

Extensión de simulador para su funcionamiento como colector -distribuidor de líquido usando ecuaciones de superficie libre

Muñoz, Jesús* y Gonzalo, Nellyana. Dulhoste, Françoise. Santos, Rafael

Departamento de Ciencias Térmicas, Grupo de TFD, Facultad de Ingeniería,
Escuela de Mecánica, Universidad de Los Andes, Mérida 5101, Venezuela
Postgrado EMMA-I. Universidad de Los Andes

*jesusm@ula.ve

Departamento de Ciencias Térmicas, Grupo de TFD, Facultad de Ingeniería,
Escuela de Mecánica, Universidad de Los Andes, Mérida 5101, Venezuela

Resumen

En este trabajo se modifica un simulador de flujo en canales abiertos con geometría de la sección transversal de rectangular y se adapta a una sección circular parcialmente llena para estudiar en forma dinámica el unidimensional en canales abiertos y su funcionamiento como colector-distribuidor. El simulador usa las ecuaciones de Saint-Venant, discretizadas mediante un esquema implícito de diferencias finitas comúnmente denominado método de Preissmann y un método de optimización para la solución del sistema de ecuaciones. El simulador permite la simulación del flujo en canales de sección circular, la prueba de técnicas de control de nivel y la determinación de los caudales de salida con valores de entrada conocidos. Las simulaciones realizadas fueron satisfactorias observándose una buena estabilidad del simulador. Las perspectivas de este trabajo es la futura inclusión de la fase gaseosa para la simulación dinámica de la separación de líquido gas, tipo "manifold".

Palabras claves: Distribuidor de líquido, colector, simulación, canal abierto.

Simulator extension for its operation like liquid collector –distributor using free surface equations

Abstract

This paper presents a modification of an open channel simulator for rectangular transverse section, adapted partially full circular transverse section of flow to study the one-dimensional flow dynamics and its operation as collector-distributor. The simulator uses the Saint-Venant equations with implicit finite differences scheme commonly denominated Preissmann's method, and an optimization method for the solution of the equation system. The simulator allows the simulation in circular section channels, control techniques tests and the determination of output flows with known entrance values. The carried out simulations are considered satisfactory, being observed good stability of the simulator. The perspective of this work is the future inclusion of the gas phase for the dynamic simulation of the manifold type liquid-gas separation.

Key words: Liquid distributor, simulation, open channel

Recibido: 27-04-06 Revisado: 27-04-07

1. Introducción

Un colector-distribuidor de líquido es un dispositivo que se comporta como un canal abierto, en el cual se tienen varias te de unión conectadas a un tramo del canal principal, el cual reúne corrientes de líquido y reparte el caudal en diferentes salidas. El tratamiento hidráulico sistemático de la mayoría de las uniones en canales naturales y hechos por el hombre raramente es considerado, debido principalmente, al gran número de parámetros involucrados y a las complejas características de las uniones (Kumar et al., 1997). El estudio teórico de este fenómeno permite identificar las variables que intervienen y desarrollar un simulador para predecir los caudales de salida, el cual puede ser aplicado en sistemas de drenaje de aguas de lluvia, donde se seleccionan posiciones particulares en las que se encuentran ciertas fracciones de la máxima descarga se le permiten continuar hacia estaciones de tratamiento (Oliveto et al., 1997).

Existe un simulador de la dinámica de flujo en canales abiertos (Dulhoste, 2001), que permite estudiar fenómenos hidráulicos en canales de sección transversal rectangular, con régimen de flujo subcrítico y baja pendiente. Este simulador resuelve en forma dinámica las ecuaciones de Saint-Venant usando métodos de diferencias finitas discretización implícita en el tiempo (Malaterre, 1994) basado en el esquema de Preissmann y además discretización explícita en el tiempo o método de diferencia finita explícito (Cunge et al., 1980), (Stelkoff, 1970). Este simulador implícito se amplía a secciones circulares resultando satisfactoria la formulación y resolución de las ecuaciones de Saint-Venant para una sección circular y además se adapta para que simule en forma dinámica

ecuaciones de Saint Venant para una sección circular y además, se adapta para que simule en forma dinámica colector-distribuidor, de líquido desarrollando las ecuaciones para predecir los caudales de salida de fondo, condiciones de entrada y condiciones de frontera conocidos. Se decidió el método de Preissmann por ser ventajoso. Con el simulador desarrollado es posible observar la evolución temporal y espacial del nivel y el caudal determinar el flujo a través de los orificios de descarga y considerar condiciones transitorias. Los result presentan buena estabilidad y pueden ser comparados con otros modelos (Bustamante, 2003).

Ante la necesidad de la industria petrolera de buscar alternativas menos costosas y más eficientes para la separa de liquido-gas, se ha incrementado el estudio de los separadores basados en el efecto gravitatorio sobre las f presentes y se han planteado nuevas alternativas como los sistemas compactos de separación cilíndricc Gas-Líquido, conocidos en inglés como Gas-Liquid Cylindrical Cyclone (GLCC©1), (Bustamante, 2003). Este sist presenta como etapa de preseparación un manifold que permite incrementar las ventajas de la posterior separa ciclónica. Las perspectivas de este trabajo es la inclusión de la fase gaseosa al simulador para la simulación diná de la separación de líquido-gas.

Este trabajo está organizado de la siguiente manera, en la sección 2 se presenta la forma general de las ecuaci de Saint-Venant, las formulaciones para secciones circulares y el esquema de solución, en la sección 3 los aspe inherentes a las entradas y salidas, en la sección 4 se presentan los resultados de las simulaciones realizadas, e sección 5 el análisis de los resultados, en la sección 6 las 5 el análisis de los resultados, en la sección 6 conclusiones y finalmente en la sección 7 las referencias inherentes a este trabajo.

2. Adaptación del simulador a secciones circulares

El simulador de la dinámica de canales abiertos desarrollado (Dulhoste, 2001), para canales abiertos de sec transversal rectangular, se adaptó inicialmente a secciones transversales con geometría circular, desarrolland formulaciones para esta geometría.

A continuación se presentan las ecuaciones diferenciales parciales no lineales de Saint-Venant, formuladas en ca y sección transversal, considerando el término de infiltración (Malaterre, 1994):

Ecuación de Continuidad:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \tag{1}$$

Ecuación de cantidad de movimiento:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(Q^2/S)}{\partial x} + gS \left(\frac{\partial z}{\partial x} + J \right) = k_q q \left(\frac{Q}{S} \right) \tag{2}$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial x} - I \tag{3}$$

donde t es el tiempo, x la variable espacial en el sentido del flujo, S es la sección transversal, h el nivel relativ fondo del canal, z la cota absoluta de la superficie, I es la pendiente del fondo, J el término de introducción c energía de fricción, Q el caudal, todas estas funciones que dependen del espacio x y el tiempo t, g es la acelera de la gravedad y q la infiltración función del tiempo t. $k_q = 0$ si $q > 0$ y $k_q=1$ si $q < 0$

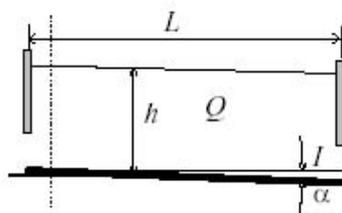


Fig.1 Sección Longitudinal de canal abierto

El término de la energía de fricción, se calculó usando la ecuación de Manning Strickler y el coeficiente de Strick

$$J = \frac{Q|Q|}{K^2 S^2 \left(\frac{S}{P_m} \right)^{4/3}} \tag{4}$$

donde P_m es el perímetro mojado que depende del espacio x y el tiempo t .

Para secciones transversales circulares, la sección transversal de flujo se expresa en función de θ que se muestra en la Fig. 2:

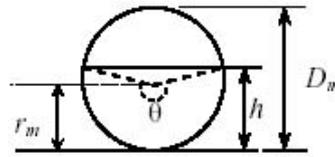


Fig. 2 Sección transversal circular

Para secciones circulares el área de la sección transversal (Chow, 1994) es igual a:

$$S = \frac{D_m^2}{8} (\theta - \text{sen}(\theta)) \tag{5}$$

El perímetro mojado, se puede obtener mediante la siguiente ecuación (Chow, 1994):

$$P_m = \frac{\theta D_m}{2} \tag{6}$$

El ángulo de la sección θ , puede escribirse en función del nivel

$$\theta = 2 \arccos \left(1 - 2 \frac{h}{D_m} \right) \tag{7}$$

2.1 Condiciones de frontera y condiciones iniciales

Los canales de riego son en general de pendiente débil y al funcionar en régimen fluvial (subcrítico), se utiliza una condición de frontera aguas arriba y una condición de frontera aguas abajo de modo que se presenten cuatro posibilidades, de las cuales para este trabajo se selecciona:

$$Q(x=0,t)=Q_1(t) \qquad Q(x=L,t)=Q_n(t) \tag{8}$$

También se consideraron las condiciones iniciales siguientes:

$$h(x,0)=h(0) \text{ y } Q(x,0)=Q(0) \quad " x \in [0,L] \tag{9}$$

2.2 Método implícito, esquema de Preissmann

La complejidad de las ecuaciones de Saint-Venant y la ausencia de una solución analítica en la actualidad, hacen muy difícil el uso directo de estas ecuaciones, razón por la cual se proponen modelos de dimensión finita a partir del modelo analítico, se aplican métodos numéricos y se obtienen soluciones aproximadas.

Existen varios esquemas para la discretización implícita de las ecuaciones de Saint Venant, el esquema Preissmann (Malaterre, 1994), es muy usado en la literatura, para esto se subdivide el medio de interés en un número de pequeñas regiones y se asigna a cada una un nodo, obteniendo así un agregado de puntos conocido como red nodal.

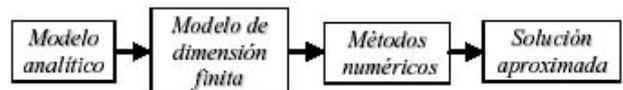


Fig 3 Esquema de solución.

El método implícito a diferencia del explícito tienen las siguientes características fundamentales:

- Es una solución más compleja, las variables de interés quedan expresadas implícitamente.
- La estabilidad de la solución no depende de la selección del intervalo de tiempo.
- Tiene la particularidad de producir una solución numéricamente estable con una gran precisión.

En cada punto de discretización las ecuaciones de Saint-Venant se transforman en:

Ecuación de continuidad:

Ecuación de continuidad:

$$\frac{S_{i+1}^{j+1} - S_{i+1}^j}{2\Delta t} + \frac{S_i^{j+1} - S_i^j}{2\Delta t} + \left[\theta p \frac{(Q_{i+1}^{j+1} - Q_i^{j+1})}{\Delta x} + (1 - \theta p) \frac{(Q_{i+1}^j - Q_i^j)}{\Delta x} \right] - q = 0 \quad (10)$$

Ecuación dinámica:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{Q_{i+1}^{j+1} - Q_i^{j+1}}{2\Delta t} + \frac{Q_i^{j+1} - Q_i^j}{2\Delta t} \right] + \\ & \left[\frac{\theta p}{\Delta x} \left(\left(\frac{Q^2}{S} \right)_{i+1}^{j+1} - \left(\frac{Q^2}{S} \right)_i^{j+1} \right) + \frac{(1 - \theta p)}{\Delta x} \left(\left(\frac{Q^2}{S} \right)_{i+1}^j - \left(\frac{Q^2}{S} \right)_i^j \right) \right] + \\ & + 0.5g \left[\theta p (S_{i+1}^{j+1} + S_i^{j+1}) + (1 - \theta p) (S_{i+1}^j + S_i^j) \right] \times \dots \\ & \left[\frac{\theta p}{\Delta x} (z_{i+1}^{j+1} - z_i^{j+1}) + \frac{(1 - \theta p)}{\Delta x} (z_{i+1}^j - z_i^j) \right] + \\ & 0.5g \left[\theta p (S_{i+1}^{j+1} J_{i+1}^{j+1} + S_i^{j+1} J_i^{j+1}) + (1 - \theta p) \times \dots \right. \\ & \left. (S_{i+1}^j J_{i+1}^j + S_i^j J_i^j) \right] - 0.5k_q q \left[\theta p \left(\left(\frac{Q}{S} \right)_{i+1}^{j+1} + \left(\frac{Q}{S} \right)_i^{j+1} \right) + \right. \\ & \left. (1 - \theta p) \left(\left(\frac{Q}{S} \right)_{i+1}^j + \left(\frac{Q}{S} \right)_i^j \right) \right] = 0 \quad (11) \end{aligned}$$

θ_p es un coeficiente de ponderación temporal del cual depende el grado de implicidad del esquema (Malate 1994). El caso clásico de Preissmann es 0.5, centrado en cuatro puntos, sin embargo estudios han mostrado que el valor óptimo está alrededor de 0.66 (Liggett y Cunge, 1975) valor utilizado en este estudio. En las ecuaciones discretizadas los subíndices son relativos a la variable espacial x o posición, y los superíndices representan variable tiempo, según esto se tiene:

Discretización de las variables de interés para secciones circulares:

$$S_m^n = \left(\frac{D_m^2}{8} \right) \left[\theta_m^n - \text{arc sen}(\theta_m^n) \right] \quad (12)$$

$$P_{mm}^n = \frac{\theta_m^n D_{mm}}{2} \quad (13)$$

$$\theta_m^n = 2 \text{arc cos} \left(1 - 2 \frac{h_m^n}{D_m} \right) \quad (14)$$

$$J_m^n = \frac{Q_m^n |Q_m^n|}{K^2 (S_m^n)^2 \left(\frac{S_m^n}{P_{mm}^n} \right)^{4/3}} \quad (15)$$

donde $m = i, i+1, n = j, j+1$

Se obtienen cuatro expresiones para cada una de las ecuaciones anteriores según el valor de m y n. El sistema de ecuaciones discretas implícitas no lineales se resuelve mediante un método de optimización entre los que encuentra el de Levenberg Marquardt.

3. Entradas y salidas de líquido

El funcionamiento del simulador requiere la inclusión de las entradas (tomas laterales) y las ecuaciones

permitan determinar los caudales salientes. Para modelarlas es necesario añadir una condición de frontera inte en el punto donde ocurre la entrada y/o salida se añade la siguiente ecuación:

$$Q=Q+Q1-Qs \quad (16)$$

donde Q es el caudal en el punto donde ocurre la entrada lateral y/o salida de fondo, Ql es una entrada lateral es una salida de fondo.

3.1 Cálculo de los caudales de salida en el fondo del canal

Para determinar los caudales en las salidas del fondo se aplica la ecuación de Bernoulli, a cualquier línea de corri sobre la superficie libre del líquido o nivel de líquido en cada salida, para relacionar la energía potencial dispor (expresada en términos de altura dentro del distribuidor) con la velocidad del líquido en las salidas, de esta ma se obtiene:

$$g \cdot h - \frac{K_{sl} \cdot v_{sl}^2}{2} = \frac{v_{sl}^2}{2} \quad (17)$$

donde h es la altura promedio del líquido en una salida del distribuidor, en m, v_{sl} es la velocidad del líquido e salida, en m/s, K_{sl} es el coeficiente de resistencia de la salida de líquido, adimensional.

Manipulando la Ec. (17) el coeficiente de resistencia en la salida de líquido se puede calcular con la ecuación:

$$K_{sl} = \frac{2g \cdot h}{v_{sl}^2} - 1 \quad (18)$$

El número de Reynolds en la salida de líquido se calcula con la ecuación:

$$Re = \frac{v_{sl} \cdot D_{sl}}{\nu_1} \quad (19)$$

donde D_{sl} es el diámetro de la salida de líquido, en m y ν_1 es la viscosidad cinemática del líquido, en m^2/s ; coeficiente de resistencia de las salidas con igual diámetro que la tubería principal del colector-distribuidor, determinado experimentalmente (Bustamante, 2000) y puede ser calculado usando la siguiente ecuación:

$$K_{S11} = 9.6277 \cdot 10^6 \cdot Re^{-1.3741} \quad (20)$$

Para salidas con diámetros menores que la tubería principal se plantea la siguiente variable:

$$\beta = \frac{D_{sm}}{D_m} \quad (21)$$

La Ec. (20) se modifica, obteniendo la siguiente expresión para considerar relaciones de diámetro β diferentes de

$$K_{s11} = \frac{9.6277 \cdot 10^6}{\beta} Re^{-1.3741} \quad (22)$$

Se requiere experimentación para determinar con precisión el coeficiente de resistencia para relaciones de diám menores que uno, lo cual permitiría establecer el modelo apropiado, la Ec. (22) es una expresión teórica basad los resultados experimentales (Bustamante, 2003) obtenidos para $\beta=1$, la cual puede ser empleada para disti valores de β menores que 1.

Para calcular los caudales en las salidas se plantea un procedimiento iterativo en el cual se asume un valor inicia coeficiente de resistencia al flujo en las salidas K_{sl} , que junto con la distribución inicial de nivel permite calcular velocidad inicial, usando la Ec. (18) se obtiene:

$$v_{sl} = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h}{1 + K_{sl}}} \quad (23)$$

Con esta velocidad se calcula el número de Reynolds y un nuevo coeficiente de resistencia usando la Ec. (22), calcular una nueva velocidad de salida hasta que se satisface un criterio de convergencia. Esto se aplica en cada de las salidas y en cada Δt escogido en el método de Preissmann.

4. Resultados

El simulador permite análisis con distintos números de entradas y salidas establecidos en una posición y tie determinados; se presentan resultados para un caso particular con 4 entradas y dos salidas. El colector-distribuid de líquido tiene una tubería principal de 76.2 mm de diámetro, 2438.4 mm de largo y las salidas son de 50.8 como se observa en la figura 4 con $l=304.8$ mm

Se presentan resultados de los caudales de salida de fondo y la evolución espacial y temporal del nivel y el cauda cinco minutos de simulación, la pendiente se toma igual a cero, se utiliza el valor del coeficiente de Strickler igu $100 \text{ m}^{1/3}\text{s}^{-1}$ para simular tubo liso y un valor de $20 \text{ m}^{1/3}\text{s}^{-1}$ para considerar condiciones equivalentes a un c natural (Graf et Altinakar, 1993) todo esto, con el propósito de analizar el efecto de la rugosidad sobre la evolu del caudal y del nivel. Se utilizan las condiciones de frontera Q-Q, fijando estos valores igual a cero, un interval tiempo de 5 segundos y 101 nodos para el esquema de Preissmann. Se utiliza la Ec. (22) para modelar el coefici de resistencia en las salidas.

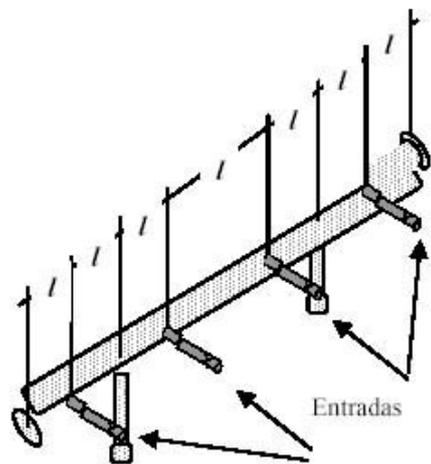


Fig. 4 Esquema del colector -distribuidor de líquido.

4.1 Caso I

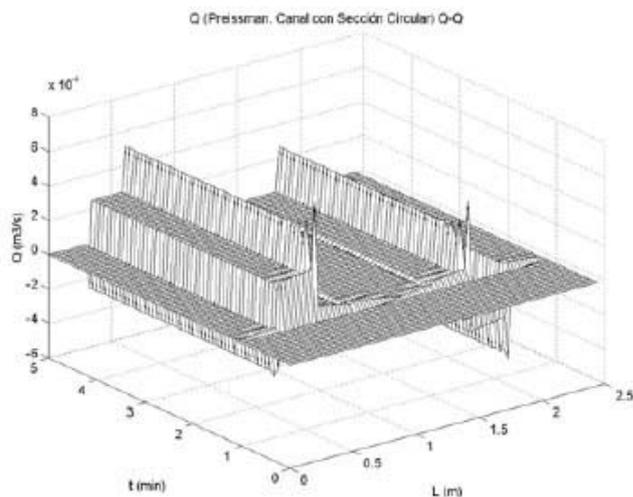
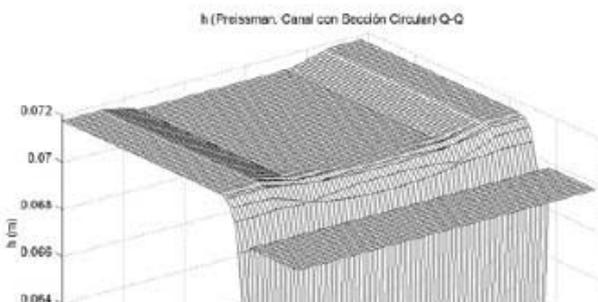


Fig. 5 Evolución del caudal.



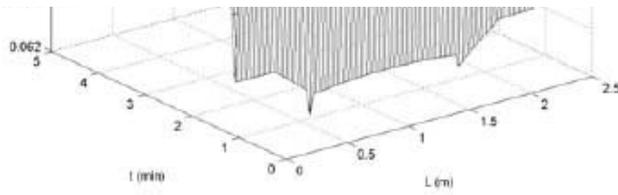


Fig. 6 Evolución del nivel.

4.2 Caso II

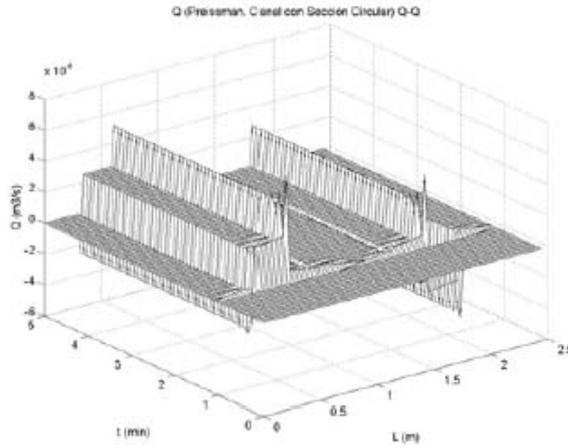


Fig. 7 Evolución del caudal.

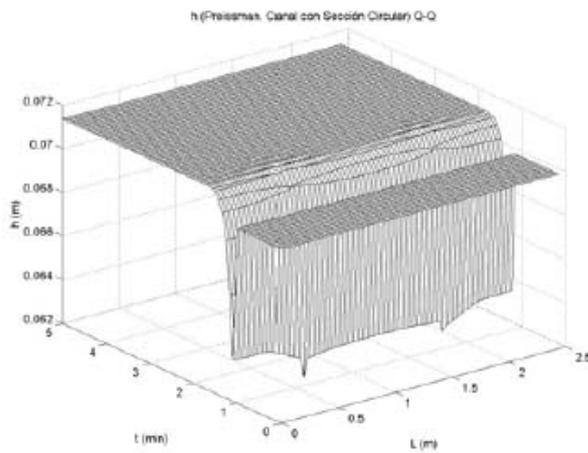


Fig. 8 Evolución del nivel.

4.3 Caso III

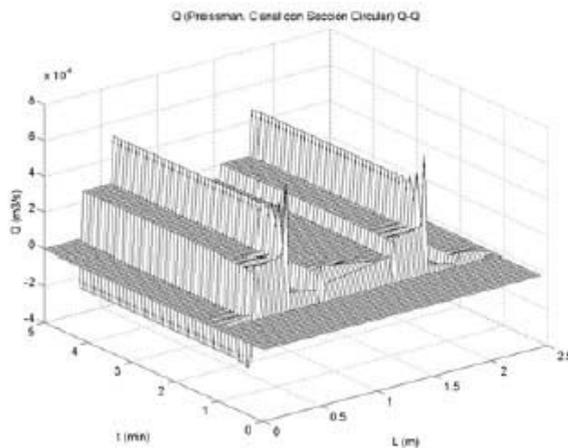


Fig. 9 Evolución del caudal.

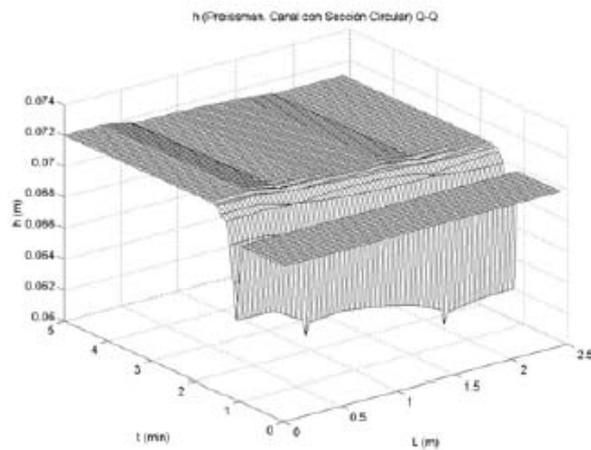


Fig. 10 Evolución del nivel.

5. Análisis de resultados

Las simulaciones muestran el inicio de las entradas y salidas después de un minuto a partir de un nivel inicial en el distribuidor, en los tres casos se observa la evolución transitoria del caudal y el nivel hasta alcanzar la estabilidad. Los resultados muestran la convergencia y estabilidad del simulador. Los caudales en las dos salidas de fondo representan la condición estable alcanzada ante condiciones de entrada y condiciones de frontera constantes en el tiempo. En los casos I y II se puede observar la influencia de la rugosidad sobre la distribución espacial del caudal y el nivel, resultados congruentes con una mayor acumulación de líquido en las zonas donde entra más caudal ante un incremento en la resistencia (caso I) y se observa una distribución más uniforme cuando el canal se considera liso (caso II). En el caso III se observa mayor caudal y nivel en la zona donde la entrada de flujo es mayor, obteniéndose así mayor salida de líquido a través de la salida de fondo en esta zona. Es importante destacar la simetría observada en la evolución espacial del caudal y el nivel correspondiente a los casos I y II, lo cual es el resultado esperado.

Los resultados obtenidos podrán ser ampliados hacia el estudio de la separación de líquido-gas al introducir la fase gaseosa.

6. Conclusiones

La formulación de las ecuaciones de Saint-Venant basada en el método de Preissmann, la resolución de las mismas para una sección circular y su funcionamiento como colector-distribuidor de líquido resultó satisfactorio, por lo tanto se puede concluir que el desarrollo del simulador basado en ecuaciones de superficie libre constituye una buena herramienta para el análisis dinámico. Se observa buena estabilidad del simulador y su convergencia. Los resultados permiten observar la influencia de la rugosidad de la superficie sobre la distribución de nivel y la influencia de las condiciones de caudal en las entradas. Se justifica el desarrollo de este trabajo para extender el simulador y usarlo como herramienta de análisis dinámico que permita el estudio de la separación de líquido-gas, en un problema de gran interés para la industria petrolera. Se espera en un futuro poder realizar experimentación para determinar un mejor modelo para los coeficientes de resistencia de las salidas de fondo de líquido y la validación de los resultados obtenidos.

Referencias

1. Bustamante A, 2003, Design and performance of multiphase distribution manifold, Thesis for the degree of Master of Science in the Discipline of Mechanical Engineering, The University of Tulsa.
2. Cunge JA, Holly FM y Verwey A, 1980, Practical aspects of computational river hydraulics, Pitman Advanced Publishing Program, 420p.
3. Chow VT, 1994, Hidráulica de canales abiertos, McGraw Hill, Santafé de Bogotá, Colombia.
4. Dulhoste JF, 2001, Contribution a la commande non lineaire de systemes d'irrigation, these docteur de L'II Institut National Polytechnique de Grenoble, France.
5. Fletcher CAJ, 1984, Computational galerkin methods, Springer Series in Computational Physics, Springer-Verlag.
6. Graf WH y Altinakar, 1993, Hydraulique fluviale, Tome I: Ecoulement permanent uniforme et non uniforme. Collection traitée de génie civil. Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne. Presses polytechniques et universitaires Romandes.
6. Kumar GS, Karki KS y Haer WH. 1997. Subcritical junction flow. Journal of Hydraulic Engineering. Pp. 447-45

7. Liggett J y Cunge J, 1975, Numerical methods of solution of the unsteady flow equations in unsteady flow in channels, K. Mahmood et al (Ed.), Water Res. Publ., Fort Collins, CO, USA.
8. Malaterre PO, 1994, Modélisation, analyse et commande LQG d'un canal d'irrigation, Ph.D. Th LAAS-CNRS-ENGREF- Cemagref 8.
9. Oliveto G, Biggiero V y Hager WH, 1997, Bottom outlet for sewers, Journal of Irrigation and Drainage Engineering May/August , pp. 246-252.
10. Preissmann A, 1965, Difficultés rencontrées dans le calcul des ondes de translation à front raide, 11^{ème} con IAHR, Leningrad, Vol 3.
11. Streeter V, Wylie B. y Bedford K, Fluid mechanics, 9th Edition 1997, McGraw Hill.
12. Strelkoff T, 1970, Numerical solution of Saint-Venant equation, Journal of Hydraulical Engineering. Divi ASCE, Vol. 96, No. HY1, pp. 223-252