

Caracterización y análisis de la red de interacción de los estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Los Andes

Characterization and analysis of the contact network of the students in the Engineering Department at Universidad de Los Andes

Gutiérrez, Idaí y Herrera, José Luis*

Departamento de Cálculo, Escuela Básica, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes
Mérida, 5101, Venezuela

*jherrera@ula.ve

Resumen

Diversos sistemas en la naturaleza pueden ser modelados como redes complejas, donde los constituyentes de éstos son los nodos de la red, mientras que las interacciones entre ellos, se interpretan como sus conexiones. En el presente trabajo, se considera la población de los estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Los Andes, entre los años 1980 y 2008; y se construyen las redes complejas que forman, de manera anual, considerándolos como nodos; donde la condición de conexión entre ellos es establecida por un criterio de proximidad física. Se observa que las redes que forman los estudiantes, poseen un Coeficiente de agrupamiento mayor al de una red aleatoria, mientras que su Longitud característica es similar a la de una red aleatoria, para todos los años considerados. Estos resultados caracterizan a las redes de estudiantes de la Facultad de Ingeniería como redes de Pequeño mundo. Esta caracterización advierte que las redes de estudiantes poseen propiedades de transporte y comunicación que pueden ser utilizadas para el estudio de diversas dinámicas, como por ejemplo la propagación de enfermedades infecciosas de diversos tipos, así como la propagación de rumores. Esta novedosa forma de representar a los estudiantes de la Facultad de Ingeniería y su proximidad física, no tiene precedente en la Universidad o en el país, y puede ser usada para una gran cantidad de aplicaciones.

Palabras clave: Redes complejas, pequeño mundo, redes sociales.

Abstract

Several systems in nature can be model under the framework of complex networks, where the agents that form the system are the nodes of the network, while the interactions among them are the links of the network. The present paper considers the population of students of the Engineering Department at Universidad de Los Andes, from 1980 until 2008; and builds the complex networks they form, in an annual accumulated way. Under this consideration, the students are seen as nodes of the network and for the links between them, a physical proximity criteria is used. The results show that these networks possess "Small-world" nature, where the Clustering coefficient is larger than that of a random network, and the Characteristic path length is of the order of a random network. Small-world networks have properties of diffusion and transport that could be worthy of study in the population of the Engineering Department, and also in the whole university. This approach to study interactions between students, as far as we know, has no precedence in the university or the country.

Key words: Complex networks, small world, social networks.

1 Introducción

En los últimos años el modelado de diversos sistemas

usando redes (grafos), se ha convertido en una herramienta primordial para su estudio (Newman, 2010). Estos sistemas han sido denominados sistemas complejos; sistemas formados por gran cantidad de agentes, que interactúan de manera

no trivial. En esta abstracción, los agentes constituyentes de los sistemas son modelados como los nodos de una red, mientras que las interacciones entre los nodos se modelan a través de un enlace entre ellos. De esta manera, se han realizado importantes avances en el estudio y análisis de las redes de interacciones complejas, gracias a la adquisición y manipulación de grandes cantidades de datos y al poder computacional disponible, necesario para procesarlos; así como también en el estudio de la difusión y transmisión de información en redes complejas.

Entre las diversas aplicaciones que han encontrado las redes complejas, se han abarcado áreas tan diversas, dando paso a poder interpretar a los nodos como personas, ciudades, organizaciones, estados, o grupos de estos, entre otros; mientras que los enlaces representan las relaciones que existen entre los nodos; por ejemplo, amistad entre personas, profesión, parentesco familiar, sinapsis, enlaces entre páginas web, colaboración científica, entre otros. Las redes se encuentran en todas partes (Newman, 2010; Barabási y Bonabeau, 2003; Watts y Strogatz, 1998), nos rodean y formamos parte de ellas, unas veces como nodos y en otras ocasiones como enlaces. Entre los trabajos que se han publicado usando redes complejas se pueden mencionar, entre otras, la red de palabras unidas por relaciones sintácticas y semánticas (Barrat y col., 2004), redes de neuronas (Watts y Strogatz, 1998; White y col., 1986; Márquez y col., 2011), la Internet (Yook y col., 2002), redes de contacto sexual (Liljeros y col., 2001), redes sociales (Lewis y col., 2008; Amaral y col., 2000; Krebs, 2002; Bearman y col., 2004), redes biológicas (Jeong y col., 2000), redes de números primos y naturales (Pérez y col., 2014), entre otros. La caracterización de las redes mencionadas anteriormente, así como muchas otras, ha permitido identificarlas o clasificarlas, dependiendo de sus atributos topológicos (Watts y Strogatz, 1998; Barabási y Bonabeau, 2003; Girvan y Newman, 2002).

La introducción de topología subyacente en los sistemas; que antes era ignorada y considerada homogénea, donde todos los agentes de un sistema podían interactuar con todos los otros agentes, nos ha mostrado que las conexiones entre agentes es heterogénea, y que influye de manera determinante en la dinámica y en el estado final de un sistema (Herrera y col., 2011). Un ejemplo sobre la importancia de la heterogeneidad en los contactos entre individuos en una población, compara los resultados entre la propagación del SARS (Severe Acute Respiratory Syndrome) en poblaciones homogéneas y aquellas donde se toma en cuenta la heterogeneidad de los contactos de interacción (Meyers y col., 2005).

En general, la influencia de los contactos heterogéneos en la propagación de diversas enfermedades ha sido objeto de intenso estudio, dando paso a la disciplina que hoy se conoce como Epidemiología de Redes de Contacto (Lauren, 2006).

En este orden de ideas, gracias a la disponibilidad de datos de proximidad física entre los estudiantes de la Facultad de Ingeniería, dentro de los salones de clases, el presente artículo se enfoca en el análisis y la caracterización de la red de interacción social formada por los estudiantes de dicha Facultad. Esta novedosa manera de representar las interacciones entre los estudiantes, permitirá conocer los patrones de contacto entre los mismos, así como otras cantidades de interés, las cuales influyen en la propagación de enfermedades o rumores.

2 Preliminares

Matemáticamente, un grafo se define como una terna $G = (V, E)$, donde V es un conjunto finito de nodos o vértices, que comúnmente se enumeran como $V = \{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$; y un conjunto finito de aristas, E , que unen pares de vértices $\{i, j\}$, donde $i, j \in V$.

Entre las cantidades que caracterizan un grafo se encuentran el Diámetro, la Longitud característica, el Coeficiente de agrupamiento, el Grado promedio, la Distribución del grado, la Centralidad, la Modularidad, entre otras. En el presente artículo, se usarán la Longitud característica, el Coeficiente de agrupamiento y el Grado promedio de la red, como caracterizadores de las redes de contacto entre los estudiantes de la Facultad de Ingeniería (Newman, 2010). Estas cantidades se definen a continuación.

2.1 Grado de un nodo y distribución de grado de la red

El grado de un nodo i , se define como el número de conexiones o “vecinos” k_i que posee. En general, el grado promedio de un grafo se define como con N el número de nodos del grafo.

Por otro lado, la distribución de los grados de la red

$$\langle k \rangle = \frac{\sum_{i=1}^N k_i}{N}, \quad (1)$$

$P(k)$ es la probabilidad de que un nodo elegido aleatoriamente tenga k conexiones.

2.2 Coeficiente de agrupamiento

El Coeficiente de agrupamiento (C) se define como la probabilidad de que dos nodos conectados directamente a un tercer nodo, estén conectados entre sí. Por ejemplo, en una red de amistades, es la probabilidad de que dos de mis amigos sean amigos el uno del otro. Formalmente, C_i (Coeficiente de agrupamiento para el nodo i) se puede calcular como:

$$C_i = \frac{2E_i}{k_i(k_i - 1)}, \quad (2)$$

donde E_i es el número total de aristas que conectan a los vecinos más cercanos de i , y $k_i(k_i - 1)/2$ es el número total de todas las aristas posibles entre todos los vecinos más cercanos de i

Así, para un grafo dado, C se define como

$$C = \frac{\sum_i^N C_i}{N}, \quad (3)$$

donde N es el número total de nodos en el grafo. El valor de $C \in [0, 1]$, donde $C = 0$ significa que no existen conexiones entre mis vecinos, mientras que $C = 1$ que todos mis vecinos están conectados entre ellos.

2.3 Longitud característica

La Longitud característica (L) de un grafo, es la distancia más corta que conecta a dos nodos cualesquiera de la red, donde la distancia se mide como el número de enlaces que hay que atravesar para ir de un nodo i a un nodo j . Para un nodo j , se define la L como

$$L(j) = \frac{\sum_{i=1}^N d(j, i)}{N}, \quad (4)$$

donde $d(j, i)$ indica la longitud del camino más corto que conecta a j e i . Se calcula L para toda la red como

$$L = \frac{\sum_{j=1}^N L(j)}{N}, \quad (5)$$

con N el número de nodos en el grafo.

En particular, dependiendo de los valores de L , C , $\langle k \rangle$ y $P(k)$, los grafos pueden ser identificados como grafos (o redes) aleatorios (Erdos y Rényi, 1959), grafos de Pequeño mundo (Watts, 1999) o redes Libres de escala (Barabási y Bonabeau, 2003). Las redes de conectividad aleatoria, las cuales dependen del número de nodos (N) que la conforma y el grado promedio ($\langle k \rangle$), se caracterizan por poseer un C pequeño (del orden de $1/N$), un L pequeño (del orden de $\ln(\langle k \rangle)$) y una distribución de grado $P(k)$ que sigue una distribución normal. Las redes de Pequeño mundo, aunque al igual que las redes aleatorias, poseen una distribución de

grado similar a una distribución normal, están caracterizadas por un C mayor al de una red aleatoria equivalente (uno o más órdenes de magnitud), mientras que L es similar al de una red aleatoria. La combinación de C y L , le dan su nombre a este tipo de grafos. Esta propiedad ha demostrado ser ubicua en los sistemas reales, que se pueden modelar a través de grafos. Las redes Libres de escala son redes que además de poseer valores C grandes y L pequeños, poseen una distribución de ley de potencia en la distribución del grado de los nodos de la red. Esto permite la aparición de los llamados “hubs” o nodos altamente conectados en la red. En la formación de las redes libres de escala, existe un ingrediente que favorece la conexión de nuevos nodos a nodos existentes en la red, con una probabilidad que depende del grado de los nodos de estos. Es decir, los nodos con un grado mayor al promedio, estarán en ventaja de adquirir más conexiones.

En el presente trabajo, el objetivo principal es determinar si los grafos que forman los estudiantes de la Facultad de Ingeniería son aleatorios, de pequeño mundo o libres de escala.

Registros de todos los estudiantes que han estado inscritos en dicha Facultad, en el período que comprende desde el año 1980 hasta el año 2008.

Es importante resaltar que para la identificación de cada estudiante se asignó una etiqueta, la cual lo diferencia de los otros estudiantes, pero que a la vez permite salvaguardar la identidad de los mismos. Una fracción del archivo de los registros proporcionados por la OREFI, se muestra en la Figura 1.

#ID	CARRERA	OPCION	PENSUM	ANO	PERIODO	ASIGNATURA	SECCION
1	22	1	1	2000	1	1000	1
1	22	1	1	2000	1	1004	1
1	22	1	1	2000	1	1006	1
1	22	1	1	2000	1	1025	1
2	26	1	1	2000	1	1000	1
2	26	1	1	2000	1	1004	1
2	26	1	2	2000	1	1056	1
2	26	1	2	2000	1	1000	1
2	26	1	2	2000	1	1004	1
2	26	1	1	2000	1	1056	1
3	26	1	1	1998	3	1000	1
3	26	1	1	1998	3	1001	1
3	26	1	1	1998	3	1004	1
3	26	1	1	1998	3	1006	1
3	26	1	1	1999	1	1004	1
3	26	1	2	1998	3	1056	1
3	26	1	2	1998	3	1000	1
3	26	1	2	1998	3	1001	1
3	26	1	2	1998	3	1004	1
3	26	1	2	1998	3	1006	1
3	26	1	1	1998	3	1056	1
3	26	1	2	1999	1	1004	1
4	22	1	1	1996	3	1000	1
4	22	1	1	1996	3	1004	1
4	22	1	1	1996	3	1006	1
4	22	1	1	1996	3	1025	1
4	22	1	1	1997	2	1012	1
4	22	1	1	1997	2	1013	1
4	22	1	1	1997	2	1026	1
4	22	1	1	1997	2	1027	1
4	22	1	1	1998	1	1012	1
4	22	1	1	1998	1	1025	1
4	22	1	1	1998	1	1028	1
4	22	1	1	1998	2	1012	1
4	22	1	1	1998	3	1018	1
4	22	1	1	1998	3	1020	1
4	22	1	1	1998	3	1028	1
4	22	1	1	1998	3	1029	1
4	22	1	1	1999	1	1020	1
4	22	1	1	1999	1	1028	1
4	22	1	1	1999	1	1029	1
4	22	1	1	2000	1	1018	1
4	22	1	1	2000	1	1025	1

Fig. 1. Muestra del archivo de datos proporcionado por OREFI

En este archivo de datos (Figura 1), la primera columna es la etiqueta que identifica al estudiante; la segunda, la carrera que cursa en la Facultad (Ingeniería de Sistemas, Ingeniería Civil, etc.); la tercera, la opción, dependiendo de la carrera; la cuarta, el pensum usado, el cual también depende de la carrera; la quinta, el año en que cursó la materia; la sexta, el período o semestre; la séptima, el código de la materia cursada; y la octava, la sección a la que corresponde la materia cursada.

3.1 Procesamiento de los datos

Para estudiar y caracterizar los patrones de contacto entre los estudiantes de la Facultad de Ingeniería, se tomó

un criterio de proximidad física; es decir, cuando dos estudiantes coinciden por lo menos una vez en la misma sección se considera que estuvieron en contacto. Los contactos que se llevan fuera de los salones de clases no se toman en cuenta. En el presente trabajo, se estudiará los cambios en la estructura de los grafos que se generan en la Facultad de Ingeniería de manera anual. Así, se crea una red de contactos entre los estudiantes para cada uno de los años, desde 1980 hasta 2008. Para este intervalo de tiempo, se obtuvo 29 archivos, cada uno como el que se muestra en la Figura 1, uno para cada año. La coincidencia de los estudiantes en las secciones se realizó al comparar las cuatro últimas columnas de cada uno de los archivos. Si dos estudiantes en el año 2000 (quinta columna), en el semestre A (sexta columna), tomaron la misma materia (séptima columna), en la misma sección (octava columna), entonces existirá un enlace entre ellos.

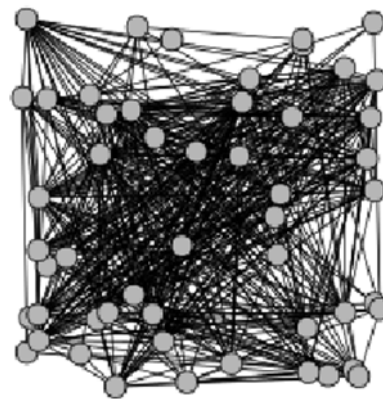


Fig. 2. Red de contacto entre los estudiantes para el año 1980. En número de nodos (estudiantes) es de $N=52$. Los enlaces entre los diferentes nodos representan la coincidencia de estos alumnos (nodos) en la misma sección

Con estos archivos, y usando el paquete *igraph* de R, se crearon los grafos para cada año. Un ejemplo de la representación gráfica de una de las redes de contacto entre los estudiantes, para el año 1980, se muestra en la Figura 2.

4 Análisis de resultados

Para caracterizar la estructura de cada una de las redes a lo largo del período seleccionado, se mostrará cómo han ido cambiando en el tiempo los siguientes atributos de las redes: el número de nodos (estudiantes), grado promedio (k) de la red (número de contactos promedio por estudiante), el Coeficiente de agrupamiento C y la Longitud característica L , en cada año. Los C y L de cada una de las redes serán comparados con C y L para redes aleatorias equivalentes; es decir, con el mismo N y k .

La Figura 3 muestra el número de nodos (estudiantes diferentes) para cada uno de los años en el intervalo 1980-2008.

A medida que ha transcurrido el tiempo, debido al incremento de la matrícula en la Facultad de Ingeniería, el número de estudiantes ha ido aumentando. Por lo tanto, los grafos que se forman para cada uno de estos años han ido aumentando de tamaño.

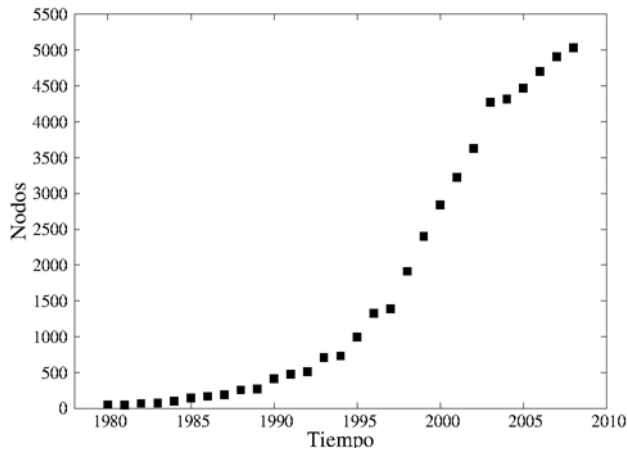


Fig. 3. Número de nodos (N , estudiantes diferentes) para cada uno de los años que se consideran: 1980-2008.

El aumento en el número de nodos, muestra la evolución temporal del tamaño del sistema, si se considera cada año como una población de individuos. Sin embargo, no sólo cuántos nodos conforman el grafo, sino también en qué forma se encuentran conectados, nos da información acerca del mismo. En la Figura 4 se muestra la evolución temporal del grado promedio de las redes de contacto.

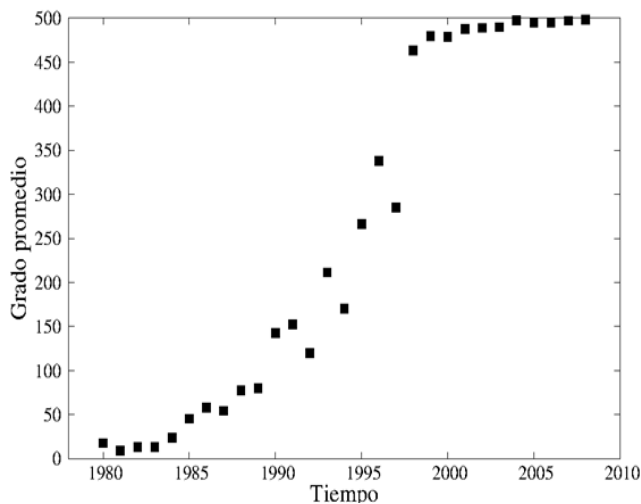


Fig. 4. Grado promedio de la red de contactos en función del tiempo.

Es notable que, al aumentar el número de nodos en cada una de las redes, el número de contactos promedio de cada estudiante también ha aumentado de manera drástica. Esto se debe a que un aumento en el número de estudiantes en el año, supone un aumento en el número de estudiantes

en cada sección, si no son creadas nuevas secciones que permitan reducir el número de contactos. Así, los estudiantes aumentan sus contactos o conexiones en el tiempo.

Los dos atributos mostrados anteriormente (N y $\langle k \rangle$) permiten caracterizar y comparar las redes de estudiantes con redes aleatorias. Tanto el Coeficiente de agrupamiento (C), como la Longitud característica (L) pueden ser calculados para un grafo aleatorio equivalente, dado N y $\langle k \rangle$.

En la Figura 5 se muestra la variación del Coeficiente de agrupamiento (C) en función del tiempo para cada uno de las redes de contacto de los estudiantes, así como C para una red aleatoria equivalente.

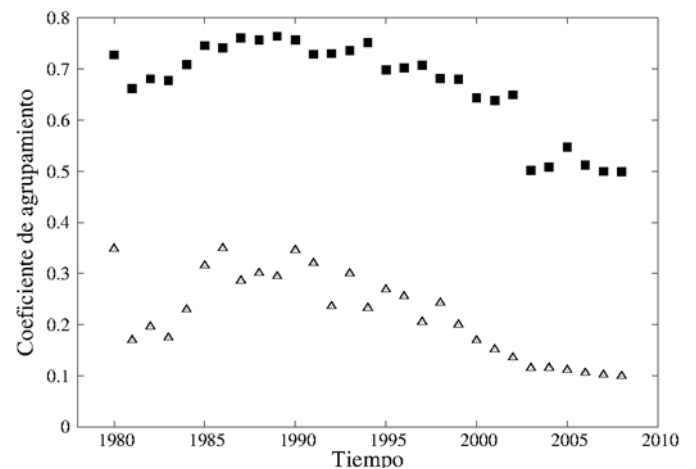


Fig. 5. Coeficiente de agrupamiento de la red de contactos en función del tiempo (cuadrados). Coeficiente de agrupamiento de una red aleatoria equivalente para cada año (triángulos).

La Figura 5 muestra que aunque C ha disminuido al pasar de los años (cuadrados), es mayor que el C para una red aleatoria (triángulos). Este resultado muestra que hay una alta probabilidad de que dos nodos que tienen un vecino en común, también sean vecinos. Esto se debe al solapamiento de estudiantes en diferentes secciones, ya que diversos estudiantes pueden coincidir en diferentes materias. Fig.

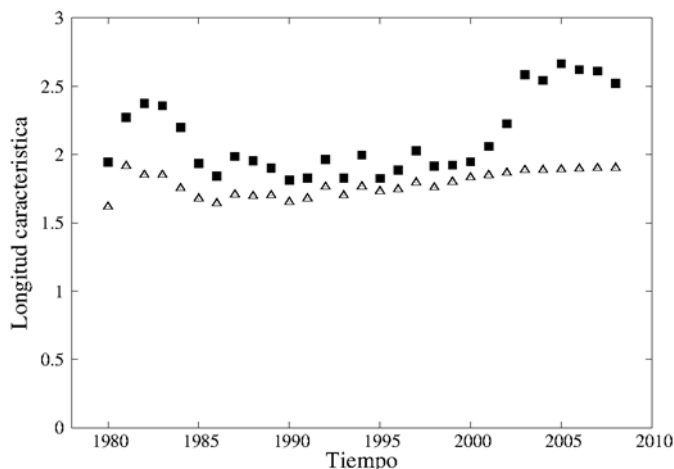


Fig. 6. Longitud característica de la red de contactos en función del tiempo (cuadrados). Longitud característica de una red aleatoria equivalente para cada año (triángulos).

La Figura 6 muestra la evolución temporal de la Longitud característica (L) de las redes de contacto entre estudiantes (cuadrados), así como el valor correspondiente de L para una red aleatoria equivalente (triángulos).

Se puede observar que, aunque el tamaño de las redes que estamos considerando, se encuentran entre $N = 52$ para 1980 y $N = 5033$ para el año 2008, L es pequeño ($L \in [1,5;3]$). Además, al comparar los valores de L para las redes de contacto entre estudiantes (cuadrados), con L para redes aleatorias (triángulos), estas son del mismo orden.

Esta combinación entre un C mayor que el de una red aleatoria y un valor de L similar al de una red aleatoria, permite clasificar a las redes formadas por los estudiantes de la Facultad de Ingeniería, desde sus inicios, como redes de pequeño mundo.

Resulta obvio justificar el hecho de que las redes de estudiantes no sean libres de escala. Las redes libres de escala son creadas con un mecanismo de “preferential attachment”, donde se comienza con una cantidad mínima de nodos, conectados entre ellos, y los nodos que se van incluyendo en el sistema ubican sus enlaces a los otros nodos de acuerdo a una probabilidad que depende del grado de los nodos existentes en la red. En la red de estudiantes de la Facultad de Ingeniería no existe tal mecanismo, ya que esto sería equivalente a que los estudiantes decidieran inscribir sus materias, dependiendo de si se están inscribiendo con estudiantes que tienen muchas materias, además de compartir sección con muchos estudiantes.

5 Conclusiones

En el presente trabajo se estudia el cambio en la estructura topológica que exhiben las interacciones entre los estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Los Andes. Para lograr este objetivo, se utilizó el novedoso

concepto de redes complejas, donde cada estudiante fue considerado como un nodo de una red, y los enlaces entre cada uno de ellos, fue ubicado usando un criterio de proximidad física. Al estudiar las redes de interacción formadas por los estudiantes para cada uno de los años desde 1980 hasta 2008, se pudo observar que todas estas redes tienen características de Pequeño mundo; es decir, poseen un Coeficiente de agrupamiento mayor al de una red aleatoria, así como una Longitud característica del mismo orden al de una red aleatoria.

Aunque el estudio y caracterización de las redes complejas que nos rodean han estado siendo utilizadas por más de una década, no tenemos conocimiento de que algún estudio con esta aproximación, usando datos reales, se haya realizado en la Universidad de Los Andes o en el país.

Las redes de contacto de los estudiantes pueden ser usadas para simular diversos procesos sobre la población de la Facultad. De particular interés será en un futuro, estudiar la propagación de enfermedades y rumores, ya que al ser de Pequeño mundo, las propiedades de difusión en estas redes presentan patrones particulares y de interés.

Así mismo, se pueden estudiar bajo este esquema el control en la propagación de enfermedades infecciosas, a través de vacunación e inmunización individual, en analogía con estudios realizados con otras poblaciones, y proponer posibles mecanismos de control de enfermedades diferentes a los ya establecidos, de ser posible.

Estamos convencidos que el presente trabajo, así como extensiones del mismo, pueden aportar una valiosa ayuda en el conocimiento de diversos fenómenos de propagación, no sólo en la Facultad de Ingeniería, sino, con el apoyo de las autoridades competentes, para toda nuestra Universidad.

6 Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado por el Consejo de Desarrollo Científico, Humanístico, Tecnológico y de las Artes (CDCHTA) de la Universidad de Los Andes, en Mérida, Venezuela, mediante el proyecto I-1351-12-02-B.

Referencias

- Newman MEJ, 2010, *Networks: An introduction*, Oxford University Press.
- Barabási AL, Bonabeau E, 2003, *Scale-Free Networks*, *Scientific American* 288, 50-59.
- Watts D, Strogatz SH, 1998, *Collective dynamics of small world networks*, *Nature* 393, 440-442.
- Barrat A, Barthélemy M, Pastor-Satorras R, Vespignani A, 2004, *The architecture of complex weighted networks*, *Proceedings of the National Academy of Science of the United States of America*, 101 (11), p.p 3747-3752.
- White JG, Southgate E, Thompson JN, Brenner S, 1986, *The structure of the nervous system of the nematode Caenorhabditis Elegans*, *Phil. Trans. R. Soc. London*, 2nd ed.
- Márquez V, Cosenza MG, Tucci K, 2011, *Estructuras jerár-*

- quicas inducidas por estímulo externo en redes dinámicas coevolutivas, *Revista Ciencia e Ingeniería*, Edición Especial: "Jornada de Modelado y Simulación", pp. 101-106.
- Yook SH, Jeong H, Barabási AL, 2002, Modeling the internet's large-scale topology, *Proceedings of the National Academy of Sciences* 99, 13382-13386.
- Liljeros F, Edling CR, Amaral LAN, Stanley HE, Aberg Y, 2001, The web of human sexual contacts, *Nature* 411, 907-908.
- Lewis K, Kaufman J, González M, Wimmer A, Christakis N, 2008, Tastes, ties and time: A new social network dataset using Facebook.com, *Soc. Networks*, 30, 330-342.
- Amaral LAN, Scala A, Barthélémy M, Stanley HE, 2000, Classes of small-world networks, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 97, 11149-11152.
- Krebs VE, 2002, Mapping networks of terrorists cells, *Connections*, 24, 43-52.
- Bearman PS, Moody J, Stovel K, 2004, Chains of affection: the structure of adolescent romantic and sexual networks, *Am. J. Sociol.*, 110, 44-91.
- Jeong H, Tombor B, Albert R, Oltvai ZN, Barabási AL, 2000, The large-scale organization of metabolic networks *Nature* 407, 651-655.
- García-Pérez G, Serrano MA, Boguñá M, 2014, Complex architecture of primes and natural numbers, *Physical Review E*, 90, 022806.
- Girvan M, Newman MEJ, 2002, Community structure in social and biological networks, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 99, 7821-7826.
- Herrera JL, Escalóna-Morán M, Parra R, Parra C, Cosenza MG, 2011, Influencia de las interacciones locales versus globales en un modelo de intercambio económico estratificado, *Revista Ciencia e Ingeniería*, Edición Especial: "Jornada de Modelado y Simulación", pp. 95-100.
- Meyers LA, Pourbohloul B, Newman MEJ, Skowronski DM, Brunham RC, 2005, Network theory and SARS: predicting outbreak diversity, *Journal of Theoretical Biology* 232, 71-81
- Meyers LA, 2006, Contact network epidemiology: bond percolation applied to infectious disease prediction and control, *Bulletin of the American Mathematical Society* 44, 63-86.
- Erdos P, Rényi A, 1959, On random graphs, *Publications Mathematicae* 6, 290-297.
- Watts DJ, 1999, *Small worlds: The dynamics of networks between order and randomness*, Princeton University Press, Princeton.

Gutiérrez, Idaí: Ingeniero de Sistemas, egresada de la Universidad de Los Andes en el año 2011. Correo electrónico: idaiberzabet22@gmail.com

Herrera, José Luis: Doctor en Física Fundamental. Actualmente, Profesor Asistente del Departamento de Cálculo, Facultad de Ingeniería.

Recibido: 12 de febrero de 2015

Aceptado: 12 de junio de 2015

