (0)^T & X & 0 \end{bmatrix} > 0, \quad \begin{bmatrix} W & C \\ (0)^T & C \end{bmatrix} > 0. \tag{6}$$

$\begin{bmatrix} (o)^T & (o)^T & I \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} (o)^T & X \end{bmatrix} \dots$ son factibles.

Lema 3.2

La desigualdad $\|H_{e_z v}\|_2^2 < \gamma$ se satisface si, y solamente si, existe una matriz simétrica X, tal que

$$\begin{bmatrix} X & XA & XB_2 & 0 \\ (o)^T & X & 0 & C \\ (o)^T & (o)^T & I & D \\ (o)^T & (o)^T & (o)^T & \gamma I \end{bmatrix} > 0, \tag{7}$$

es factible.

A partir del Lema 3.1 y del Lema 3.2 se establece el siguiente resultado:

Proposición 3.1 Sea el modelo de diagnóstico (1), con su equivalente (5). Dicho modelo admite un filtro S₂ tal

$\|H_{e_z \tilde{v}}\|_2^2 < \mu$ y $\|H_{e_z w}\|_2^2 < \gamma$ si, y solo si, existen matrices de orden n simétricas X > 0 y W > 0; y la matriz Y tal se satisfacen las siguientes LMIs:

$$\begin{bmatrix} X & XA - YC_2 & XB_1 - YD_{21} \\ (o)^T & X & 0 \\ (o)^T & (o)^T & I \end{bmatrix} > 0, \tag{8}$$

$$\begin{bmatrix} W & C_1 \\ (o)^T & X \end{bmatrix} > 0, \tag{9}$$

$$tr(W) < \mu, \tag{10}$$

$$\begin{bmatrix} X & XA - YC_2 & XB_1 - YD_{21} & 0 \\ (o)^T & X & 0 & C_1^T \\ (o)^T & (o)^T & I & D_{11}^T \\ (o)^T & (o)^T & (o)^T & \gamma I \end{bmatrix} > 0, \tag{11}$$

La ganancia del filtro está dada por

$$K = X^{-1} Y \tag{12}$$

Demostración: La prueba se fundamenta en el procedimiento de linealización de las desigualdades matric mediante cambios de variables (Scherer et al., 1997; Oliveira et al., 2002). Sean X = X, W = W. Sustituyendo matrices originales en las desigualdades (6) y (7) se obtienen desigualdades no lineales:

$$\begin{bmatrix} X & XA - YKC_2 & XB_1 - XYD_{21} \\ (o)^T & X & 0 \\ (o)^T & (o)^T & I \end{bmatrix} > 0, \tag{13}$$

$$\begin{bmatrix} W & C_1 \\ (o)^T & X \end{bmatrix} > 0, \quad tr(W) < \mu, \tag{14}$$

$$\begin{bmatrix} X & XA - YKC_2 & XB_1 - YKD_{21} & 0 \\ (o)^T & X & 0 & C_1^T \\ (o)^T & (o)^T & I & D_{11}^T \\ (o)^T & (o)^T & (o)^T & \gamma I \end{bmatrix} > 0, \tag{15}$$

La linealización se obtiene considerando el cambio de variable Y = XK. Sustituyendo dicho cambio de variable en

desigualdades anteriores se obtiene las LMIs de la Proposición 3.1.

La detección de fallas se garantiza cuando se decrecientan los efectos de las perturbaciones sobre la señal resic. Para ello se obtienen niveles de atenuación m y γ , los cuales, si además se establece la condición de separabil entre fallas y perturbaciones (Massoumnia, 1986), entonces siempre es posible alcanzar que $F(e_z(k)) > T_{\text{hsi}}(k) \neq$

El procedimiento planteado, entonces, permite imponer criterios de desempeño mezclado H_2/H_∞ de acuerdo naturaleza de las señales de perturbación, de manera similar al caso continuo (Khosrowjerdi et al., 2003), pero una metodología menos conservativa. Esto representa una cierta generalidad para el diseño de filtros robusto detección de fallas en sistemas lineales a tiempo discreto.

Ejemplo numérico. Sea el modelo discreto de un avión de despegue y aterrizaje vertical, definido por (Wang y I 2002):

$$A = \begin{pmatrix} 0,9813 & 0,0083 & -0,0454 & -0,2459 \\ 0,0117 & 0,5813 & -0,3898 & -1,6662 \\ 0,0457 & 0,1274 & 0,8230 & 0,4803 \\ 0,0117 & 0,0358 & 0,4433 & 1,1361 \end{pmatrix},$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 0,2 & 0 \\ 0 & 0,2 \\ 0,2 & 0 \\ 0 & 0,2 \end{pmatrix}, \quad B_2 = \begin{pmatrix} 0,2664 & 0,0365 \\ 1,7629 & -3,2664 \\ -2,3152 & 1,7209 \\ -0,6083 & 0,4660 \end{pmatrix},$$

$$C_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C_2 = C_1$$

$$D_{11} = \begin{pmatrix} 0 & 0,2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0,2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad D_{21} = D_{22}$$

Los modelos de las incertidumbres se definen por $E(k)$ aleatoria.

$$G_1 = \begin{pmatrix} 0,25 & 0 \\ 0 & 0,25 \\ 0,25 & 0 \\ 0 & 0,25 \end{pmatrix}, \quad G_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0,25 \\ 0,25 & 0 \\ 0 & 0,25 \\ 0,25 & 0 \end{pmatrix},$$

$$H_1 = \begin{pmatrix} 0,2 & 0 & 0 & 0,2 \\ 0 & 0,2 & 0,2 & 0 \end{pmatrix}, \quad H_2 = \begin{pmatrix} 0,05 & 0 \\ 0 & 0,05 \end{pmatrix}.$$

Las matrices de distribución de las fallas corresponden a

$$F_1 = 2B_2, \quad F_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0,2 & 0 \\ 0,2 & 0,2 \end{pmatrix}$$

Las soluciones numéricas de las LMIs permiten derivar la ganancia del filtro. Estas han sido obtenidas mediante herramienta computacional MatLab© a través del toolbox LMITool, tal como se describe en el Apéndice A. resultados obtenidos son los siguientes:

$$\begin{pmatrix} 3,1584 & -0,9593 & -3,1511 & 0,9236 \end{pmatrix}$$

$$K = \begin{pmatrix} 0,3798 & 1,3827 & 0,6178 & -1,3740 \\ 0,7259 & -0,8698 & -0,7239 & 0,8654 \\ -3,0967 & 0,5844 & 4,0860 & -0,5269 \end{pmatrix}$$

Los niveles de atenuación alcanzado corresponde a $m = 0,1213$ y $\gamma = 0,1825$. La detección robusta de falla garantiza ya que el nivel de atenuación para las fallas corresponde a $\gamma_n = 22,2353$, lo que significa que el filtro es sensible a las fallas. Se puede indicar que los niveles de atenuación de las perturbaciones se constituyen umbrales, a partir de los cuales se puede afirmar sobre la presencia de fallas. La Fig. 2 muestra el diagrama comparativo de los valores singulares máximos para las distintas funciones de transferencia de la señal residuo respecto a las perturbaciones w , las incertidumbres $\tilde{\omega}$ y las fallas n . Se puede observar la efectividad del método presentado ya que la detección de fallas siempre es posible.

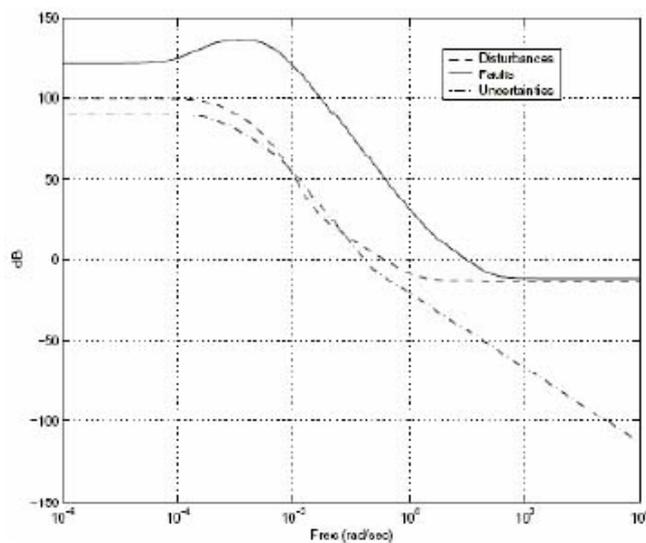


Fig. 2: Diagrama de valores singulares máximos

En relación a la respuesta temporal, obtenida mediante simulación utilizando el diagrama de bloques en Simulink que se muestra en la Fig. 3, donde se evalúa el comportamiento temporal del sistema bajo falla y el desempeño del filtro de detección de fallas.

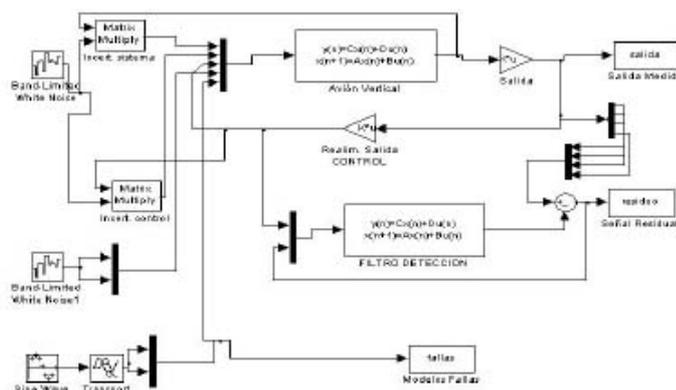


Fig. 3: Diagrama de bloques para la simulación

A objeto de evaluar el desempeño del filtro respecto a la atenuación de las perturbaciones, la Fig. 4 representa características de los ruidos utilizados en la simulación. Tal como se puede observar, son señales con amplitud considerable si se relacionan con las características de la salida del sistema.

La gráfica que se describe en la Fig. 5 muestra la salida medida $y(k)$ del modelo de diagnóstico. Después de un lapso de tiempo de asentamiento de la dinámica temporal, se produce una falla de tipo sinusoidal $k = 200s$, la caracteriza los tipos de fallas debido a posibles vibraciones de los sistemas mecánicos.

Como se puede observar, a partir de la salida $y(k)$ es difícil distinguir la presencia de fallas con certeza. La presencia de la perturbación y las incertidumbres dificultan cualquier posibilidad.



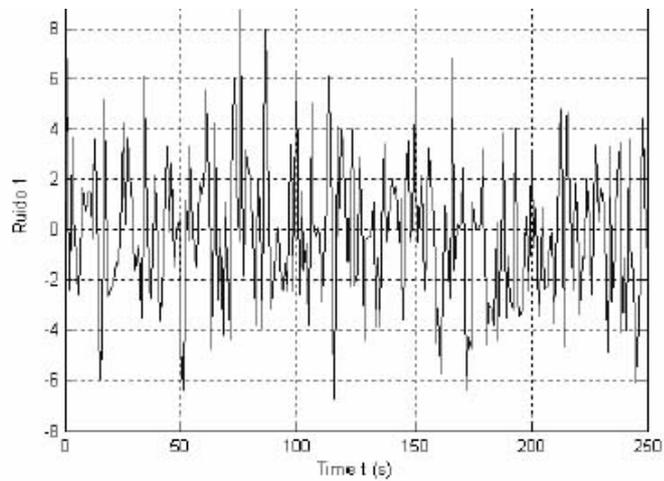


Fig. 4: Señal de ruido característico.

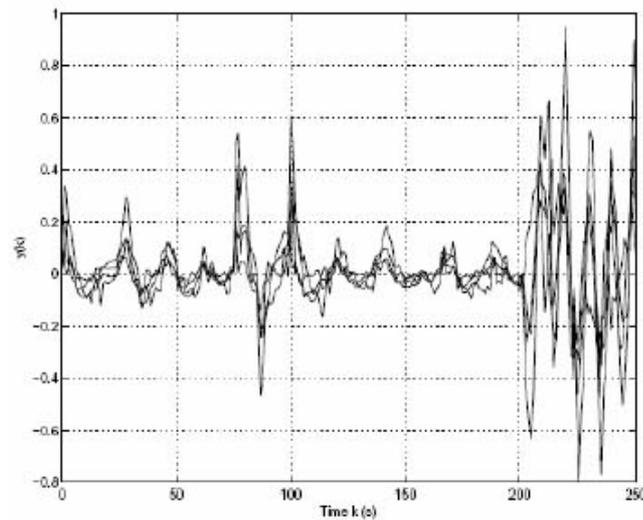
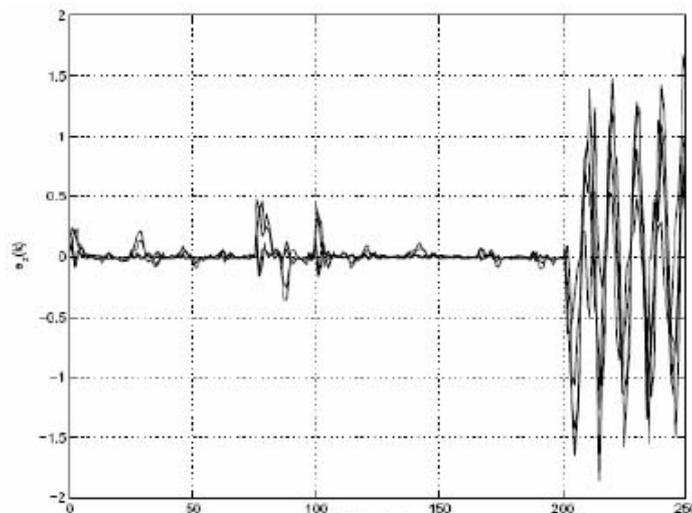


Fig. 5: Salida $y(k)$ del sistema.

Por el contrario, a partir de la señal residual $e_z(k)$, misma que se muestra en la Fig. 6, se puede establecer clara distinción de la presencia de fallas al mostrar el patrón de las mismas. Además, prefijando los niveles de atenuación de las perturbaciones como umbrales, entonces se disparan los indicadores de fallas al superarse los umbrales. Aunque en este ejemplo solo se ha evaluado la detección para una falla, en el caso de múltiples fallas puede obtenerse el diagnóstico mediante multi-filtraje, cada filtro diseñado para ser sensible a una falla, el resto de fallas se consideran como perturbaciones, tal como ha sido presentado.

Los resultados de la simulación confirman la fortaleza del método planteado. La detección robusta de fallas en sistemas discretos inciertos se puede obtener a través del diseño del filtro sugerido, el cual, a diferencia del método planteado en (Wang y Lam, 2002) que requiere satisfacer condiciones exigentes para resolver un problema de optimización no restringido basado en gradiente en el diseño del filtro; resulta en una técnica muy sencilla.



Time t (s)

Fig. 6: Residuos

4. Conclusiones

A través de la consideración de las incertidumbres del sistema como señales de perturbación de espectros acotada se ha presentado un método de diseño de filtros de detección y diagnóstico robusto en sistemas lineales a tiempo discreto. Al considerar dos tipos de señales: de energía y de potencia acotada, la síntesis del filtro se plantea en términos de normas H_2/H_∞ mezcladas, formuladas como restricciones LMI. La ganancia del filtro se obtiene como solución de un problema de optimización basado en LMI. Esto garantiza un nivel de atenuación para perturbaciones y los efectos de las incertidumbres sobre la señal residual, manteniéndose una alta sensibilidad a fallas, lo cual constituye la detección de las mismas. Aplicando la técnica de diseño para múltiples filtros, cada uno de los cuales sensible a una falla en particular, es posible obtener el diagnóstico de las fallas, siempre que se satisficieren las condiciones de separabilidad. La técnica constituye una primera generalización de los métodos de diseño de filtros robustos en sistemas a tiempo discreto.

5. Agradecimientos

La realización del presente trabajo ha sido posible gracias al soporte financiero del Consejo de Desarrollo Científico Humanístico y Tecnológico, CDCHT, de la Universidad de Los Andes, a través del proyecto I-795-04-02-A.

Referencias

1. Chen J y Patton RJ, 1999, H_∞ formulation and solution for robust fault diagnosis, 14th IFAC World Congress, Beijing, pp. 127-132.
2. Chen J, Patton RJ y Zhang H, 1996, Design of unknown input observers and robust fault detection filters, *Journal of Control* 63(5), pp. 85-105.
3. Edelmayer A, Bokor J y Keviczky L, 1994, An H_∞ filtering approach to robust detection of failures in dynamic systems, 33th IEEE Conference on Decision and Control. Lake Buena Vista, pp. 3037-3039.
4. Khosrowjerdi MJ, Nikoukhah R y Safari-Shad N, 2003, Fault detection in a mixed H_2/H_∞ setting, Proc. 42nd Conference on Decision and Control, Maui, Hawaii, USA, pp.1461-1466.
5. Khosrowjerdi MJ, Nikoukhah R y Safari-Shad N, 2004, A mixed H_2/H_∞ approach to simultaneous fault detection and control, *Automatica*, 40, pp. 261-267.
6. Mangoubi RS, 1998, Robust estimation and failure detection: a concise treatment, Springer-Verlag, New York.
7. Mangoubi RS y Edelmayer A, 2000, Model-based fault detection: the optimal past, the robust present and a thoughts on the future, 4th IFAC Symposium on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes SAFEPROCESS 2000, Budapest, pp. 64-75.
8. Massoumnia MA, 1986, A geometric approach to the synthesis of failure detection filters, *IEEE Trans. Automat. Control* 31(9), pp. 839-846.
9. Nobrega EG, Abdalla MO y Grigoriadis KM, 2000, LMI-based filter design for fault detection and isolation, 39th Conference on Decision and Control, CDC, Sydney. pp. 4329-4334.
10. Oliveira MC, Geromel JC y Bernussou J, 1999, An LMI optimization approach to multi-objective control design for discrete-time systems, 38th IEEE Conf. on Decision and Control, Phoenix, Arizona, USA, pp. 3611-3616.
11. Oliveira MC, Geromel JC y Bernussou J, 2002, Extended H_2 and H_∞ norm characterizations and control parameterizations for discrete-time systems, *Int. J. Control* 75(19), pp. 666-679.
12. Patton RJ, y Hou M, 1997, H_∞ estimation and robust fault detection, European Control Conference ECC Braxelles, pp. THM-J4.
13. Ríos Bolívar A y Acuña W, 2007, Implementation of AW compensation based-on multifiltering for fault diagnosis, The 15th IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation (MED '07), Athens, Greece.
14. Ríos-Bolívar A, y García G, 2001, Robust filters for fault detection and diagnosis: An H_∞ optimization approach, 6th European Control Conference, Porto, Portugal, pp.132- 137.
15. Ríos-Bolívar A, y García G, 2005, Detección robusta de fallas en sistemas lineales a tiempo discreto: Un enfoque de control H_2/H_∞ . *Revista Ciencia e Ingeniería* 26(3), pp. 105-112.

de control H_2/H_∞ , Revista Ciencia e Ingeniería 20(3), pp.109-112.

16. Ríos-Bolívar A, Rivas F y García G, 2005, Robust FDI with mixed H_2/H_∞ criteria for discrete-time linear systems, Proc. of the 16th IFAC World Congress, Prague, Czech Rep, pp. Tu-M05-TO/6.
17. Ríos-Bolívar A, Szigeti F, García G y Bernussou J, 1999, A fault detection and isolation filter for discrete-time linear systems with disturbances, Dynamic and Control Conference Dycons'99, Ottawa, Canada.
18. Scherer C, Gahinet P y Chilali M, 1997, Multiobjective output-feedback control via LMI optimization, IEEE Transactions on Automatic Control, 42(7), pp. 896-911.
19. Wang H y Lam J, 2002, Robust fault detection for uncertain discrete-time systems, Journal of Guidance, Control and Dynamics, 25(2), pp. 291-301.
20. Wang H, Wang J, Liu J y Lam J, 2003, Iterative LMI approach for robust fault detection observer design, Proceedings of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control, Maui, Hawaii, USA, pp. 1974-1979.
21. Zhong M, Ding SX, Lam J y Wang H, 2003, An LMI approach to design robust fault detection filter for uncertain LTI systems, Automatica, 39, pp. 543-550.