LAS INTERPRETACIONES DEL SIMBOLO “X” EN LOS POLINOMIOS

ROY QUINTERO*
rquinter@cantv.net
DEYSE RUIZ*
costan@cantv.net|
RUPERTO TERÁN*
Universidad de Los Andes
Núcleo Universitario “Rafael Rangel”
Trujillo, Edo. Trujillo.
Venezuela.

Fecha de recepción: 16 de marzo de 2005
Fecha de aceptación: 30 de mayo de 2005

Resumen

Este artículo contiene el análisis de los hallazgos de una investigación que tuvo como propósito indagar acerca de la interpretación que tanto profesores como estudiantes atribuyen al símbolo “X”, el cual es utilizado en los ambientes escolarizados para representar los conceptos “Variable”, “Indeterminada” e “Incógnita” dentro del tema de polinomios de octavo grado de Educación Básica. El mismo símbolo representa objetos matemáticos diferentes, esto es, “X” es usada para representar la indeterminada en la “Definición de Polinomio”; la incógnita, en una “Ecuación Polinómica”, y la variable, en una “Función Polinómica”. Para lograr dicho propósito, el abordaje metodológico se realizó desde el enfoque de la etnografía.

Palabras clave: símbolo “X”, variable, indeterminada, incógnita, interpretación.

Abstract

INTERPRETATIONS OF THE “X” SYMBOL IN POLYNOMIALS

This article has the analysis of research results that set out to investigate the many interpretations that both professors and students give the symbol “X”, which is used in scholarly environments to represent the concepts of “Variable”, “Indeterminate” and “Unknown” within the polynomial unit in eight grade of primary education. The same symbol represents different mathematical objects, that is, “X” is used to represent the indeterminate in the “Polynomial Definition”; the unknown in a “Polynomial Equation” and the variable in a “Polynomic Function”. To achieve this, the methodological approach used was ethnography.

Key words: *“X” symbol, variable, indeterminate, unknown, interpretation.*

EDUCERE • Investigación arbitrada • ISSN: 1316 - 4910 • Año 10, Nº 33 • abril - mayo - junio 2006 • 315 - 326

La investigación parte de la importancia que tiene el aprendizaje conceptual dentro de la educación científica, específicamente en la educación matemática. La enseñanza y el aprendizaje de los conceptos suele tropezar con ciertos obstáculos, entre ellos, la presencia de nociones ambiguas que impiden al estudiante construir conceptos cónsonos con los utilizados por las disciplinas científicas. En el caso de la matemática como disciplina escolar, algunos conceptos no proceden del contexto cotidiano del estudiante, gran parte de ellos deriva de un largo proceso de abstracción elaborado por los matemáticos dentro de su disciplina, por lo que su enseñanza requiere de acciones didácticas sistemáticamente planificadas.

El desarrollo del pensamiento matemático requiere, por un lado, de la aprehensión de los objetos matemáticos mediante una comprensión conceptual y, por otro, entender que las representaciones semióticas (las que representan al objeto) posibilitan una actividad sobre los objetos matemáticos (Duval, 1993). Esos objetos son representados mediante símbolos o signos, los cuales son representaciones semióticas del mismo, por lo tanto, es importante establecer diferencias entre un objeto y su representación, esto es un punto estratégico para la comprensión de la matemática.

En algunos casos, un mismo símbolo matemático puede hacer referencia a varios conceptos matemáticos similares o relacionados entre sí, por tanto, tienen una función comunicativa e instrumental diferente según sea el objeto matemático al que se refiere. Esto es particularmente notorio en el contenido de Polinomios que aparece en el programa de matemática de octavo grado de Educación Básica. En este grado, el estudiante comienza a trabajar con los "Polinomios", "Función polinómica" y "Ecuación polinómica", en consecuencia debe tropezar necesariamente con el "cotidiano y misterioso" símbolo "X" (Quintero, 1998). Según Quintero este símbolo es usado en los ambientes escolares de tres formas diferentes, sin que se advierta sobre los significados que se atribuyen al mismo con relación a las nociones o conceptos matemáticos que intenta representar. En esta forma, el símbolo "X" dentro del tema de los polinomios sirve para representar:

- La "Indeterminada", cuando es utilizado para definir los polinomios con coeficientes enteros, racionales, reales o complejos, así los polinomios tienen una estructura algebraica muy similar a la estructura del conjunto Z de los números enteros.
- La "Variable", cuando se trata de una "Función polinómica", como la siguiente:
  F (X) = 3X + 5, en donde el lado derecho tiene la forma de un polinomio.
- La "Incógnita" cuando se trata de "Ecuaciones polinómicas o Raíz de un polinomio", tales como: $6X + 4 = 0$, donde X es el número $- 2/3$.

En la enseñanza de los polinomios se requiere prestar atención a este símbolo y a los objetos matemáticos representados en él, esto es, determinar cuándo el símbolo está representando la "Indeterminada", la "Variable" o la "Incógnita" dentro de un enunciado matemático.

En el análisis de sus usos e interpretaciones en los contextos escolares, es importante considerar la vida cognitiva del estudiante de octavo grado de Educación Básica, en cuanto a su evolución cognitiva-conceptual. El estudiante de este grado, por lo general es un preadolescente o adolescente, cuya edad oscila entre los trece y catorce años de edad y si hacemos referencia a la teoría de Piaget (1981) en cuanto a las etapas de desarrollo, diríamos que éste se encuentra iniciando la etapa de las operaciones formales. Estas operaciones formales se alcanzan a partir de la adolescencia y constituyen un sistema de pensamiento sin el cual no sería posible la comprensión del discurso científico, por lo que resulta importante para comprender el tipo de progreso psicológico que debe realizar el estudiante para acceder al conocimiento científico (Pozo, 1997).

En contraste con la etapa de las operaciones concretas, las operaciones formales transcienden lo real para plantearse lo posible, en esta forma las operaciones formales no trabajan con objetos del mundo real sino con dimensiones y variables posibles. En consecuencia, las operaciones formales están fundamentadas en representaciones más que en los objetos mismos, por tanto, deberán apoyarse en un código o formato de representaciones o lenguaje distinto del pensamiento concreto. Otra característica funcional que se le atribuye al pensamiento formal es su naturaleza hipotético-deductiva, en la que se admite la búsqueda de explicaciones de los hechos más allá de la realidad y además permite someterlas a comprobación o validación sistemática.

Además, el estudiante de octavo grado posee algunas ideas previas en relación con el símbolo "X". En grados anteriores (sexto y séptimo) y en contenidos programáticos previos al tema de los Polinomios, posiblemente ha resuelto ecuaciones de primer y segundo grado, en que el símbolo ha sido utilizado para representar la "Incógnita" de una ecuación y también ha sido tratado como "Variable", cuando se ha trabajado con el concepto de Función lineal en séptimo grado. En cuanto al concepto de "Indeterminada", se presume que éste no es utilizado en este nivel de escolaridad debido al alto nivel de abstracción que implica dentro de la definición de polinomios (Quintero, 1998).

Tomando como referencia lo anterior, se partió de la pregunta: ¿Cómo interpretan estudiantes y profesores el símbolo "X", el cual es utilizado para representar los conceptos de Indeterminada, Variable e Incógnita, dentro del tema Polinomios del programa de matemática de octavo grado de Educación Básica? Como preguntas auxiliares surgieron las siguientes: ¿Cómo se conciben los conceptos de Indeterminada, Incógnita y Variable? ¿Cómo se articulan estos conceptos? ¿Qué funciones cumplen estos conceptos dentro de una expresión matemática determinada y si el estudiante puede reconocer el significado de este símbolo "X" en cada expresión cuando realiza operaciones relacionadas con el tema de los polinomios? En la interpretación de las respuestas a estas interrogantes se consideraron algunos principios epistemológicos en torno a la matemática, así como también algunos aportes de la "Teoría de la interpretación" de Ricoeur (1998) referidos a las concepciones que se tienen sobre la "interpretación" y la "comprensión" como procesos cognitivos y lingüísticos.

1. Algunos principios epistemológicos de la Matemática

El problema de la comprensión está relacionado con cómo se concibe el conocimiento matemático. Asumiendo que los términos y expresiones matemáticas denotan entidades abstractas se hace necesario explicar qué se entiende por comprender un objeto matemático, cómo está estructurado, qué formas posibles de comprensión existen para cada concepto en particular, qué aspectos o componentes de esos conceptos son posibles y deseables que aprendan los estudiantes en un momento y circunstancias dadas. En este esfuerzo explicativo, se partirá de algunas hipótesis cognitivas y epistemológicas acerca de la matemática propuestas por Godino (2000), éstas se refieren a que:

- La matemática es una actividad humana que implica la solución de situaciones problemáticas. En la búsqueda de soluciones emergen y evolucionan objetos matemáticos.
- La matemática es un lenguaje simbólico en el que se expresan situaciones problemas y las soluciones encontradas. En consecuencia, los símbolos matemáticos tienen una función comunicativa e instrumental.
- La matemática es un sistema conceptual lógicamente organizado. Por tanto, cuando un objeto matemático ha sido aceptado como parte del sistema puede considerarse como realidad textual y un componente de la estructura global que puede ser manipulado como un todo para crear nuevos objetos matemáticos.

La matemática, vista como actividad humana genera objetos matemáticos que son representados semióticamente por signos y símbolos, éstos tienen como función posibilitar diversas manipulaciones operatorias e instrumentales dentro del campo matemático y también al ser creados o producidos en el seno de una comunidad científica, pueden ser considerados como objetos socio-epistémicos, cuyos significados son compartidos. Por lo tanto, sería importante preguntar: ¿Cómo concibe la comunidad matemática los conceptos de Indeterminada, Variable e Incógnita y cómo son concebidos por los profesores, el currículo, los textos y el aparato escolar en general?

El conocimiento científico es intrínsecamente un producto de acciones individuales y grupales dentro de una comunidad científica que comparte sistemas de valores cognitivos, éticos y culturales. En consecuencia, la matemática como ciencia no puede ser entendida sin referencia a la naturaleza especial de la comunidad científica que la construye.

Las actuaciones dentro de esa comunidad científica están mediadas por los instrumentos semióticos que la cultura aporta y por las capacidades de razonamiento lógico-deductivo de los involucrados en tales actuaciones. Así, la comunidad científica matemática, también comparte un lenguaje simbólico, con el que es posible crear, manipular y comunicar situaciones problemáticas y sus soluciones, por ello los símbolos matemáticos tienen una función instrumental y comunicativa.

Además, cuando se asume que la matemática es un sistema conceptual lógicamente organizado, ello implica que algunos conceptos necesitaron años de esfuerzos para su desarrollo dentro de esa ciencia. Esos conceptos configuran una red en la que unos derivan del contexto cotidiano y otros fueron generados a partir de un proceso de abstracción sucesivo realizado por los matemáticos y su ciencia. Por tanto, parte del poder de la matemática como ciencia estriba en su abstracción y generalidad, lograda por generaciones sucesivas de matemáticos que han abstraído o generalizado desde conceptos anteriores.

En consecuencia, algunos conceptos matemáticos no pueden aprenderse directamente del entorno cotidiano, sino a través del proceso de abstracción elaborado por los matemáticos y su ciencia (Skemp, 1999). En este sentido, el aprendizaje conceptual ha de ocupar un papel central dentro de la educación matemática. Igualmente, se estimó importante considerar algunos aspectos del proceso interpretativo desde el enfoque de la "Teoría de la interpretación", los cuales aparecen a continuación.

2. La interpretación: entre la explicación y la comprensión

Considerando que la pregunta principal de la investigación hace alusión a la interpretación de los conceptos en estudio, resultó conveniente incluir algunos conceptos aportados por la "Teoría de la interpretación" de Ricoeur (1998), referentes a los conceptos de: Explicación, Comprensión e Interpretación. Este autor sostiene que la hermenéutica es interpretación orientada hacia el texto y debido a que los textos son, entre otras cosas, instancias del lenguaje escrito, es posible enfrentar el problema de la lectura y la escritura. En la lectura y la escritura, la interpretación ha de ser analizada en el marco de una dialéctica entre la explicación y la comprensión, éstas a su vez son entendidas como fases de un solo proceso, de manera que la interpretación no es un tercer término sino un caso particular de la comprensión. La polaridad entre explicación y comprensión no debe ser tratada como dualidad, sino como una dialéctica compleja y sumamente mediatizada, por lo que el término "interpretación" puede ser aplicado al proceso completo que engloba la explicación y la comprensión.

Esta dialéctica es enfocada, primero como un paso de la comprensión a la explicación y luego como un paso de la explicación a la comprensión. La primera fase del proceso, esto es, el tránsito de la comprensión a la explicación, supone el hacer conjeturas acerca de lo leído o escuchado y será (en un primer momento) una captación ingenua del sentido del texto en su totalidad. Por ello, cuando el estudiante revisa en su cuaderno de apuntes algún tópico matemático deberá enfrentarse a un discurso escrito que intentará comprender para luego explicar; en esta tarea habrá de revisar en su totalidad el texto mediante el proceso de lectura. En las primeras revisiones tendrá que hacer conjeturas porque las intenciones del autor del texto (fuente bibliográfica y/o docente) pueden estar más allá de su alcance, ese texto está "mudo", no obstante debe validar esas conjeturas mediante un proceso de argumentación que tiene como eje central los aspectos gramaticales del discurso matemático y que se materializa mediante la explicación. En la explicación se despliega una amplia gama de proposiciones para describir, relacionar hechos, acontecimientos, leyes y teorías, haciendo uso de procedimientos hipotético-deductivos, mientras que en la comprensión, entendemos o captamos como una totalidad la cadena de sentidos parciales en acto de síntesis.

En la segunda fase, esto es, de la explicación a la comprensión, ésta se hará de un modo más complejo al estar apoyada por procedimientos explicativos, por ello la comprensión ha de satisfacer el concepto de apropiación. Apropiarse implica hacer propio lo que era extraño, para ello, el lector-interpretante debe superar el distanciamiento espacio-temporal y/o cognitivo que lo separa del emisor del discurso, es un rasgo dialéctico, es una lucha entre la otredad que transforma toda distancia espacial y temporal en una separación cultural y lo propio, así el entendimiento se extiende hacia la autocomprensión. El distanciamiento no es un fenómeno cuantitativo; supone una necesidad, un interés y un esfuerzo para superar la separación cultural. En consecuencia, la lectura y escritura tienen lugar en esta lucha cultural, mediante la lectura el sentido del texto es "rescatado" de la separación y colocado en una nueva proximidad. Proximidad que suprime y preserva la distancia cultural e incluye la otraedad dentro de lo propio. Por tanto, comprender no es meramente repetir el acontecimiento del habla o la escritura, es hacer productivos la distancia y la apropiación mediante la explicación. Así la explicación aparecerá como la mediación entre dos estadios de la comprensión: la comprensión como conjetura y la comprensión como apropiación.

3. Criterios metodológicos

Tomando en consideración el propósito del estudio se asumió el enfoque de la investigación etnográfica. La etnografía como construcción teórico-metodológica permite dar cuenta del lenguaje, de los significados e interpretaciones que los sujetos atribuyen a ciertos aspectos surgidos en el marco de sus interacciones sociales. En este sentido, los procesos objeto de interés en este trabajo trascendían la posibilidad de aplicar procedimientos estadísticos o indagar relaciones de tipo "causa-efecto", pues se trata de describir y analizar las interpretaciones que los estudiantes y profesores asignan al símbolo "X" cuando es utilizado para representar los conceptos de Indeterminada, Variable e Incógnita dentro del tema de los Polinomios en Matemática de octavo grado de Educación Básica.

Por consiguiente, se hizo necesario una participación intensa del investigador en el medio social en que realiza la observación con el objeto de describir, explicar e interpretar una cultura en particular. En razón de ello, el trabajo de campo estuvo centrado en describir los eventos escolares en su ambiente natural. En esta forma, las clases de matemática referidas a estos conceptos fueron descritas y luego analizadas a objeto de descubrir ciertos patrones generales que permitieron dar una explicación e interpretación de los eventos.

La investigación tuvo como escenario un aula de octavo grado de Educación Básica del municipio Trujillo del estado Trujillo. Esta aula de clase estuvo conformada por 38 estudiantes y la asignatura es dictada por una profesora con título de licenciada en Educación, mención Matemática, egresada del Núcleo Universitario “Rafael Rangel” de la Universidad de Los Andes.

3.1. Técnicas e instrumentos utilizados en la recolección de información.

Entre éstos se utilizaron: la observación participativa, el diario de campo o notas de campo y dos cuestionarios. En cuanto a la observación participativa, la misma se realizó los días lunes y jueves de cada semana durante el segundo período lectivo del año escolar 2003-2004, entre los meses de enero, febrero y marzo y la misma comprendió el desarrollo del tema de los polinomios. Durante la observación, uno de los investigadores actúo como “pasante”, es decir, en este escenario, éste desarrolló posteriormente sus prácticas docentes, por lo que la observación constituyó la primera fase de su actuación docente. Esta posición le permitió acceder al escenario en forma progresiva para lograr incrementar la confianza y empatía con el grupo social, también se requirió establecer ciertos acuerdos con la institución y con la profesora. El diario de campo fue el instrumento privilegiado para registrar las actividades generadas por la observación participante, allí se anotaron todos los eventos observados, descripciones e impresiones. Este diario comprendió básicamente los contenidos tratados durante las clases, descripciones sobre las personas observadas, situaciones y lugares, a partir del cual se hicieron los análisis correspondientes y pertinentes para la comprensión de las situaciones descritas. Se tomaron notas durante o después de observar las clases y también después de entrevistas o encuentros ocasionales con los sujetos (alumnos y profesores).

Referente a los cuestionarios, éstos estuvieron dirigidos a profesores y estudiantes, constaron de preguntas abiertas y cerradas. Tenían como finalidad determinar en forma detallada los significados que tanto la profesora como los estudiantes atribuyen a los conceptos en estudio. Se acudió a estos instrumentos debido a la naturaleza del contenido matemático, pues en la matemática escolar una forma de aproximarse al análisis de los contenidos programáticos lo constituye la revisión de las formas escritas del discurso matemático. El cuestionario dirigido a los estudiantes fue respondido por treinta de ellos; el mismo estuvo conformado por nueve planteamientos y en cada uno se sugería justificar la respuesta emitida, fue aplicado en el ambiente de la clase y se ofrecieron las orientaciones correspondientes. Las opiniones emitidas por los estudiantes en cuanto a la justificación de las alternativas seleccionadas fueron categorizadas, a fin de facilitar su análisis. El cuestionario dirigido a los profesores tenía como finalidad obtener una visión más amplia acerca de los significados que se confieren a los conceptos en estudio en el contexto escolar. El cuestionario fue respondido por cinco docentes, entre los cuales se incluye a la profesora responsable de la cátedra, un profesor que labora en la misma institución y tres profesores universitarios. El mismo incluyó ocho planteamientos y en cada uno se solicitó justificar la respuesta emitida. Lo escrito en la justificación de cada respuesta fue trascripto textualmente. La finalidad de presentar las respuestas agrupadas según la selección de alternativas no persigue hacer inferencias sino mostrar la pluralidad de interpretaciones atribuidas a los conceptos en estudio. Estos instrumentos fueron validados mediante la revisión de tres profesores del Núcleo Universitario “Rafael Rangel”, quienes hicieron correcciones de forma y contenido, las cuales fueron incorporadas a la versión final.

Igualmente se efectuaron varias entrevistas, las cuales tuvieron una doble finalidad, una de ellas fue la de complementar las notas de campo, y la otra fue la de permitir conocer los puntos de vista de los “Otros” (profesora, profesores y estudiantes). Estas entrevistas estuvieron dirigidas a la profesora del curso, a otros profesores de la misma institución y a profesores universitarios. En cuanto a los estudiantes se intentó conversar en forma espontánea cuidando aspectos como empatía y afectividad.

En cuanto a los “textos nativos”, entendidos éstos, como los escritos producidos en el contexto de la investigación, se consideraron los cuadernos de apuntes de los estudiantes. La revisión y análisis de estos textos brindó una visión amplia acerca de los significados que los estudiantes otorgan a los conceptos objeto de estudio. Estos textos permitieron contrastar la mirada del estudiante y la mirada de la profesora. En consecuencia, se hizo necesario fotocopiar algunas partes de ellos con la debida autorización de los estudiantes. Éstos aportaron información para reconstruir la actividad en el aula y establecer un seguimiento en cuanto al desarrollo de los contenidos programáticos. Para tal fin, se analizaron tres cuadernos de donde se extrajeron elementos que sirvieron como evidencia para afianzar las interpretaciones. Igualmente se analizaron extractos de textos escritos en el pizarrón por la profesora y por los estudiantes, lo cual amplió nuestro marco interpretativo.

3.2. Descripción, análisis e interpretación de los datos cualitativos

Antes de proceder al análisis daremos una descripción sobre las rutinas seguidas durante las clases ejecutadas. Cada clase disponía de noventa minutos y conforma, lo que generalmente suele llamarse “módulo de clase”. El ambiente escolar en el que se desarrolló este estudio corresponde al de un aula de clase normal, esto es, el mobiliario escolar consta de sillas y pequeñas mesas de forma rectangular alineados con vista frontal hacia el pizarrón y al escritorio de la profesora.

Las secuencias de las clases estaban preestablecidas por la profesora de acuerdo al plan de lapso, el cual señalaba los contenidos a tratar en cada una de ellas. En la ejecución de las mismas, se observó que antes de entrar al salón, los estudiantes debían hacer filas. Al pasar al salón, éstos debían aguardar de pie a la profesora, quien los saludaba, luego tomaban sus asientos. La profesora revisaba sus cuadernos de controles y después enunciaba el contenido a tratar, seguidamente se levantaba y se colocaba al lado del pizarrón donde procedía a escribir el contenido con su correspondiente número de objetivo y número de clase dada. Inmediatamente, la profesora procedía a desarrollar el contenido y para asegurar la correcta secuencia del tema iba formulando preguntas a los estudiantes. Por lo general, los estudiantes respondían a ellas en forma colectiva y de manera breve. En algunas oportunidades, la profesora dirigía la pregunta a un estudiante en particular, el cual la respondía y la rutina continuaba. Posteriormente acudía a ilustrar el contenido mediante la formulación de ejemplos y ejercicios, algunos de éstos eran desarrollados en la misma sesión y otros quedaban asignados como tarea para la clase posterior.

La actividad predominante de la docente fue la de exponer los contenidos y registrar en el pizarrón el desarrollo de los mismos, mientras que la de los estudiantes estuvo centrada en la trascripción de lo escrito en el pizarrón al cuaderno de apuntes. Se apreció un constante dominio de la profesora por mantener el control de la clase, el mismo fue más estricto en las sesiones destinadas a la evaluación, pues el silencio debió acompañar el trabajo individual de responder a una prueba. Esta prueba, generalmente constaba de cuatro o cinco ejercicios semejantes a los tratados en las clases y debían ser desarrollados en una hoja independiente del cuaderno de apuntes, la cual era entregada al final de la sesión.

Durante algunas clases, los estudiantes eran llamados al pizarrón a resolver ejercicios propuestos por la profesora, éstos eran desarrollados con su ayuda y bajo una mirada atenta. La clase era clausurada mediante la asignación de ejercicios, cuya resolución debía ser presentada en la clase siguiente. Debido a esta rutina, en el cuaderno de apuntes se observan abundantes ejercicios resueltos que fueron trascriptos del pizarrón, en ellos es poco frecuente encontrar alguna actividad o ejercicio desarrollado por el estudiante en forma independiente, esto se evidencia por la ausencia de borrones, tachaduras o elaboración de operaciones realizadas en la periferia de la hoja. La secuencia de contenidos seguida durante las clases puede apreciarse en forma nítida desde el cuaderno de apuntes. Por esta razón se procuró acudir a este texto con mucha frecuencia para explicar y comprender los conceptos objeto de interés para esta investigación.

3.3. Análisis e interpretación de los hallazgos

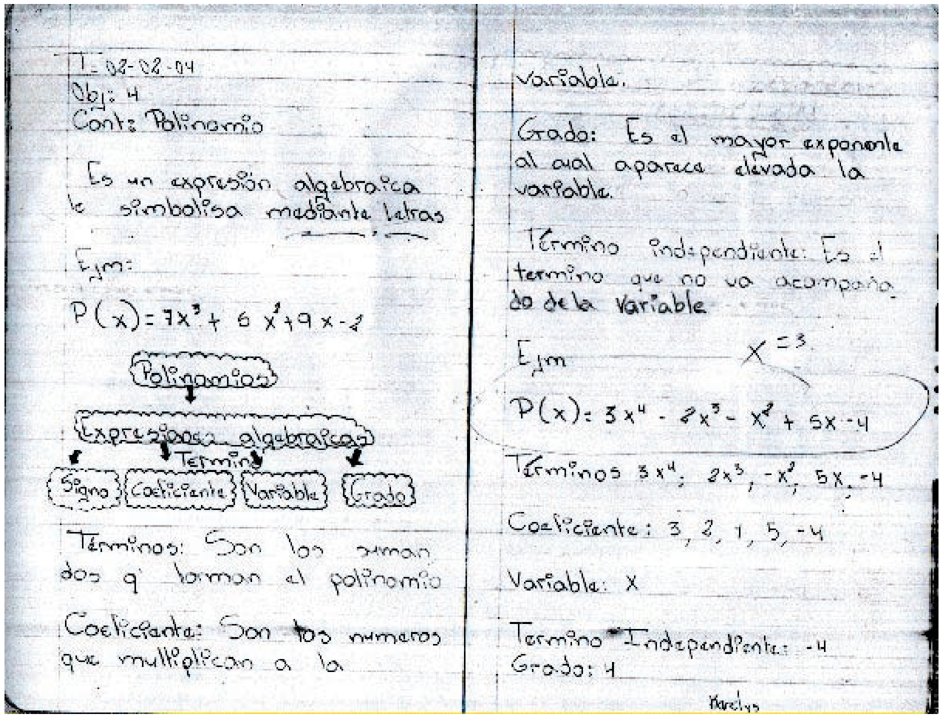
En cuanto, a las interrogantes asumidas como puntos de partida de la investigación, se consideró la primera pregunta, la cual hace referencia a cómo interpretan estudiantes y profesores el símbolo "X", el cual es utilizado para representar los conceptos de Indeterminada, Variable e Incógnita, dentro del tema Polinomios del programa de matemática de octavo grado de Educación Básica. Comenzaremos con la descripción de las clases y los cuadernos, mientras que el análisis de las respuestas emitidas en los cuestionarios por parte de los estudiantes y docentes serán tratados en un apartado posterior.

4. El análisis de las clases y los cuadernos de apuntes

Referente al concepto de "Indeterminada" dentro del tema de polinomios (definición de polinomio) afirmamos que el concepto no fue reportado en ninguna de las clases observadas y por ende no aparece registrado en los cuadernos. El mismo no se incluye en los contenidos matemáticos sobre polinomios en el de octavo grado de Educación Básica. Tales consideraciones afirman la presunción de Quintero (1998), en cuanto a la ausencia de este concepto en los contenidos programáticos de este nivel de escolaridad, debido al nivel de abstracción que implica el mismo. Así, el concepto de "Indeterminada" queda reservado como un objeto matemático de abstracción considerable que abarca en cierto sentido los conceptos de "variable e incógnita".

En cuanto al concepto de "Incógnita" asociado al contenido programático de Ecuación polinómica o Raíz de un polinomio, éste tampoco fue reportado en las clases registradas, pues aunque el contenido estaba anunciado en el plan de lapso presentado por la docente no fue desarrollado durante las clases destinadas a tal contenido. En el plan de lapso aparece como un contenido procedimental enunciado de la siguiente manera: "Establecer que los números racionales que anulan a una función polinómica se llaman ceros de la función o raíz del polinomio". Este contenido aparece en correspondencia con el contenido conceptual "Valor numérico de un polinomio". Durante las clases sólo fue desarrollado el contenido procedimental referido a "Calcular el valor numérico de un polinomio". Por tanto, en el transcurso de la observación realizada en las clases, el concepto de "Incógnita" no fue tratado, así lo evidencian las clases registradas y los apuntes del cuaderno de matemática de los estudiantes considerados como informantes clave.

En relación al término "Variable", éste fue registrado con mayor frecuencia que los términos anteriores, para analizar su uso en este contexto escolar debemos partir de la definición de polinomio, debido a que cuando se introduce el tema de los polinomios, surge por primera vez este término, en forma explícita en el contexto de la clase.


I: 08-02-04
Obj: 4
Cont: Polinomio
Es un expresión algebraica le simbolisa mediante letras
Ejm:
$P(x) = 7x^3 + 6x^2 + 9x - 2$
Polinomios
Expresiones algebraicas
Término
Signo | Coeficiente | Variable | Grado
Términos: Son los suman dos q' forman el polinomio
Coeficiente: Son los numeros que multiplican a la variable.
Grado: Es el mayor exponente al cual aparece elevada la variable.
Término independiente: Es el termino que no va acompañado de la variable
Ejm $X^{=3}$
$P(x): 3x^4 - 2x^3 - x^2 + 5x - 4$
Términos $3x^4$; $2x^3$; $-x^2$; $5x$; -4
Coeficiente: 3, 2, 1, 5, -4
Variable: X
Termino Independiente: -4
Grado: 4
Marelys

Cuando analizamos la clase introductoria del tema Polinomios, del día lunes 2 de febrero del 2004, encontramos que éste queda definido como: "…es una expresión algebraica que se simboliza mediante letras" (Cuaderno de apuntes y clase registrada). En esta definición, los vocablos referidos a "expresión algebraica", no son objeto de atención y por tanto de mención significativa. A partir de lo cual, reflexionamos y nos preguntamos: ¿entienden los estudiantes qué es una expresión algebraica?, ¿quedará definido en forma adecuada el concepto de polinomio? Posteriormente, se recurre a emitir un ejemplo, el cual queda registrado como: $\mathrm{P}(x) = 7x^3 + 5x^2 + 9x - 2$. A partir de él, la profesora seguida por el coro de estudiantes va nombrando los términos que conforman la expresión matemática escrita anteriormente. Paralelamente a la expresión oral, la profesora va escribiendo en el pizarrón cada uno de estos componentes con ayuda de una representación gráfica, que llamaremos esquema. En esta forma, son nombrados e identificados los elementos (signo, coeficiente, variable y grado). Posteriormente, se acude a la ayuda proporcionada por otro ejemplo, el cual queda registrado como: $\mathrm{P}(x) = 3x^4 - 2x^3 - x^2 + 5x - 4$, en donde se identifican como términos a: $3x^4; -2x^3; -x^2;\ 5x;\ -4$. Como coeficientes se escriben los números: 3, -2, -1, 5, -4. Como variable, se escribe: X; como término independiente, se anota el número: -4 y como grado del polinomio se escribe el número 4.

Esta identificación ocurre sin que sea necesario acudir al significado de la palabra "Variable", ella simplemente queda representada con "X". Luego se procede a clasificar las expresiones algebraicas en monomios, binomios y trinomios.

La reproducción de uno de los cuadernos puede ayudarnos a reconstruir con mayor precisión los aspectos resaltantes de esta clase (en el cuaderno se aprecia que el estudiante omitió algunos signos, no obstante en el pizarrón éstos aparecen tal como se describió anteriormente).

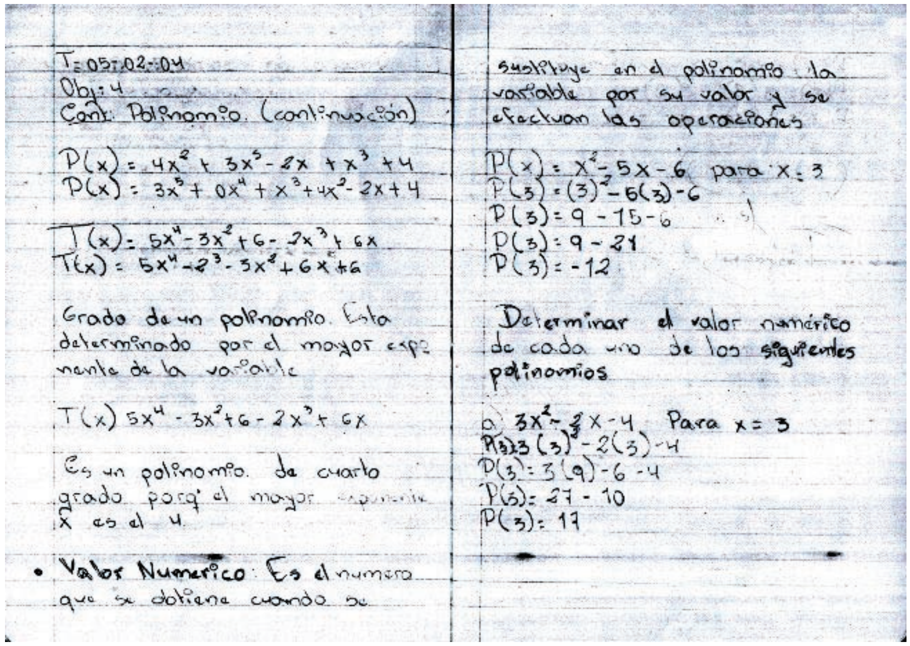
Tomando como referencia lo registrado en estas hojas de cuaderno afirmamos que en la definición de polinomio no median elementos restrictivos a los coeficientes, pues no se define a qué conjunto numérico pertenecen. El conjunto de los coeficientes que conforman la expresión no son definidos (al menos, en forma explícita) dentro de algún sistema numérico, tales como el conjunto de los números enteros Z, el conjunto de los números racionales Q o el conjunto de los números reales R, igual sucede con el conjunto de exponentes asociado a cada término (el exponente ha de ser un número entero no-negativo). Sólo se hace mención al caso mostrado a través del ejemplo. En consecuencia, la definición queda reservada a un caso particular. Desde el punto de vista conceptual diremos que tal definición corresponde a una noción abordada con cierta ambigüedad, pues el conjunto de los coeficientes no queda definido explícitamente dentro de algún conjunto numérico, tal como Z, Q o R.

Cuando se examinan las definiciones dadas a cada uno de los elementos que conforman la expresión algebraica, detectamos que la palabra "Variable" aparece asociada a la definición de coeficiente (Coeficiente: Son los números que multiplican a la variable). Sin embargo, élla apenas es nombrada y representada por el símbolo "X", como es lo usual. No se hace referencia de élla en un apartado especial, tal como sucede con los otros elementos de la expresión algebraica en estudio. Su aparición ocurre en un ambiente que presumimos de cotidiano,

EDUCERE • Investigación arbitrada • ISSN: 1316 - 4910 • Año 10, Nº 33 • abril - mayo - junio 2006 • 315 - 326

tanto para la docente como para los estudiantes, es decir, es mencionada sin hacer referencia a su connotación semántica dentro de la expresión matemática en estudio. Aparece como un accesorio, que quizás no amerite mayor explicación.

Los ejemplos dados por la profesora y que aparecen registrados en el cuaderno, son utilizados como ejercicios para asegurar la correcta identificación de los elementos del polinomio. Aquí no importa saber el ¿qué?, ¿quién? y ¿qué hace?, dentro de una expresión algebraica, llamada polinomio; sólo importa nombrarlo sin que ello, necesariamente implique un reconocimiento, una explicación o alguna reflexión. Este proceso de identificación, mediante la asignación de nombres a cada elemento es logrado con relativo éxito, pues en el cuestionario dirigido a los estudiantes éstos identificaron con cierta facilidad cada elemento (El 54% de los estudiantes respondió que identificaron con facilidad), sin embargo, cuando se les sugirió dar una justificación a su respuesta, se encontraron ciertas contradicciones con respecto al grado de dificultad para nombrar los elementos de un polinomio.


T: 05-02-04
Obj: 4
Cont: Polinomio. (continuación)

$P(x) = 4x^2 + 3x^5 - 2x + x^3 + 4$
$P(x) = 3x^5 + 0x^4 + x^3 + 4x^2 - 2x + 4$

$T(x) = 5x^4 - 3x^2 + 6 - 2x^3 + 6x$
$T(x) = 5x^4 - 2^3 - 3x^2 + 6x + 6$

Grado de un polinomio. Esta determinado por el mayor exponente de la variable

$T(x)\ 5x^4 - 3x^2 + 6 - 2x^3 + 6x$

Es un polinomio de cuarto grado porq' el mayor exponente x es el 4.

• Valor Numerico: Es el numero que se obtiene cuando se sustituye en el polinomio la variable por su valor y se efectuan las operaciones

$P(x) = x^2 - 5x - 6$ para $x = 3$
$P(3) = (3)^2 - 5(3) - 6$
$P(3) = 9 - 15 - 6$
$P(3) = 9 - 21$
$P(3) = -12$

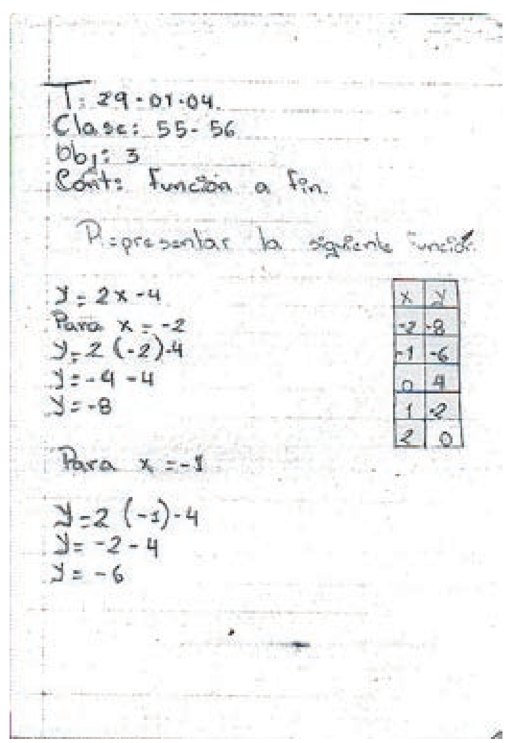
Determinar el valor numérico de cada uno de los siguientes polinomios

a) $3x^2 - 2x - 4$ Para $x = 3$
$P(3)\ 3(3)^2 - 2(3) - 4$
$P(3) = 3(9) - 6 - 4$
$P(3) = 27 - 10$
$P(3) = 17$

La carencia de una conceptualización que pueda ser considerada como apropiada para el objeto matemático llamado “Polinomio” y para el término “Variable” se refleja en los contenidos tratados con posterioridad. En una clase registrada el día jueves 5 de febrero del 2004, el “Valor numérico de un polinomio” queda definido como: “Es el número que se obtiene cuando se sustituye en el polinomio la variable por su valor y se efectúan las operaciones” (notas de campo y cuaderno de apuntes). La imagen visual tomada de un cuaderno de apuntes constituye una valiosa ayuda para nuestra interpretación.

En esta definición se introduce en forma explicita la palabra “Variable”, sin que medie para ello el significado de la misma y el papel que ésta desempeña dentro de las expresiones polinómicas que aparecen posteriormente en la hoja del cuaderno como producto de la trascripción realizada por el estudiante a partir de lo escrito en el pizarrón. Aquí no se explica qué significa “Variable” y por qué puede ser sustituida por un valor representado por el número “tres” (primer ejemplo del cuaderno).

En efecto, aquí la “X” podría ser considerada como una variable, pero al no hacerse referencia a la “Función polinómica”, pierde su connotación y el valor numérico queda definido para un caso muy particular como un simple número, sin ninguna conexión con la Función polinómica y por ende, con el concepto de Variable. Por otra parte, el exceso de ejercicios reportados en el cuaderno demuestra el apresuramiento por pasar a la parte operativa sin advertir la parte conceptual, es decir, relacionar el cálculo del valor numérico de un polinomio con el concepto de Variable y la Función polinómica, aquí sólo importa ejecutar las operaciones sin referencia semántica a los conceptos genéricos involucrados en la operación.


T: 29-01-04
Clase: 55-56
Obj: 3
Cont: Función afín.

R: presentar la siguiente función

$y = 2x - 4$
Para $x = -2$
$y = 2(-2) - 4$
$y = -4 - 4$
$y = -8$

x	y
-2	-8
-1	-6
0	4
1	-2
2	0

Para $x = -1$

$y = 2(-1) - 4$
$y = -2 - 4$
$y = -6$

Esto también se evidencia en contenidos programáticos tratados con anterioridad al tema de los polinomios, particularmente el contenido que hace referencia a la "Función afín". En una clase registrada en el cuaderno de apuntes, del jueves 29 de enero del 2004, se procura representar una función lineal sin hacer referencia a la "Variable". En los ejercicios que aparecen en la hoja de cuaderno mostrada a continuación, se percibe una preocupación por asignar valores dentro de una función lineal y calcular el valor de la función en cada punto o valor asignado, sin que para ello sea necesario definir previamente la función y el conjunto de valores para los cuales la función está definida.

Debido a lo anteriormente descrito presumimos que a lo largo de la escolaridad entre el sexto, séptimo y octavo grado de Educación Básica, el estudiante ha tropezado en varias oportunidades con el símbolo "X" y se le ha transformado en un símbolo cotidiano que no amerita preguntar o preguntarse por él. No obstante, consideramos que transformar "lo cotidiano en extraño" tiene un valor didáctico, pues a partir del conflicto cognitivo podemos introducir preguntas en torno al "extraño símbolo X", con la finalidad de develar sus posibles significados dentro de una expresión matemática determinada.

En las clases posteriores al contenido de "Valor numérico de un polinomio", se describen las operaciones algebraicas con polinomios: adición, sustracción, multiplicación y división con las correspondientes reglas algorítmicas para efectuar los cálculos. En ellas el término "Variable" desaparece como palabra, no obstante queda su representación mediante la cotidiana "X", con la que se efectúan las operaciones algebraicas con polinomios.

De este análisis diremos que la palabra "Variable" aparece escrita explícitamente en dos ocasiones, una para hacer referencia al coeficiente y, la segunda para indicar que la variable debe ser sustituida por un valor determinado y calcular el valor numérico de un polinomio con ese valor asignado a la variable. Las operaciones con los polinomios son desarrolladas manipulando el símbolo "X" sin prestar atención al significado que subyace en dicho símbolo. Al parecer, existe mayor preocupación por desarrollar destrezas operatorias en detrimento de un aprendizaje conceptual. Se ignora que detrás de los símbolos matemáticos subyacen conceptos asociados a los que es necesario prestar mayor atención si lo que deseamos es un aprendizaje significativo.

En consecuencia, consideramos que en la enseñanza de la matemática prevalecen, las acciones didácticas dedicadas a desarrollar cálculos y no a reflexionar sobre los conceptos implicados en tales operaciones. En este sentido, el concepto de Variable y su correspondiente símbolo aparece como periférico durante el desarrollo de los ejercicios.

Con la intención de adecuar los aportes de la lingüística a la comprensión de problemas surgidos en el contexto de la enseñanza y aprendizaje de la matemática afirmaremos lo siguiente:

- Las formas escritas predominan en el proceso de enseñanza y de aprendizaje de la matemática. En los ambientes escolarizados predomina una enseñanza de la matemática basada fundamentalmente en los discursos orales y escritos, el profesor recurre a la escritura para explicar o exponer los tópicos matemáticos, a su vez las actividades desarrolladas por los estudiantes durante la clase están centradas en la escritura bien sea como producto de la copia, dictado o producción de escritos relacionados con la resolución de problemas, la cual puede ejecutarse en el pizarrón o en el cuaderno de apuntes. En relación con la producción o construcción de enunciados bien sean escritos u orales puede considerarse como escasa en este ambiente escolar, pues la mayor parte del tiempo de la clase es dedicado a la reproducción de los enunciados proporcionados por la profesora, mediante una rutina mecanizada. Así, el proceso de apropiación de la que nos habla Ricoeur (1998) dista de ser significativa, en tanto está dirigida en una sola dirección, la de generar destrezas operatorias sin la debida reflexión y explicación acerca de las respuestas.

- Por lo general el profesor de matemática no es un "autor" propiamente dicho del discurso emitido en su clase, en la mayoría de los casos asume el rol de intérprete de un discurso matemático producido en otro contexto que puede estar enmarcado por las fuentes bibliográficas consultadas en la fase de planificación de su clase. Esto guarda relación con el concepto de "transposición didáctica" de Chevallard (1985), el cual se refiere a la adaptación del conocimiento matemático para transformarlo en conocimiento para ser enseñado. Esto también es reafirmado por Senn-Fennel (1995), quien sostiene que el maestro puede considerarse como una especie de intérprete del discurso matemático. Aquí es importante preguntarse: ¿Sí el profesor de matemática ejerce en forma competente su papel de interprete del discurso matemático que intenta enseñar? Las evidencias empíricas tratadas anteriormente apuntan hacia un desconocimiento por parte de la docente, sobre la importancia de desarrollar competencias en el ámbito de la comprensión y explicación de significados en los estudiantes.

- Igualmente el papel de estudiante en tanto intérprete del discurso emitido por el profesor puede hacer las veces de lector u oyente, en consecuencia, debe desarrollar un proceso de interpretación en la producción de nuevos enunciados matemáticos a partir de los dados por el profesor. Por tanto, se hace importante discutir ¿Qué es comprender e interpretar un discurso cuando este es un texto oral y/o escrito? ¿Cuándo podemos afirmar que el estudiante ha interpretado y comprendido los conceptos en estudio? Si hacemos transferencia de lo expuesto por Ricoeur (1998), podemos inferir que estos procesos son logrados con precariedad, pues el estudiante no es inducido a "apropiarse" y su proceso explicativo queda reducido a una reproducción discursiva mediante la repetición de ejercicios. Por otra parte, la mecánica con la cual se desarrollan las interacciones verbales impide la discusión o reflexión en torno a los significados de los conceptos involucrados en un enunciado matemático. Esto se apreció con notoriedad en las respuestas dadas por los estudiantes en el cuestionario, en ellas se observa la ausencia de argumentos que puedan justificar las mismas. Si bien, es cierto que existe una identificación de los elementos de un polinomio, los significados del símbolo "X" en cada enunciado matemático no pudieron ser reconocidos (excepto cuando el símbolo "X" aparece representando la incógnita, porque el mismo no fue tratado explícitamente en las clases descritas) de manera adecuada y menos aún, explicados en términos del lenguaje comunicacional y/o matemático.

5. Del análisis a los cuestionarios dirigidos a los docentes

En el cuestionario dirigido a los profesores, los conceptos que presentaron mayor grado de confusión fueron el de "Indeterminada" y "Variable". Como muestra de ello se incluye el cuarto planteamiento del cuestionario, el cual hacía referencia a lo siguiente: Dada la expresión polinómica:

$$\frac{X^3+2X^2+X}{X+1}=\frac{X\,(X^2+2X+1)}{X+1}=\frac{X\,(X+1)^2}{X+1}=X\,(X+1)=X^2+X$$

Dando un valor arbitrario a X = -1; conseguimos que la expresión del primer miembro es indefinida, mientras que la del último es igual a cero (0). Con base en estos resultados diga cuál o cuáles de las siguientes proposiciones son correctas:

a) Indeterminada y Variable son conceptos iguales
b) Indeterminada y Variable son conceptos diferentes
c) Indeterminada y Variable son conceptos equivalentes
d) Ninguna de las anteriores

Las respuestas emitidas fueron las siguientes:

Dos profesores consideraron que eran conceptos iguales, argumentando que: "La indeterminada son valores no determinados, la variable toma cualquier valor, y la incógnita, lo desconocido, por lo tanto, son conceptos similares". Mientras, que dos profesores sostuvieron que eran conceptos diferentes y en la argumentación de sus respuestas escribieron: "La indeterminada y la variable son conceptos diferentes porque la variable es algo que puede variar y la indeterminada es algo que no está determinado" y "Una variable es una incógnita que puede tomar varios valores y una incógnita sólo ciertos valores específicos, de acuerdo al problema, se denomina indeterminada". El quinto profesor, prefirió no responder al planteamiento en cuestión. En las respuestas se aprecian interpretaciones contradictorias. En los profesores que se inclinaron por la opción "a" (son conceptos iguales), las contradicciones pueden considerarse parciales por el tipo de argumentación escrita, mientras que, en los que seleccionaron la opción "b" (son conceptos diferentes), particularmente lo escrito en la última argumentación, constituye una contradicción entre los tres conceptos en estudio. De las respuestas se deduce que los profesores no se sienten inclinados a establecer relaciones entre el concepto de "Indeterminada" y el de "Variable". Este análisis nos permite argumentar que en torno a estos conceptos, los docentes muestran confusiones y hasta interpretaciones contradictorias.

6. Aproximaciones y consideraciones provisionales

Un estudio de esta naturaleza no tiene como fin generalizar resultados a una población más amplia que la descrita, por tanto, no puede ser conclusivo ni definitivo, al contrario a partir de él se abren perspectivas para continuar investigando. En este sentido, de forma preliminar intentaremos formular algunas afirmaciones provisionales y atrevidas, tomando como centro el escenario escolar descrito.

A manera de ejercicio reflexivo y con la intención de dar algunas ideas en torno a las preguntas planteadas: ¿Qué formas posibles de comprensión existen para cada concepto en particular y qué aspectos deberán tomarse en cuenta en el aprendizaje de los conceptos en estudio?, intentaremos argumentar lo siguiente:

Si admitimos que la aritmética está basada en algoritmos tales como los correspondientes a las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división, también abarca la solución de problemas en los que es posible proceder mediante una serie de cálculos, desde "lo dado" a "lo buscado". Por su parte, el algebra se deriva del uso de la incógnita para expresar cálculos y relaciones en problemas en los que se pueden hallar valores desconocidos mediante la manipulación de símbolos como si fueran aritméticos; y además, posibilita la manipulación de expresiones simbólicas, tales como los polinomios. De igual manera, el algebra procede al estudio de las estructuras matemáticas abstractas. Aparte de ello, desde el ámbito de lo pedagógico, si admitimos que aprender matemática supone desarrollar un pensar matemático y la esencia de ese pensamiento es el reconocimiento, expresión y manipulación de la generalidad, donde la manipulación implica reconocer lo específico y lo general, entonces presumimos que en la enseñanza y aprendizaje de los conceptos asociados al tema de los polinomios, nos encontramos con una tensión: ¿Cómo podemos facilitar el tránsito desde lo especifico a lo general?, ¿Cómo posibilitar el tránsito entre la aritmética y el algebra? Aquí subyace una tensión pedagógica, acercarse a los conceptos de Variable, Incógnita e Indeterminada amerita una adecuada formación conceptual por parte de los profesores.

Desde esta perspectiva y a manera de puntualizar una forma concreta de introducir el tema de los polinomios y los conceptos asociados a ellos desde la aritmética, puede ser la de emplear las representaciones utilizadas en los sistemas numéricos con diversas bases, entre éstos, el sistema de numeración decimal (base 10) que es el habitual y otros como, el sistema de numeración binario. Este recurso puede servir como paso previo para introducir la notación empleada en los polinomios y su relación con los conceptos de "Variable" e "Indeterminada". Una referencia clásica de estas ideas pueden encontrarse en Baldor (1998). Las implicaciones didácticas de su puesta en práctica tendrán que ser objeto de investigación.

Los conceptos en estudio pueden resultar de difícil comprensión para los estudiantes, porque en su enseñanza media una serie de factores que imposibilitan una comprensión amplia y profunda. En el contexto descrito, el concepto de polinomio es introducido de una manera simplista, es decir no es presentado dentro de una red conceptual generadora que permita que el estudiante analice el papel de cada término y su simbología dentro de dicha red. La palabra "Variable" aparece asociada a una definición que carece de significado (coeficiente) dentro de la situación de clase. Por otra parte, en el uso de los ejemplos, los estudiantes y hasta los profesores experimentan grandes dificultades para reconocer los elementos generales y particulares de una expresión matemática.

Las definiciones son introducidas sin apegarse al juego sintáctico que exige el lenguaje matemático. El símbolo no unido a una idea está vacío, carece de significado (Skemp, 1999, p. 74), o como lo sostiene Duval (1993) es el objeto representado lo que importa y no sus diferentes representaciones semióticas posibles. En ocasiones parece olvidarse el concepto que subyace en un símbolo, más cuando ese mismo símbolo se utiliza para representar conceptos diferentes, pero relacionados.

Referente a esto, Skemp (1999) al estudiar los símbolos matemáticos empleó la idea de estructuras superficiales y estructuras profundas. Las superficiales son las formas de los símbolos y éstos se hallan concebidos para transmitir significados que son las estructuras profundas. Una posible fuente de problemas reside en la carencia de entendimiento de las estructuras profundas, esto se relaciona con la formación conceptual. En razón de ello, Orton (1998) recomienda que el símbolo sea introducido como la etapa final de una secuencia de aprendizaje que se desarrolla a partir de la "personificación" concreta del concepto, igualmente, las ideas matemáticas deben secuenciarse y presentarse de modo que se facilite la asimilación con el conocimiento conceptual existente; esto es, relacionarlo con las ideas previas y por último emplear con mucha más frecuencia el lenguaje oral antes de expresar las ideas en un simbolismo abreviado.

Un problema particular dentro de la enseñanza de la matemática reside en que gran parte de los conceptos matemáticos proceden de la abstracción y generalidad, así Skemp (1999, p. 36) afirma que parte de la matemática no puede aprenderse directamente del entorno cotidiano, sino sólo de manera indirecta desde los matemáticos y de la historia de esta ciencia. Ante lo cual postula dos principios básicos en el aprendizaje conceptual de la matemática

El primero establece que los conceptos de un orden más elevado que aquellos que una persona ya tiene, no le pueden ser comunicados mediante una definición, sino solamente preparándola para enfrentarse a una colección adecuada de ejemplos. Puesto que en matemática estos ejemplos son invariablemente otros conceptos, es necesario en principio asegurarse de que éstos se encuentran ya formados en la mente del que aprende.

Cuando el tema de los polinomios es introducido a partir de una definición breve, ésta puede resultar inteligible para el profesor (si ya posee los conceptos a los cuales se refiere), no así para el estudiante. En este aspecto la formación del profesor juega un papel importante, porque éste puede ayudar al estudiante en la elaboración de una definición a partir de ejemplos. Ello requiere que el profesor haga una selección adecuada de ejemplos, pues deben tener en común las propiedades que forman el concepto. Componer una colección de ejemplos requiere una comprensión adecuada del concepto (polinomios, variable, incógnita e indeterminada). Cuando el profesor no está consciente de la problemática generada por un concepto y su correspondiente símbolo, éste pasa desapercibido y se actúa utilizándolo sin reflexionar acerca de él.

El segundo principio hace referencia a la jerarquización de los conceptos. Los conceptos de orden más bajo en cuanto al nivel de abstracción deben estar presentes en la estructura cognitiva del aprendiz, lo cual conduce a reflexionar sobre toda la red conceptual implicada en un concepto en particular, como en el caso de los polinomios. Al introducir un nuevo concepto debemos encontrar los conceptos relacionados al mismo, es decir, los que contribuyen a establecer las condiciones para elaborar el concepto. En consecuencia, el análisis conceptual ocasiona mayor trabajo que el de dar una definición como la descrita anteriormente acerca de los polinomios.

EDUCERE • Investigación arbitrada • ISSN: 1316 - 4910 • Año 10, Nº 33 • abril - mayo - junio 2006 • 315 - 326

Otra consecuencia derivada del segundo principio y que está relacionada con la construcción de la estructura de abstracciones sucesivas, es que si un nivel determinado no se comprende adecuadamente, la comprensión de los conceptos posteriores estará comprometida. Esto es lo que sucede con el concepto de variable, pues el estudiante ha trabajado con esta idea desde el séptimo grado, pero como no se le ha hecho reflexionar sobre ella, continúa trabajando y manipulando el símbolo ("X") sin preocupación. Además en nuestro contexto escolar existe una marcada preocupación por desarrollar en los estudiantes destrezas operatorias con los símbolos y poco importa el desarrollo conceptual involucrado en ellos, pues esto último no forma parte de las exigencias formuladas por el profesor.

La idea de "Variable" es un concepto clave en álgebra, pues a partir de él y de los símbolos utilizados para representarla comienza la generalización. Con la idea de "Variable" hacemos referencia a un objeto de un modo que indica a qué conjunto pertenece, pero no a qué elemento del conjunto hacemos referencia, en particular. También, la utilizamos para hacer afirmaciones que sean verdaderas para todos y cada uno de los elementos de un conjunto, sin depender de un elemento en particular. Otra razón, por la que se usa es que no conocemos cuál elemento del conjunto es, sin embargo, deseamos encontrarlo, y para ello existen métodos bien desarrollados para resolver estos problemas.

Cuando esa "Variable" representa a un número (o varios), la probabilidad de confusión parece mayor, pues se recurre a representarla por letras. Aquí parece residir la confusión entre "Variable", "Incógnita" e "Indeterminada", pues éstas, también son representadas por letras (en nuestro caso, por la letra X). En consecuencia, surge la inquietante pregunta acerca del enigmático símbolo "X": ¿Cuándo el símbolo "X" está representando la Incógnita, la Variable o la Indeterminada?

Para los profesores que emitieron sus respuestas mediante el cuestionario, les resultó fácil reconocer el papel del símbolo "X" como incógnita, es decir, reconocer que dentro de una ecuación, el símbolo representa la incógnita. Mientras que, reconocer la "X" como Variable o Indeterminada, resultó para algunos profesores relativamente confuso. Al parecer existen relaciones indisolubles entre los dos conceptos. La Indeterminada amplía el campo de generalización y abstracción de la Variable y de la Incógnita. En orden de abstracción y generalización creciente, diremos que en el primer nivel se encuentra la Incógnita, luego la Variable y por último, la Indeterminada.

Desde esta perspectiva dilucidamos lo siguiente: es necesario continuar desarrollando investigaciones educativas que tengan como objeto de interés el aprendizaje de conceptos en el área de la matemática, particularmente los conceptos a los que se refiere esta investigación, encontrar mecanismos para fortalecer la formación y actualización docente, debatir acerca de los objetivos de la educación matemática dentro de las aulas universitarias y en el resto de los niveles educativos, en especial los relacionados con la formación de conceptos matemáticos por parte del estudiante y del profesor. Como posibles referentes para profundizar en este sentido se podrían considerar las propuestas sobre "Competencia y comprensión matemática" de Godino (2005) y la "Teoría de situaciones didácticas" de Brousseau (1997).

* Roy Quintero. Profesor Asociado, adscrito al Departamento de Física y Matemática del Núcleo Universitario "Rafael Rangel" de la Universidad de los Andes. Licenciado en Matemática. Magíster Scientiarum en Matemática. Ph.D. en Matemática.

* Deyse Ruiz Morón. Profesora Asociada, adscrita al departamento de Ciencias Pedagógicas del Núcleo Universitario "Rafael Rangel" de la Universidad de los Andes. Licenciada en Educación, mención Matemática. Maestría en Docencia para la Educación Superior. Doctora en Ciencias de la Educación

* Ruperto Terán: Licenciado en Educación, mención Física y Matemática. Núcleo Universitario "Rafael Rangel" de la Universidad de los Andes. 2004.

Bibliografía

Baldor, A. (1998). *Aritmética. Teória-práctica* (décima cuarta reimpresión). México: Publicaciones cultural.

Brousseau, G. (1997). *The theory of didactic situations*. Dordrecht: Kluwer A. P.

Chevallard, Y. (1985). *La transposición didactique*. Francia: Grenoble: La Pensée Sauvage.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et functionnement cognitive de la pensée. *Annales de Didactique et Sciences Cognitives*. Nº 5. 37-65.

Godino, J. (2000). Significado y comprensión de los conceptos matemáticos. *Didáctica de las Matemáticas. Nº 25*. 59-74.

Godino, J. (2005). *Competencia y comprensión matemática: ¿Qué son y cómo se consiguen?* Recuperado el día 14 Marzo de 2005 en http://www.ugr.es/local/jgodino

Orton, A. (1998). *Didáctica de las matemáticas* (3ª edición). Madrid: Morata.

Piaget, J. (1981). *Psicología y epistemología* (5ª ed.). Barcelona: Ariel.

Pozo, J. (1997*). Teorías cognitivas del aprendizaje*. Madrid: Morata.

Quintero, R. (1998). *Diferentes interpretaciones de los polinomios*. Mérida: II Escuela Venezolana de Educación Matemática.

Ricoeur, P. (1998). *Teoría de la interpretación. Discurso y excedente de sentido*. 2ª edición. México: Siglo veintiuno.

Senn-Fennel, C. (1995). Oral and written comunication for promoting mathematical urderstanding. *Currículum Vol. 27*. 27-37.

Skemp, R. (1999). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. (3ª edición). Madrid: Morata.