

Evolución de la vulnerabilidad epidemiológica de la red social de los estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Los Andes: epidemias y estrategias de inmunización

Evolution of the epidemiological vulnerability for the social network formed by the students of the engineering department at Universidad de Los Andes: epidemic spreading and immunization strategies

Rodríguez Armando^{1*}, Ramírez Francys¹, Parra, Rafael¹, Herrera José².

¹Facultad de Ingeniería, Departamento de Calculo, Universidad de Los Andes, Mérida 5101, Venezuela.

²Departamen of integrative Biology, University of Texas at Austin, Texas-USA.

*armandorodriguez@ula.ve

Resumen

El estudio de la propagación de enfermedades en poblaciones reales representa un tema de vital importancia. Los modelos compartamentales, utilizados usualmente para modelar este fenómeno asumen homogeneidad en las interacciones de los individuos. Sin embargo, las heterogeneidades existentes en las redes de interacción complejas, sobre las que se encuentran las poblaciones, presentan efectos que no pueden ser entendidos por los modelos compartamentales. El presente artículo utiliza las redes de interacción social entre los estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Los Andes, para el estudio de la vulnerabilidad epidemiológica de dicha población. Asimismo, se proponen estrategias de inmunización y control en la propagación de enfermedades, tipo gripe, que puedan afectar a cada una de estas redes sociales. Los resultados de esta investigación muestran que existen, bajo esta metodología, estrategias de prevención de enfermedades más eficientes que los considerados con anterioridad.

Palabras claves Propagación de Enfermedades Redes de Contacto Vacunación.

Abstract

The study of the spread of diseases in actual populations represents a topic of vital importance. Compartmentales models, assume homogeneity in the interactions of the individuals. Nevertheless, the existing heterogeneities in the complex networks of interaction in real populations, present effects that cannot be understood by compartamentales models. The present paper uses the networks of social interaction (physical proximity) between the students of the Engineering Department of the University de Los Andes, to study the epidemiological vulnerability of the students population on each semestre. Additionally, by simulating flu-like diseases on these populations, we propose immunization and control strategies based on attributes that are innate of the networked population. The results of this investigation show that there exist, under this methodology, methods of prevention of diseases more efficient than the ones considered previously.

Keywords: Spread of Diseases. Networks of Contact. Vaccination.

1 Introducción

La predicción de la evolución de una enfermedad y el proceso de contagio social, pueden ser conceptualizados con diversos modelos matemáticos que describen los procesos de propagación y difusión. Estos modelos han evolucionado hasta ser modelos muy estructurados en los

que las jerarquías y las heterogeneidades, presentes en comunidades y poblaciones, son características importantes a considerar (Anderson 1992). La propagación de enfermedades es uno de los procesos dinámicos fundamentales que ocurren sobre redes (grafos), donde un nodo representa, por ejemplo, un individuo; y los enlaces entre los mismos son las interacciones entre ellos (Barrat y col., 2008, Newman 2010). Desde hace unos años es sabido que las propiedades topológicas de la red de contacto de una

población, tienen un impacto significativo en la manera como una enfermedad se transmite en una población (Meyers 2007); por esta razón, es importante conocer la manera en la que interactúan los individuos que la conforman; aunque, el conocer éstas interacciones de manera específica y detallada es imposible. Sin embargo, haciendo uso de las bases de datos de interacción disponibles y el incremento en el poder computacional de los últimos años, se han elaborado mapas de interacción entre genes, neuronas, individuos, poblaciones, países, etc., en la forma de grafos o redes complejas (Newman 2010). En particular, el considerar las heterogeneidades de las interacciones a nivel personal en una población, ha permitido un mayor entendimiento acerca de la manera en cómo se propaga una enfermedad (Meyers 2007, Meyers y col., 2005, 2006, Newman 2002, Sander y col., 2002, Pastor-Satorras y col., 2001). Adicionalmente, ha permitido la implementación de diversas formas efectivas de estrategias de inmunización (Cohen y col., 2003, Meyers y col., 2003, Pourbohloul y col., 2005), basadas en la información que proporciona la topología de interacción.

Localmente, con el fin de conocer la estructura subyacente de las interacciones entre los estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Los Andes, y utilizando los datos proporcionados por la oficina de registros estudiantiles de dicha facultad (OREFI), se realizó la construcción y caracterización de las redes de interacción entre los estudiantes de dicha facultad, como consecuencia de su proximidad física (Gutiérrez 2015). Las redes de interacción entre los estudiantes de la facultad de ingeniería realizados en (Gutiérrez 2015), son epidemiológicamente relevantes, ya que permite interacciones que pueden conducir a la transmisión de enfermedades de tipo gripe en la población.

En este orden de ideas, el presente trabajo se basa en el estudio de la variación temporal de la vulnerabilidad epidemiológica de la población estudiantil, representada a través de redes complejas (Gutiérrez 2015), en el período que comprende desde el año 1980 hasta el año 2008. Así mismo, haciendo uso de las propiedades de estas redes, se proponen diferentes estrategias de inmunización, que permitan minimizar la cantidad individuos infectados en la población, sin llegar al caso extremo de cerrar el recinto de la Facultad.

2 Preliminares

A continuación se describe de manera detallada las redes de proximidad física entre los estudiantes, el modelo epidemiológico y las estrategias de inmunización que serán implementadas.

2.1 Redes de proximidad física

Un modelo de red de contactos captura los patrones de interacción que pueden conducir a la transmisión de una

enfermedad infecciosa. En una red de contactos, cada persona (grupo de personas, lugares geográficos, etc.) se transforma en un nodo, y los contactos entre las personas se convierten en enlaces que conectan a los nodos. El número de enlaces o conexiones que emanan de un nodo es llamado el grado del nodo, e indica el número de posibles contactos que podrían causar la transmisión de una enfermedad de un individuo a otro. Las redes de contacto utilizadas en este trabajo se basan en la caracterización y análisis de la red de interacción de los estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Los Andes (Gutiérrez 2015), en donde se construyeron grafos que representan a los estudiantes de la Facultad y cuya condición de relación era la proximidad física entre ellos. Algunas de las características de estas redes de contactos se encuentran en la siguiente Tabla (1), para una descripción más detallada de las redes de contacto consulte (Gutiérrez 2015).

Tabla 1: Atributos principales de las redes de interacción de los estudiantes

Año	Coefficiente de agrupamiento	Grado	Diámetro	Nodos	Camino más corto
1980	0.728	17.615	5	52	1.945
1981	0.662	9.428	6	49	2.272
1982	0.681	13.275	6	69	2.376
1983	0.678	13.324	6	71	2.357
1984	0.708	23.825	5	103	2.197
1985	0.746	45.366	5	145	1.936
1986	0.741	58.096	6	167	1.841
1987	0.761	54.274	7	190	1.986
1988	0.757	77.294	5	258	1.953
1989	0.764	79.861	4	273	1.899
1990	0.757	142.892	6	415	1.814
1991	0.729	152.214	5	477	1.828
1992	0.730	119.742	6	511	1.966
1993	0.736	211.241	6	706	1.829
1994	0.752	170.265	7	732	1.996
1995	0.694	266.165	8	993	1.865
1996	0.702	337.679	6	1328	1.887
1997	0.707	284.774	7	1390	2.030
1998	0.681	463.177	7	1912	1.917
1999	0.680	479.802	6	2404	1.923
2000	0.643	478.765		2839	1.947
2001	0.639	487.765	10	3226	2.059
2002	0.649	488.901	6	3625	2.226
2003	0.501	489.868	7	4275	2.585
2004	0.508	497.473	7	4220	2.543
2005	0.547	494.749	7	4470	2.665
2006	0.512	495.030	6	4706	2.621
2007	0.500	497.201	8	4905	2.611
2008	0.499	498.183	7	5033	2.522

2.2 Modelo epidemiológico

Para simular la dinámica de propagación de una enfermedad tipo gripe en las redes de contacto, se utilizará

el modelo epidemiológico **SIR**; donde cada individuo de la población puede estar en uno de tres estados posibles: susceptible (**S**) a la enfermedad; infectado (**I**) con la enfermedad, en este estado el individuo puede transmitir la enfermedad a cualquiera de los individuos susceptibles con los que tenga contacto; y recuperado (**R**), cuándo, luego de haber pasado el período de infección de la enfermedad, el individuo se ha recuperado de la misma y es inmune a ella.

Los parámetros de este modelo son: la probabilidad de infección de la enfermedad β , la cual depende de la enfermedad en cuestión; y la probabilidad de recuperación de la enfermedad μ que puede definirse como $\mu = \gamma^{-1}$; donde γ es el número de días que un individuo, una vez infectado, puede propagar la enfermedad. En el presente trabajo se usará $\gamma = 7$ que es el número de días propuesto para enfermedades tipo gripe (Huai y col., 2008, De serres y col., 2010). Uno de los parámetros epidemiológicos más importantes es R_0 , que se define como el número promedio de infecciones secundarias a partir de un sólo individuo infectado, en una población completamente susceptible. Si $R_0 < 1$ en una población, la enfermedad no se propaga en la población, mientras que para $R_0 > 1$ existe una alta probabilidad de que la enfermedad se propague al sistema y alcance a la mayoría de la población. Ahora, la relación entre β y R_0 viene dada por la siguiente expresión.

$$R_0 = \frac{T}{T_c} \quad (1)$$

donde

$$T = 1 - (1 - \beta)^{k_i} \quad (2)$$

es la probabilidad de que un individuo con k_i vecinos sea infectado con la enfermedad, y

$$T_c = \frac{\langle k \rangle}{\langle k^2 \rangle - \langle k \rangle} \quad (3)$$

donde $\langle k \rangle$ y $\langle k^2 \rangle$ son el primer y segundo momento de la distribución de grados de la población. Como se puede observar en la ecuación (1), R_0 depende de las propiedades intrínsecas de la enfermedad, así como de la heterogeneidad de las interacciones de los individuos en la población.

La vulnerabilidad epidemiológica (β_{min}) de las poblaciones que se consideran está definida como el valor de β que hace que $R_0 = 1$ en la ecuación (1). Es claro que si $\beta > \beta_{min}$, $R_0 > 1$, lo que producirá una epidemia a gran escala en la población.

2.3 Estrategias de inmunización

Con el objetivo de minimizar el efecto de una enfermedad en el sistema, se introducen tres estrategias de inmunización. Estas estrategias consisten en inmunizar, al comienzo de cada simulación, una fracción ν de individuos

y estudiar su efecto en el resultado final de la incidencia de una enfermedad infecciosa en la población. A continuación se explica de manera detallada cada una de las estrategias implementadas.

2.3.1 Inmunización Aleatoria

La inmunización aleatoria, como su nombre lo indica, se hace siguiendo un proceso totalmente aleatorio; se eligen una fracción ν de individuos del sistema, los cuales son inmunizados antes de que la enfermedad entre en la población. Estos individuos son inmunes a la enfermedad.

2.3.2 Inmunización según el grado del nodo

Esta estrategia de inmunización, inmuniza a una fracción ν de los nodos o individuos más conectados del sistema; es decir, se les da prioridad a los individuos con mayor cantidad de vecinos en la población. La idea detrás de esta estrategia se debe a que se ha determinado en estudios anteriores (Anderson 1992, Pastor-Satorras y col., 2001) que individuos con mayor cantidad de conexiones son más propensos a ser infectados con una enfermedad que circule en la población. Esta es una estrategia de inmunización global, en el sentido de que para poder implementarla se necesita conocer la estructura completa de las interacciones de la población que se estudia.

2.3.3 Inmunización del vecino aleatorio

Para elegir al individuo a ser inmunizado, siguiendo esta estrategia, se selecciona un individuo de la población de manera aleatoria, para luego escoger aleatoriamente uno de sus vecinos (Cohen y col., 2003). Este proceso se repite hasta alcanzar una fracción ν de individuos. Esta estrategia se considera local, debido a que sólo se necesita que el individuo seleccionado de manera aleatoria, tenga conocimiento de sus conexiones o entorno. Esta estrategia toma en cuenta el hecho de que los conocidos aleatorios de un individuo poseen más conexiones que el seleccionado aleatoriamente (Newman 2003, Huai y col., 2008).

3 Resultados y Discusión

Al estudiar la propagación de enfermedades en una población, es de vital importancia conocer que tan vulnerable es ésta a la exposición de una enfermedad emergente, es decir, determinar el valor de R_0 correspondiente. Para el caso que se estudia en este artículo, se conoce de manera detallada uno de los niveles de interacción de los estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Los Andes. Es importante recordar que en (Gutiérrez y col., 2015) sólo se tomaron en cuenta las interacciones que se llevan a cabo en los salones de clase, descartando las interacciones en otros recintos. Ahora bien, al conocer la estructura de la red de interacción, se puede

determinar T_c (ecuación (3)), y fijando $R_0 = 1$ se puede despejar β para hallar β_{min} mientras más alto el valor de β_{min} , la enfermedad deberá ser más infecciosa para poder alcanzar a una cantidad considerable de la población. De esta manera, se determina el mínimo valor que debe tener una enfermedad (β_{min}) para infectar a la población entera o una fracción considerable de la misma. En la Figura (1) se puede observar la evolución de la vulnerabilidad epidemiológica para cada una de las redes de contacto.

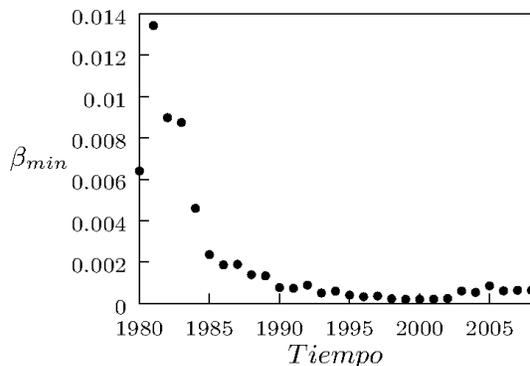


Fig. 1: Evolución de la vulnerabilidad epidemiológica en las poblaciones estudiantiles en el rango que comprende desde los años 1980 hasta 2008. Valor de β_{min} necesario para que $R_0 = 1$.

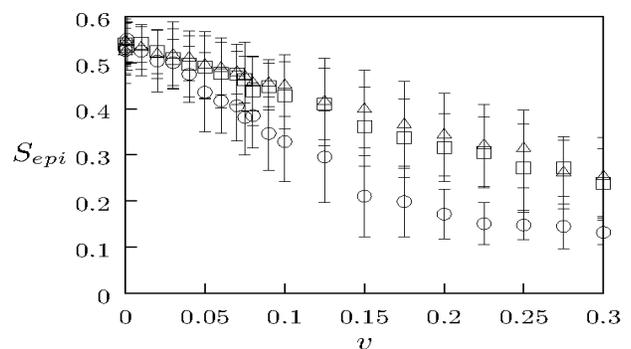
Como se puede observar en la Figura (1), salvo un aumento considerable en el año 1981, el comportamiento de β_{min} decrece al aumentar el tiempo; es decir, al pasar de los años, la población estudiantil se hace cada vez más vulnerable a una enfermedad infecciosa. La disminución de β_{min} en la Figura (1) está directamente relacionada con el grado de la población estudiantil al pasar los años; es decir, a la cantidad de estudiantes que están siendo alojados en un salón de clases. Al haber mayor cantidad de estudiantes en un salón de clases, aumenta la cantidad de contactos con relevancia epidemiológica y por lo tanto, se presenta una situación muy favorable para la propagación de cualquier enfermedad infecciosa. También, se puede observar en la Figura (1) que en el año 1980 $\beta_{min} = 0.006394$, mientras que en el año 2008 $\beta_{min} = 0.000638$; es decir, la población es diez veces más vulnerable.

Una vez establecidos los parámetros para los cuales un brote epidémico en la población estudiantil puede convertirse en una epidemia, el siguiente objetivo es determinar qué estrategia, de existir alguna, es útil y de implementación plausible, para detener la propagación de una enfermedad en la población estudiantil. Con este fin, se fijaron los parámetros del modelo de tal manera que para cada una de las redes de contacto se tenga que $R_0 = 2$, y de esta manera poder simular el caso en que una enfermedad infecciosa alcanza por lo menos un 60% de la población estudiantil. Para determinar la incidencia de la enfermedad en la población, se calculará el tamaño de la epidemia (S_{epi}) en el estado asintótico, la cual se define como la

fracción de individuos que fueron infectados en la población, es decir, el número de individuos recuperados al final de la simulación. Adicionalmente, se implementaron las estrategias de inmunización mencionadas anteriormente para estudiar su eficiencia al momento de controlar el brote de una enfermedad infecciosa en la población. El parámetro ν , definirá la cantidad de individuos que serán inmunizados en el sistema.

En la Figura (1) se muestra el efecto de cada una de las estrategias de inmunización sobre el tamaño de la epidemia en el sistema (S_{epi}) en la población para los años, 1985 y 2005. Para cada uno de los valores de parámetro, se muestra el valor promedio y la desviación estándar de 100 simulaciones.

En la Figura (1) se puede observar la comparación entre las estrategias que se aplicaron en la población estudiantil. Para fracciones muy pequeñas de individuos inmunizados ($\nu \approx 5\%$) las tres estrategias se comportan de manera similar, pero a medida que la fracción de inmunizados aumenta, se observa que las estrategias que comparten la característica de la aleatoriedad (inmunización aleatoria e inmunización por relación aleatoria) no son tan eficientes como resulta la inmunización según el grado del nodo. Al inmunizar a los individuos más conectados (estudiantes inscritos en secciones numerosas y/o inscritos en muchas secciones), se crean barreras que evitan la propagación de la enfermedad. Para ambos años, se puede observar que al inmunizar a los individuos más conectados, S_{epi} decrece rápidamente, hasta alcanzar un valor mínimo para $\nu \approx 0.15$. Para $\nu > 0.15$ S_{epi} permanece prácticamente constante, lo cual hace suponer que inmunizar más del 20% de la población es una pérdida innecesaria de recursos.



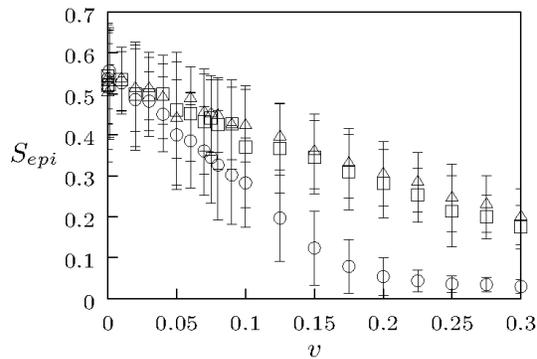


Fig. 2: Tamaño de la epidemia (S_{epi}) en el estado asintótico en función de v para los años 1985 (arriba) y 2005 (abajo), para las diferentes estrategias de inmunización. Individuo más conectado (círculos), vecino aleatorio (cuadrados) y aleatorio (triángulos).

Para observar el efecto de las estrategias de inmunización para el resto de los años, la Figura (3) muestra los valores de S_{epi} en el plano (t, v) , para cada una de las redes de contacto, así como para los valores de fracción de inmunizados en el intervalo $v \in [0, 0.3]$.

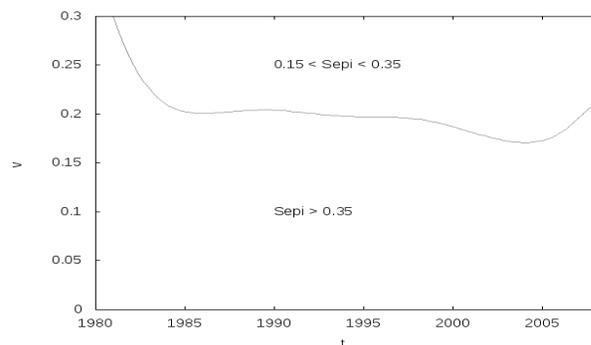


Fig. 3.a: Tamaño de la epidemia en el plano (t, v) para la estrategia de inmunización aleatoria.

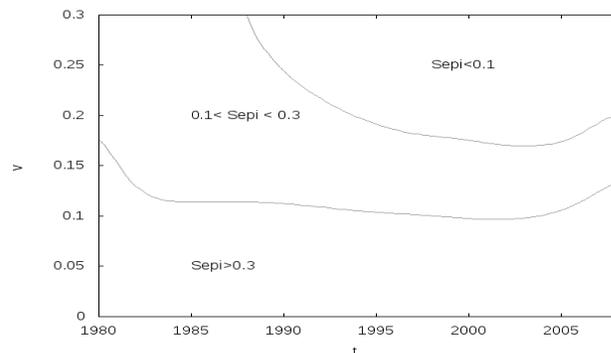


Fig. 3.b: Tamaño de la epidemia en el plano (t, v) para la estrategia de inmunización según el grado.

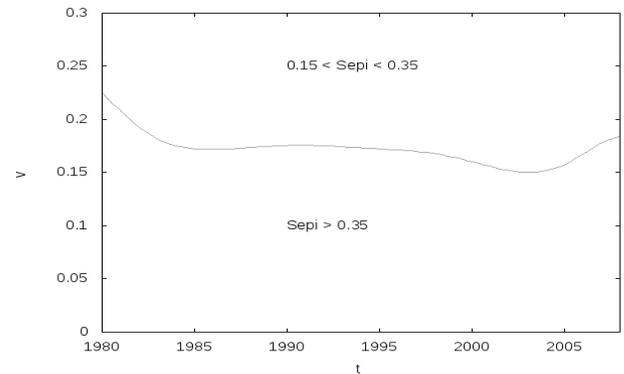


Fig. 3.c: Tamaño de la epidemia en el plano (t, v) para cada una de las estrategias de inmunización del vecino aleatorio.

Como se puede observar en la Figura 3.a, la estrategia aleatoria (arriba), es la menos eficiente al momento de reducir la incidencia de la enfermedad en el sistema. Para valores de $v > 0.2$, esta estrategia comienza a disminuir el número de individuos infectados, hasta alcanzar un valor mínimo de $S_{epi} \approx 0.25$ de las poblaciones consideradas.

La estrategia del vecino aleatorio (Figura 3.c, abajo) supera en efectividad a la estrategia aleatoria, ya que comienza a proteger al sistema para valores de $v \in (0.10, 0.20)$; es decir, requiere de un número menor de individuos inmunizados, para comenzar a proteger al sistema contra la enfermedad. Para valores de $v \approx 0.3$ la estrategia del vecino aleatorio, para la mayoría de los años, reduce la epidemia, que inicialmente era de un 60% hasta un 20% de la población.

La estrategia de inmunización más efectiva sobre cada una de las poblaciones es la de la inmunización según el grado de los nodos (Figura 3.b, centro). El efecto de esta estrategia comienza a proteger a la población para valores de $v \in (0.1, 0.15)$. Esta estrategia logra disminuir la incidencia de la enfermedad infecciosa en el sistema de forma significativa. Para algunos de los años, logra erradicar la presencia de la enfermedad de manera definitiva, haciendo que $S_{epi} \approx 0$.

En resumen, la Figura (3) muestra que aunque todas las estrategias logran disminuir la cantidad de individuos infectados en el estado asintótico, la más efectiva es la estrategia que se dirige a los individuos con mayores conexiones en la población. Ahora bien, la efectividad de una estrategia de inmunización no sólo se mide con respecto a cuantos individuos se debe inmunizar para minimizar el número de individuos infectados en el sistema, sino también por la cantidad de individuos que son "protegidos" de manera indirecta, como consecuencia de la inmunización de v individuos. A este efecto se le conoce como inmunidad de manada (*herd immunity*), el cual considera cuantos individuos no fueron infectados en la población mientras transcurría la enfermedad. Para observar este efecto en las poblaciones consideradas, la Figura (3) muestra la fracción

de individuos que permanecieron susceptibles (S_{sus}) hasta que la enfermedad desapareció del sistema, en función de la fracción de individuos inmunizados v para las poblaciones estudiantiles en los años **1985** y **2005**.

Para las poblaciones que se muestran en la Figura (4), las tres estrategias de inmunización confieren inmunidad de manada o indirecta a una fracción importante de la población. Sin embargo, la estrategia de inmunización dirigida a los individuos más conectados alcanza un valor máximo en ambas poblaciones para $v \in (0.15, 0.2)$. Estos valores de v corresponden a aquellos donde S_{epi} alcanza un valor mínimo, como se muestra en la Figura (3). Para valores de $v > 0.20$ S_{epi} permanece constante, mientras que S_{sus} decrece, debido a que cada vez más individuos son inmunizados. Para ver este efecto en todas las poblaciones consideradas, la Figura (4.a) y (4.b) muestran el comportamiento de S_{sus} en el plano (t, v) .

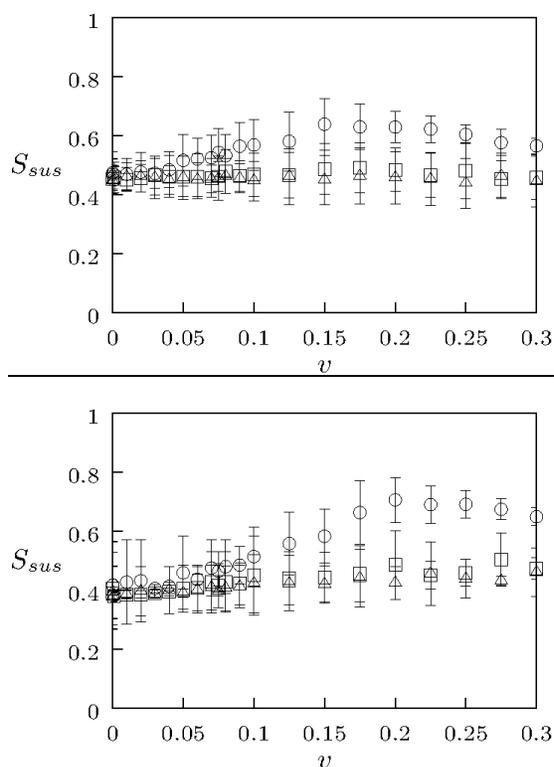


Fig. 4: Fracción de individuos susceptibles (S_{sus}) en el estado asintótico en función de v para los años **1985** (arriba) y **2005** (abajo), para las diferentes estrategias de inmunización. Individuo más conectado (círculos), vecino aleatorio (cuadrados) y aleatorio (triángulos).

La Figura (4) muestra que el efecto de inmunización indirecta sobre el sistema, introducido por las estrategias aleatorias y vecino aleatorio (arriba y abajo, respectivamente), es cualitativamente similar. Ambas muestran ser prácticamente independientes de v para todas las poblaciones consideradas. Para ambas estrategias, la

inmunización indirecta alcanza aproximadamente un valor máximo del **50%** de la población.

Por lo tanto, se puede observar que en definitiva la mejor estrategia para proteger las poblaciones consideradas es la de inmunizar a los individuos más conectados de la población. En la mayoría de los casos, conocer al o los individuos más conectados de una población resulta imposible; sin embargo, en el caso de los estudiantes de la Facultad de Ingeniería, de la Universidad de Los Andes, una búsqueda en la base de datos que posee la OREFI, puede ubicar a los estudiantes que son más propensos a ser infectados, para poder inmunizarlos y poder alcanzar un grado de erradicación de una enfermedad significativo. Esta estrategia es una alternativa viable ante la estrategia más común que adoptan las instituciones académicas, cerrar los recintos académicos.

4 Conclusiones

El modelado matemático de epidemias ha ido evolucionando a través de los años con la finalidad de acercarse cada vez más a las complejidades presentes en los sistemas reales. En este estudio fue posible simular el comportamiento de una enfermedad infecciosa en la población de estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Los Andes aplicando la epidemiología en redes de contacto, de igual forma fue posible observar su respuesta ante distintas estrategias de inmunización aplicadas.

Se pudo observar que a medida que se pasan los años, y como consecuencia, aumenta el número de estudiantes, es necesario proponer alternativas a la manera en como los estudiantes son asignados a los salones de clases, para evitar el hacinamiento en los mismo y poder disminuir la vulnerabilidad epidemiológica en la población estudiantil, que ha ido aumentando en el tiempo.

Además, se puede observar que existen maneras más efectivas de evitar la propagación de una enfermedad en la población estudiantil. El presente estudio muestra que, ya que es posible conocer a los individuos de la población con mayores conexiones, la posibilidad de implementar la estrategia de inmunización a los individuos más conectados es plausible. Aunque el modelo presentado en este trabajo supone diversas simplificaciones en las interacciones de los estudiantes, sería importante poder estudiar su posible implementación y estudio en la población de los estudiantes, a través de campañas de inmunización.

Posibles extensiones a ser consideradas, toman en cuenta el efecto de estrategias de inmunización basadas en las secciones en vez de hacerlo a nivel individual, considerando el inmunizar a las v secciones más grandes de la facultad y estudiar el efecto sobre la cantidad de individuos infectados en la población.

Referencias

Anderson RM, May RM, 1992, Infectious Diseases of Humans: Dynamics and Control, Oxford University Press.

Barrat A, Barthélemy M, Vespignani A, 2008, Dynamical Processes on Complex Networks Cambridge University Press, Cambridge, UK.

Newman MEJ, 2010, Networks: An Introduction: Oxford University Press, Oxford.

Meyers LA, 2007, Contact network epidemiology: Bond percolation applied to infectious disease prediction and control. Bulletin of the American Mathematical Society 44: 63-86.

Gutierrez I, Herrera JL, 2015, Caracterización y análisis de la red de interacción de los estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Los Andes. Revista Ciencia e Ingeniería 36(3).

Barabási AL, Albert R, 1999, Emergence of scaling in random networks, Science 286 509.

Cohen R, Havlin S, ben-Avraham D, 2003, Efficient immunization strategies for computer network and populations, Physical Review Letters 91, 247901.

Meyers LA, Pourbohloul B, Newman MEJ, Skowronski D, Brunham RC, 2005, Network theory and SARS: predicting outbreak diversity, Journal of Theoretical Biology 232, 71-81.

Meyers LA, Newman MEJ, Pourbohloul B, 2006, Predicting epidemics on directed contact networks, Journal of Theoretical Biology 240, 400-418.

Newman MEJ, 2002, Spread of epidemic disease on networks, Physical Review E 66.

Meyers LA, Newman MEJ, Martin M, Schrag S, 2003, Applying network theory to epidemics: Control measures for mycoplasma pneumoniae outbreaks, Emerging Infectious Diseases 9, 204.

Pourbohloul B, Meyers LA, Skowronski DM, Kraiden M, Patrick DM, Brunham RC, 2005, Modeling control strategies of respiratory pathogens, Emerg. Infect. Dis. 11, 1249-1256.

Sander LM, Warren CP, Sokolov IM, Simon C, Koopman J, 2002, Percolation on heterogeneous networks as a model for epidemics, Mathematical Bioscience 180, 293-305.

Pastor-Satorras R, Vespignani A, 2001, Epidemic spreading in scale-free networks, Phys. Rev. Lett. 86, 3200.

Feld SL, May RM, 1991, Why Your Friends Have More Friends Than You Do, The American Journal of Sociology, Vol. 96, No. 6, pp. 1464-1477.

Newman MEJ, 2003, Ego-centered networks and the ripple effect, Social Networks 25, 83-95.

Huai Y, Xiang N, Zhou L, Feng L, Peng Z, Chapman RS, 2008, Incubation period for human cases of avian influenza A (H5N1) infection, China, Emerging Infectious Diseases • www.cdc.gov/eid • Vol. 14, No. 11.

De Serres G, Rouleau I, Hamelin M-E, Quach C, Skowronski D, Flamand L, 2010, Contagious period for pandemic (H1N1) 2009, Emerging Infectious Diseases •

www.cdc.gov/eid • Vol. 16, No. 5.

Recibido: 01 de junio de 2016

Aceptado: 14 de noviembre de 2016

Rodríguez Armando: MSc en Matemáticas, es profesor Asistente del Departamento de Cálculo de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de los Andes.

Ramírez Francys: Ingeniero de Sistemas. Ramírez es egresada de la Facultad de Ingeniería en la Universidad de Los Andes. Se especializó en el área de Investigación de Operaciones. Realizó su tesis de grado en el modelo de la propagación de enfermedades en poblaciones reales.

Parra Rafael: Dr. en Matemáticas, es profesor Asociado del Departamento de Cálculo en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de los Andes. Correo electrónico: rafaelparra@ula.ve

Herrera José: Dr. En Física Fundamental desde 2012, es profesor agregado, afiliado al Departamento de Cálculo en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Los Andes. Herrera trabaja en modelos y simulaciones que permiten obtener un mejor entendimiento en problemas de formación de opinión, propagación de enfermedades, redes complejas y análisis de series de tiempo. También hace investigación en el Department of integrative Biology, University of Texas at Austin, Texas-USA Correo electrónico: jherrera@ula.ve

