

El uso del software *desmos* como componente didáctico de las matemáticas artesanales ecuatorianas

Investigación
arbitrada

The use of desmos software as a didactic component of ecuadorian artisanal mathematics

Derling José Mendoza Velazco

dmendezav381@alumnos.imf.com

<https://orcid.org/0000-0001-8275-3687>

<http://www.researcherid.com/rid/N-1162-2018>

Teléfono: + 59 3989077816

IMF Smart Education

Universidad Particular de San Gregorio

Portoviejo - Cantón Portoviejo, Provincia de Manabí

República de Ecuador



Recepción/Received: 11/10/2022
Arbitraje/Sent to peers: 13/10/2022
Aprobación/Approved: 03/10/2022
Publicado/Published: 12/12/2022

Resumen

Hoy en día, el uso de calculadoras gráficas electrónicas se considera una gran herramienta didáctica. En el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, la tecnología se ha convertido en un aliado eficaz. El uso de paquetes de graficación conectada (CGP) facilita la comprensión de las matemáticas en la educación ecuatoriana. El estudio tiene como objetivo analizar la integración de CGP en el aula de matemáticas. También evaluó los desafíos estratégicos y metodológicos en el uso de software en la enseñanza de las matemáticas a nivel de escuela secundaria. Se aplicó el marco de Estructuración de Características de Ruthven. Se aplicó un estudio de paradigma cualitativo. El diseño de la investigación fue interpretativo y exploratorio. Los informantes fueron cuatro docentes de la provincia de Cañar, Azogues Ecuador durante el 2022. Las entrevistas y observaciones se llevaron a cabo durante el uso del CGP en las actividades de matemáticas. Entre los resultados, las habilidades matemáticas artesanales se desarrollan a su manera al aplicar el uso de CGP. Los docentes se enfrentaron a un reto tecnológico de adaptación didáctica. Pasaron de un modelo tradicional a un sistema de software matemático. Cada uno tenía experiencia en el uso de CCP. El profesor con más experiencia en CGP proporcionó una lección más fluida y dinámica. Las técnicas y usos de CGP son motivadores para establecer la integración en matemáticas.

Palabras clave: educación, matemáticas, tecnología, demostraciones de software, paquetes de gráficos conectados, didáctica.

Abstract

Nowadays, the use of electronic graphing calculators is considered a great didactic tool. In the process of teaching and learning mathematics, technology has become an effective ally. The use of connected graphing packages (CGP) facilitates the understanding of mathematics in Ecuadorian education. The study aims to analyse the integration of CGP in the mathematics classroom. It also assessed the strategic and methodological challenges in the use of software in the teaching of mathematics at secondary school level. Ruthven's Feature Structuring framework was applied. A qualitative paradigm study was applied. The research design was interpretative and exploratory. The informants were four teachers from the province of Cañar, Azogues Ecuador during 2022. Interviews and observations were conducted during the use of the CGP in mathematics activities. Among the results, mathematical craft skills are developed in their own way when applying the use of CGP. The teachers faced a technological challenge of didactic adaptation. They moved from a traditional model to a mathematical software system. Each had experience in the use of CCP. The teacher with more experience in CGP provided a more fluid and dynamic lesson. The techniques and uses of CGP are motivating for establishing integration in mathematics.

Keywords: mathematics education, technology, software demonstrations, connected graphics packages, didactics.

Author's translation.

Introducción

La tecnología digital puede ser una herramienta poderosa para aprender matemáticas. Participar en tareas matemáticas que se basan en las posibilidades dinámicas e interactivas de las herramientas digitales puede proporcionar a los estudiantes una visión rica y profunda de las matemáticas. Algunas de estas posibilidades incluso permiten formas de involucrarse con las matemáticas que antes no eran factibles (Cheung y Slavin, 2013; Drijvers et al., 2010; Hoyles, 2018; Sinclair, 2014). Para ilustrar, considere a un estudiante que construye una imagen digital de un cuadrado. Cuando el estudiante arrastra continuamente la esquina de un cuadrado construido robustamente para que su posición y orientación cambien, tiene la oportunidad de notar las invariancias clave directamente: ‘¡Mira! ¡Los lados son siempre iguales entre sí!’ Tal oportunidad de aprendizaje directo sería extremadamente difícil, si no imposible, de crear sin el empirismo dinámico interactivo impulsado por los estudiantes posible en un entorno de tecnología digital. Las herramientas digitales bien establecidas, como las calculadoras, tanto gráficas como científicas, se integran comúnmente en las clases de matemáticas de la escuela secundaria, pero tienen posibilidades limitadas en comparación con las herramientas digitales más nuevas. Por lo tanto, estudiar la integración de las herramientas digitales más nuevas en el aula de matemáticas y cómo pueden mejorar el aprendizaje matemático es una cuestión de importancia. A pesar de los beneficios potenciales de las nuevas tecnologías, su integración en la enseñanza de las matemáticas es rara (Bretscher, 2014). Todos estos desafíos afectan al maestro de alguna manera. Los docentes también desempeñan un papel crucial en la forma en que se integra la tecnología digital. En este artículo, me enfoco en el papel que los maestros pueden desempeñar.

En muchas jurisdicciones, los maestros han optado por incorporar la tecnología digital en forma de paquetes de gráficos conectados, tal vez en parte porque los CCP tienen capacidades similares a las calculadoras gráficas. Sin embargo, los CGP tienen funcionalidades adicionales, como el acceso a bocetos ya hechos, la capacidad de mostrar datos y las oportunidades de interacción y comunicación entre estudiantes y maestros. En particular, lo que diferencia a los CGP del software de geometría dinámica son las funcionalidades que utilizan la conectividad de los usuarios en una red. Por ejemplo, una de las actividades descritas en este estudio empareja aleatoriamente a los estudiantes en un aula. Un ejemplo de un CGP popular es Desmos (www.desmos.com). Es una aplicación en línea gratuita que ofrece funcionalidad avanzada de calculadora gráfica, así como actividades de aprendizaje ricas y socialmente interactivas para los estudiantes. Desmos se utiliza como el software para este estudio porque es más familiar para los maestros en los distritos en los que se lleva a cabo este estudio. Este estudio extrae la idea general de integrar un CGP en lugar de centrarse en Desmos como software específico.

Este estudio observa cómo cuatro maestros integran Desmos en sus aulas de matemáticas de la escuela secundaria. Usando el marco de Ruthven (2009) Structuring Features of Classroom Practice (SFCP), busco patrones e innovaciones entre los maestros. Dado que los CGP con capacidades más allá de las calculadoras gráficas estándar son relativamente nuevos, ha habido poca investigación sobre cómo los maestros los integran en sus aulas. Este estudio tiene como objetivo contribuir a llenar ese vacío. En particular, el estudio tiene como objetivo extraer matices y sutilezas en el conocimiento artesanal y la práctica en el aula. Se busca contribuir a la integración de la tecnología no solo como teórica, sino también basada en aulas con profesores reales. El estudio también tiene como objetivo ofrecer a los profesores e investigadores la oportunidad de ver qué tipos de tensiones, posibilidades y enfoques pedagógicos surgen al usar CCP. La necesidad de tal trabajo ha sido identificada por Ruthven (2014), quien observa que “ahora se requieren más estudios en los que la recopilación de datos (así como el análisis) se guíe por el marco conceptual, de modo que pueda ser sometido a un enfoque más completo. . . elaboración y refinamiento» (p. 388).

Reseña literaria

Los docentes que desean integrar la tecnología digital en sus aulas de secundaria se enfrentan a múltiples desafíos (Mendoza et al, 2022). Los documentos curriculares a menudo no son prescriptivos al nombrar un software particular para que los maestros lo usen, lo que proporciona libertad, pero también hace que sea más difícil para los maestros decidir qué software es apropiado para sus clases. Ruthven (2011) identifica los siguientes desafíos: capacitación en tecnología relevante, acceso a la tecnología en las aulas, conexión de las actividades de tecnología digital con las expectativas curriculares y gestión de nuevas formas de actividades estudiantiles. Si bien este documento se centra en los maestros, esta elección no pretende descartar la importancia de los desafíos sistémicos e institucionales, que Brickner (1995) llama barreras de primer orden. Más bien, la elección reconoce que, al superar las barreras de primer orden, el maestro juega un papel importante.

Se pueden utilizar varios marcos existentes para analizar la integración de paquetes de gráficos conectados. Identifico y describo tres marcos para entender la integración de la tecnología digital. Comienzo describiendo dos marcos, uno que se centra en el conocimiento del profesor y otro que se centra en las configuraciones didácticas. Exploro estos dos marcos para contrastar con el marco de elección para este estudio, el marco de Estructuración de las Características de Estructuración de la Práctica en el Aula (SFCP) de Ruthven. Hago esto para justificar mi elección de marco y para resaltar lo que está presente en el marco de Ruthven pero que falta en los otros marcos. Comienzo describiendo brevemente TPACK y Orquestación Instrumental.

Marco TPACK

Una de esas lentes analíticas es el marco de Tecnología, Pedagogía y Conocimiento de Contenido (TPACK) (Koehler & Mishra, 2009). TPACK se centra en el conocimiento del profesorado. Es una extensión de la conceptualización de Shulman (1986) de tres tipos de conocimiento, la materia. Conocimiento (SMK), Conocimiento de Contenido pedagógico (PCK) y Conocimiento Curricular (CK). El marco TPACK argumenta que existen nuevas formas de conocimiento cuando se utiliza la tecnología digital, como los CGP. El marco puede ser informativo, posterior al análisis, al pensar qué tipos de interacciones pedagógicas ocurrieron y si estas interacciones incluyeron la discusión de la tecnología o las matemáticas o los principios generales de enseñanza. Sin embargo, cuando la integración de la tecnología se reduce al conocimiento, podría surgir la conclusión de que si los maestros solo supieran más, entonces la integración de la tecnología será más fluida. Este punto de vista sugiere la necesidad de proporcionar a los maestros más capacitación. Otra crítica al marco TPACK es articulada por Ruthven (2009), cuando señala que hay "... algunas ambigüedades en la forma en que se utiliza y se ha utilizado TPACK» (p. 375), ya que a veces se ve que analiza las interacciones entre tres dominios de conocimiento diferentes y, en otras ocasiones, se centra en la superposición de tres tipos de conocimiento.

El carácter distintivo de las categorías también puede ser preocupante porque a menudo hay dificultades para categorizar la práctica en un área específica. Es decir, puede ser difícil diferenciar entre diferentes saberes. TPACK tiene sus fortalezas al notar las diferentes interacciones entre maestro / estudiante y la tecnología. Sin embargo, TPACK no se encuentra en la práctica en el aula. No se enmarca en mirar la evolución del desarrollo del conocimiento en el aula, sino que es prescriptivo en la identificación de lo que podría ser importante en términos de categorización del conocimiento (Mendoza et al, 2021).

Marco de orquestación instrumental

Un marco alternativo es la orquestación instrumental (Guin & Trouche, 2002). Es una extensión de la génesis instrumental (Artigue, 2002) por la cual el alumno y la tecnología coevolucionan a través de tareas didácticas. Un objetivo en la génesis instrumental es que el estudiante domine la tecnología, para que la tecnología no se interponga en el camino de la actividad matemática. La orquestación instrumental expande la génesis instrumental a todo un entorno de clase y se ocupa de la gestión por parte del profesor para identificar patrones en la organización pedagógica del aula en presencia de la tecnología digital.

El marco de orquestación instrumental se centra específicamente en la creación de situaciones didácticas y orquesta las actividades de tal manera que exploten las posibilidades tecnológicas. El marco fue ampliado más

recientemente por Drijvers et al. (2010) para incluir y teorizar la intención didáctica. Una limitación de la orquestación instrumental, sin embargo, para este estudio, es que su enfoque está en la configuración didáctica. En términos de analizar el papel general de la tecnología digital en un aula, la orquestación instrumental no considera otros factores potencialmente influyentes. Por ejemplo, los roles de los maestros y los estudiantes pueden no ser siempre predecibles.

Estructuración de las características del marco de práctica en el aula (SFCP)

El marco de Ruthven (2009) Structuring Features of Classroom Practice (SFCP) ofrece una forma de analizar las implementaciones de las tecnologías digitales de los maestros al considerar una gama más amplia de factores que los marcos anteriores. Ruthven se aleja de discutir el conocimiento de los maestros sobre la tecnología como un componente significativo de una buena implementación, como lo hace el marco TPACK. En cambio, amplía la unidad de análisis para incluir el entorno material y técnico, así como las prácticas docentes, como aspectos centrales para una buena implementación.

Es decir, SFCP es un marco robusto porque se aleja del análisis de eventos aislados y conocimiento estático. En cambio, intenta esbozar un conjunto de categorías que definen las características de una situación de enseñanza, luego sigue con prácticas dinámicas de enseñanza que cambian y se desarrollan con el tiempo. Ruthven (2014) llama a este aspecto de enseñanza dinámica conocimiento o experiencia artesanal. Un ejemplo de conocimiento artesanal serían las formas en que los maestros responden a diversas situaciones que surgen en el aula. El conocimiento artesanal es un conocimiento aprendido a través de la práctica o a través del hacer. Brown y McIntyre (1993) describen cómo "... los profesores experimentados han adquirido un conocimiento práctico sustancial sobre la enseñanza, en gran parte a través de su experiencia en el aula en lugar de la formación formal» (p. 12).

Pero este conocimiento va más allá de clasificaciones como el conocimiento pedagógico o tecnológico porque emerge dentro de la práctica que generalmente no es predecible. Problemas importantes como que diez iPads no funcionan es un contratiempo (Clark-Wilson, 2013) pero las acciones sutiles del día a día del maestro no son categorizables ya que se basa en un aula que es dinámica y en constante cambio. El marco SFCP no es totalmente incompatible con el marco de orquestación instrumental. De hecho, Bozkurt y Ruthven (2018) integran la orquestación instrumental y SFCP como enfoques complementarios en su análisis de la enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria. Sin embargo, su enfoque se alinea más con la orquestación instrumental y, en consecuencia, no se centra en el conocimiento artesanal ni en la práctica en el aula explícitamente. Dado que el conocimiento artesanal y la práctica en el aula son de particular interés en el estudio actual, el marco de trabajo de SFCP que se centra en estos aspectos se utiliza en este estudio como marco teórico para guiar las observaciones y el análisis.

Los cinco componentes clave de Ruthven son:

- Entorno físico de trabajo: donde se imparten las clases, las instalaciones, la infraestructura técnica general disponible, la organización de las personas, las herramientas y los materiales.
- Sistema de recursos: Recopilación de herramientas y materiales didácticos en uso, y coordinación del uso hacia la actividad de la asignatura y los objetivos curriculares.
- Estructura de la actividad: Patrones de rendimiento en el aula, una interacción que enmarca las contribuciones de maestros y estudiantes a tipos de segmentos de lecciones.
- Guión curricular: Un patrón vagamente ordenado de objetivos, recursos, acciones y expectativas para enseñar un tema curricular.
- Economía del tiempo: Marco en el que el tiempo disponible para la actividad en el aula se convierte en "tiempo de enseñanza". Contribuye directamente al aprendizaje deseado de los estudiantes.

Como escribe Bishop (1998), "los investigadores necesitan comprometerse más con el conocimiento, las perspectivas, la situación laboral y de actividad de los profesionales, con los materiales y las limitaciones reales, y dentro de los contextos sociales e institucionales reales" (p. 36). El marco de Ruthven intenta prestar atención

a estos elementos en relación con la integración de la tecnología digital. Postulo que el marco de Ruthven hace que el conocimiento artesanal de los maestros en este estudio sea más observable y accesible, no solo para los investigadores sino también para los propios maestros. Las observaciones reportadas en este estudio fueron guiadas por el marco SFCP de Ruthven, así como por la noción de notar (Mason, 2001). Cada categoría en el marco de Ruthven se convirtió en una base a partir de la cual se basaron mis observaciones, haciendo explícito el conocimiento artesanal de los maestros en este estudio, esto guía la narrativa de los episodios reportados. Más adelante en el análisis, discuto las columnas en orden de izquierda a derecha para establecer que la primera columna es lo que el maestro ha conFig.do y la segunda es lo que hacen.

Preguntas de investigación

Los paquetes de gráficos conectados como Desmos ofrecen capacidades más allá de las tradicionales calculadora gráfica. Esta investigación pregunta:

- A través de la lente del marco de Ruthven, ¿cómo desarrollan sus conocimientos artesanales los maestros que actualmente usan Desmos?
- ¿Cómo aprovechan las funcionalidades de CGP?
- ¿Qué obstáculos y desafíos encuentran en la práctica?
- ¿Qué estrategias han encontrado para mitigar los desafíos?

Contexto

Paquetes de gráficos conectados

Las herramientas digitales tradicionales, como las calculadoras gráficas, son omnipresentes en las aulas de matemáticas por algunas buenas razones. Proporcionan a los estudiantes una alternativa a los esfuerzos de lápiz y papel, dándoles acceso rápido a funciones complejas de gráficos y la oportunidad de analizar las relaciones en profundidad. Sin embargo, en comparación con las tecnologías más recientes, las posibilidades de la calculadora gráfica son limitadas. Por ejemplo, tiene una resolución de pantalla deficiente según los estándares modernos, lo que causa desafíos en la interpretación de la pantalla de visualización. También es costoso. Desmos es una aplicación de calculadora mejorada (web y móvil). Ofrece funcionalidades de cálculo, gráficos (ver **Fig. 1**) y geométricas. En muchas jurisdicciones de América del Norte, este paquete de gráficos conectados ha reemplazado a las calculadoras gráficas de mano porque ofrece más funcionalidad y precisión, y es gratuito (aunque es necesaria una conexión a Internet para muchas de sus características). Desmos se puede usar en una computadora, tableta o teléfono inteligente.

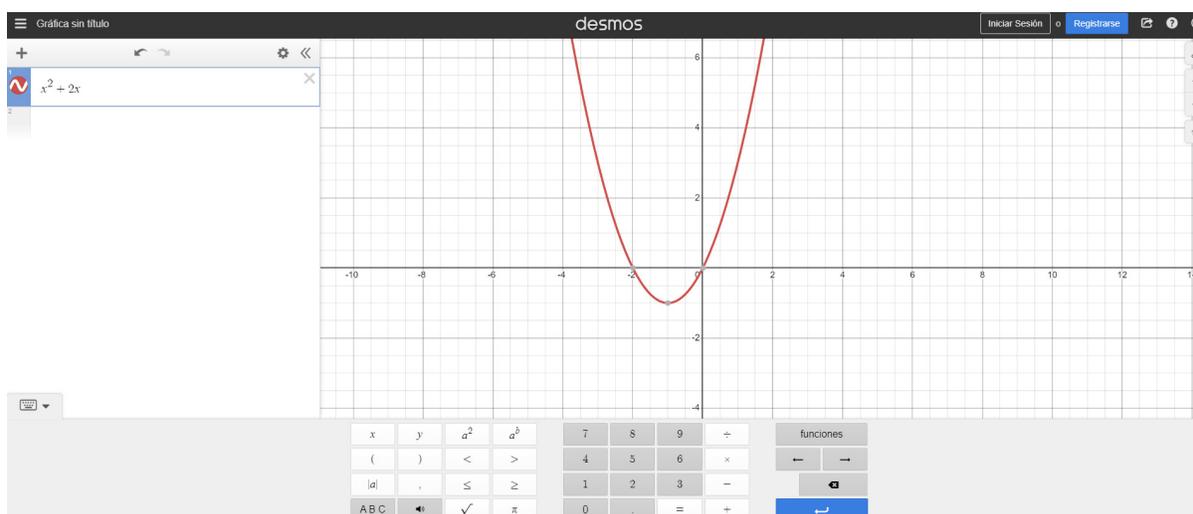


Fig. 1. Gráfico de $y = x^2 + 2x$ en la calculadora gráfica Desmos

Fuente: elaborado por Mendoza Derling (2022)

Desmos también ofrece un conjunto de actividades de aprendizaje guiadas escritas por maestros, educadores e investigadores. Desmos alberga un equipo de aproximadamente veinte empleados que diseñan actividades y examinan las presentaciones de profesores e investigadores. La mayoría de las actividades se organizan en forma de diapositivas que presentan a los estudiantes indicaciones interactivas pidiéndoles que interpreten y predigan. Una posibilidad de las actividades de predicción de Desmos es la capacidad de la pantalla de cada estudiante para mostrar una lista de las predicciones de cada estudiante en la clase. Cada estudiante puede refinar su propia predicción, basada en lo que piensan sus compañeros de clase. Los maestros pueden controlar el ritmo de las actividades. El ritmo establece un límite en cuanto a la distancia en que un estudiante puede progresar en una actividad. Un maestro puede poner un límite a la diapositiva siete, por ejemplo, lo que puede permitir que el maestro “discuta la pantalla” (Ruthven, 2014, p. 385).

Contexto curricular

El plan de estudios en la jurisdicción donde se lleva a cabo este estudio requiere el uso de la tecnología digital. Si bien no se proporciona capacitación formal en tecnología digital a los maestros, el plan de estudios aboga por el uso de la tecnología digital para explorar tanto el contenido como la competencia.

El Ministerio de Educación del Ecuador (2022) trabaja con el Sistema Integral de Tecnologías para la Escuela y la Comunidad (SÍTEC). SITEC diseña e implementa programadores tecnológicos y proyectos para mejorar el aprendizaje digital en el país y democratizar el uso de las tecnologías. Como parte de la provisión de equipos tecnológicos, SÍTEC entrega computadoras, proyectores, pizarras digitales y sistemas de audio a escuelas primarias y secundarias. Para 2013, todas las escuelas públicas del país tenían acceso a recursos informáticos.

De acuerdo con los principios de democratización del uso de las tecnologías y difusión del aprendizaje digital en Ecuador, SÍTEC ha emprendido actividades en cuatro frentes:

1. Establecimientos educativos públicos en el país con acceso a infraestructura tecnológica, en beneficio de la comunidad educativa.
2. Docentes tributarios formados en TIC aplicadas a la educación, para mejorar la calidad de la educación.
3. Software educativo para Educación Temprana, Educación General Básica y Bachillerato, en todas las áreas del currículo, en español, quichua, shuar e inglés.
4. Aulas Comunitarias de Tecnología para que toda la población ecuatoriana pueda aprovechar las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en cada circuito educativo, de acuerdo con el nuevo modelo de gestión escolar.

Esto es relevante porque, como se verá, Desmos fue utilizado en ambos sentidos por los maestros. en este estudio.

Metodología de la investigación

Paradigma de investigación

En esta investigación se utilizó un estudio interpretativo (Hernández y Mendoza, 2018) con observaciones participantes y entrevistas individuales. El estudio se realizó con la participación de cuatro docentes para observar la aplicación de Desmos. Mediante el uso de la observación, podemos ver la práctica naturalista en el aula de lo que los maestros hacen en la primera línea. El estudio fue exploratorio, observacional y no intervencionista. Este documento informa lo que se vio a través de la lente del marco de Ruthven.

Participantes

El estudio se realizó en escuelas públicas de la provincia de Cañar, en la ciudad de Azogues, República del Ecuador durante el período marzo-agosto de 2022. Los participantes fueron reclutados a través de un anuncio en un grupo de discusión de profesores de matemáticas provinciales que ofrecía la oportunidad de compartir actividades y lecciones de Desmos. El grupo de discusión cuenta con aproximadamente 900 usuarios registra-

dos, lo que representa el 2,5% del total de profesores en Azogues (esto no considera a los profesores de fuera de la provincia, que sería un número pequeño). Fueron quince los participantes, seis de los cuales trabajaban cerca de la Universidad Nacional de Educación UNAE (a menos de 50 kilómetros de distancia). Cada uno de ellos se mostró entusiasmado al hablar sobre cómo usaron Desmos para enseñar en sus aulas y cómo podrían expandir el uso de las funcionalidades. Al negociar los plazos, dos maestros no pudieron programar una hora para asistir. Sólo se pudo programar una reunión con los otros cuatro profesores.

El estudio se realizó en la ciudad de Azogues de manera adyacente, dependiendo de la ubicación de los participantes. Los cuatro maestros indicaron que habían usado Desmos, dos de ellos con bastante frecuencia (durante muchos años), mientras que dos no lo habían usado muy a menudo. En una comunicación posterior, ninguno de los profesores utilizó Desmos con frecuencia y, en consecuencia, todos ellos estaban dispuestos a ser observados usando Desmos para una sola lección. Los cuatro maestros indicaron que, en general, se sentían cómodos usando Desmos para una lección por una unidad. Normalmente, el número promedio de unidades en un currículo de escuela secundaria es de 5. Esto significa que los dos maestros que usaron Desmos con frecuencia solo lo hicieron menos de 10 veces. Cada maestro fue visitado dos veces. En la primera visita, los investigadores se presentaron al profesor y al director de la escuela. En la segunda visita a cada escuela, los cuatro maestros fueron observados usando Desmos en sus clases de matemáticas secundarias.

Recopilación de datos

Los nombres de los cuatro maestros fueron codificados para evitar conflictos de intereses. La participación del Profesor 1 (T1). La participación del Profesor 2 (T2). La participación del Profesor 3 (T3). La participación del Profesor 4 (T4). Cada maestro fue observado durante dos lecciones que involucraron a los mismos estudiantes. Las dos lecciones no fueron necesariamente consecutivas, sino que también tuvieron lugar dentro de un marco de tiempo de tres semanas. Para cada maestro, se observó la primera lección para tener una idea de las rutinas y orientaciones del maestro cuando no estaban usando el CGP. Durante la primera lección, simplemente observamos al maestro sin tomar ninguna nota. La segunda lección observada de cada maestro se enseñó con un CGP. Son estas segundas lecciones las que se recogen en este estudio. Aunque observar una lección impone limitaciones a la generalización de los resultados, también sabíamos que observar una lección daría una imagen auténtica de la integración del maestro de un CGP. Este estudio no pretende generalizar la mejor manera de integrar un CGP, por lo que no nos interesaba encontrar un ejemplo “bueno”. En cambio, queríamos investigar directamente lo que sucede en las aulas con los profesores que integran la tecnología digital.

Los datos fueron recolectados a través de grabaciones de video del aula. Las grabaciones se realizaron con una sola cámara de video, que se colocó en la parte posterior del aula para capturar actividades en la mayoría de las áreas del aula. La cámara de video se colocó para capturar a la mayoría de los estudiantes. Se realizaron entrevistas con los maestros después de cada lección para que pudieran recordar fácilmente lo que habían hecho durante la lección. Las entrevistas se realizaron para conocer sus objetivos y propósitos. Las entrevistas fueron cortas (aproximadamente 10 minutos) y semiestructuradas. Las principales preguntas utilizadas en las entrevistas fueron:

- ¿Por qué usaste Desmos para esta lección?
- ¿Alguna vez has usado las actividades de Desmos antes?
- ¿Qué crees que ellos (los estudiantes) aprendieron en la primera/segunda actividad? ¿Cómo desarrollaron su experiencia en Desmos?
- ¿Cuál fue el objetivo de esta lección?
- ¿Qué querías lograr?
- ¿Cuál fue el desafío para usted en esta lección?

Se desarrollaron análisis de los videos. Análisis de las entrevistas. Estas observaciones fueron mediadas y guiadas por las características estructurantes del marco. Es decir, a través de la visualización múltiple de los videos,

utilizando los principios de Mason's noticing (2001), considerando la mirada, los gestos, las vacilaciones, etc. Estas características se enumeran en la Tabla 1. Mediante constructos como transiciones, técnicas, interpretaciones, etc., hemos creado una narrativa de los procedimientos. Se creó una narrativa de los procedimientos del aula, que se clasificaron en una tabla para su posterior análisis.

Observaciones

Los siguientes cuatro episodios resumen los eventos basados en observaciones y posterior visualización de cintas de video de la clase de cada maestro en la que se utilizó un CGP. Las observaciones se reúnen en una estructura narrativa para transmitir el significado de una práctica en el aula. Además, ejemplificar un estudio interpretativo como una secuencia holística de eventos en lugar de un desglose en componentes.

T1: uso novato de las actividades de Desmos

T1 es un maestro de segundo año que revisa ecuaciones lineales e introduce sistemas lineales en una clase regular de matemáticas de grado 10. T1 llevó su clase al laboratorio de computación. Dos mesas anchas corrían perpendiculares al frente del laboratorio, con 30 computadoras independientes ancladas en ellas. Cada estudiante tenía una computadora. Los estudiantes miraban a los lados del aula y podían ver el frente de la sala.

Las computadoras eran relativamente antiguas, por lo que el proceso de puesta en marcha tomó aproximadamente 5 minutos. T1 usó ese tiempo para revisar el trabajo de clase anterior en la pizarra frontal no digital. Después de la revisión, T1 fue a la computadora del maestro delantero y dio instrucciones, proyectando en la pantalla del proyector frontal, cómo iniciar sesión en Desmos para hacer la primera actividad: los estudiantes nunca habían participado en una actividad de Desmos. T1 había organizado y preparado dos actividades de Desmos para esta clase. Para ello tuvo que iniciar sesión en Desmos, elegir una actividad y solicitar un código de clase. Cuando los estudiantes ingresaron el código en la página web de Desmos, todos fueron dirigidos a la actividad. La planificación de T1 y la solicitud de código de clase también le dieron privilegios para monitorear a los estudiantes y pausar las actividades. Una vez de vuelta en las computadoras, los estudiantes abrieron un navegador y cargaron Desmos. Los estudiantes participaron en dos actividades de Desmos para el resto de la clase. En esta lección, T1 quería que los estudiantes exploraran las relaciones lineales de una manera nueva, en lugar de con el enfoque de estilo de conferencia que había utilizado para enseñar el tema en su aula. Durante la primera mitad de la clase, ella quería que los estudiantes practicaran usando terminología. Durante la segunda mitad de la clase, ella quería que los estudiantes fueran introducidos a un sistema lineal y que su atención fuera atraída al punto de intersección. Ella confió en las actividades de Desmos para hacer ambas cosas.

La primera actividad, Polígrafo, fue altamente interactiva. Desmos empareja aleatoriamente a los estudiantes en estaciones de trabajo separadas y muestra a ambos estudiantes 16 gráficos lineales diferentes (**Fig. 2**). En cada par, se solicita a un estudiante que elija uno de los 16 gráficos. Su compañero asignado al azar luego trata de determinar qué gráfico ha sido elegido, haciendo preguntas, tales como: '¿Es su línea vertical?' Los estudiantes disfrutaron de la tarea, pero tuvieron problemas para comenzar. Eran tentativos y no estaban dispuestos a escribir preguntas. T1 interrumpió la clase en numerosas ocasiones para dar orientación a los estudiantes. En un momento dado, ella dijo: 'Muéstrame con tu brazo, ¿cómo se ve lo positivo? Podría ser positivo o negativo, ¿qué pasa con la horizontal?, ¿cómo se ve eso?'

Una vez que los estudiantes se familiarizaron con la actividad, surgió otro problema.

Algunos estudiantes comenzaron a escribir preguntas que estaban fuera de la tarea. Una pregunta que noté que un estudiante escribía y enviaba a su pareja era '¿Cuáles son sus puntos de vista sobre Siria?', una pregunta aparentemente inofensiva pero una desviación de la tarea en cuestión. La actividad Desmos brindó a los estudiantes la capacidad de escribir lo que quisieran. Esto fue muy atractivo, pero también plantea una cuestión de inadecuación. Al darse cuenta de esto, T1 fue a la computadora frontal y usó Desmos para monitorear los comentarios hechos por los estudiantes. Después de 30 min en la actividad del Polígrafo, T1 interrumpió la clase nuevamente para iniciar una nueva actividad: Soluciones de Sistemas Lineales. Aquí, Desmos guía

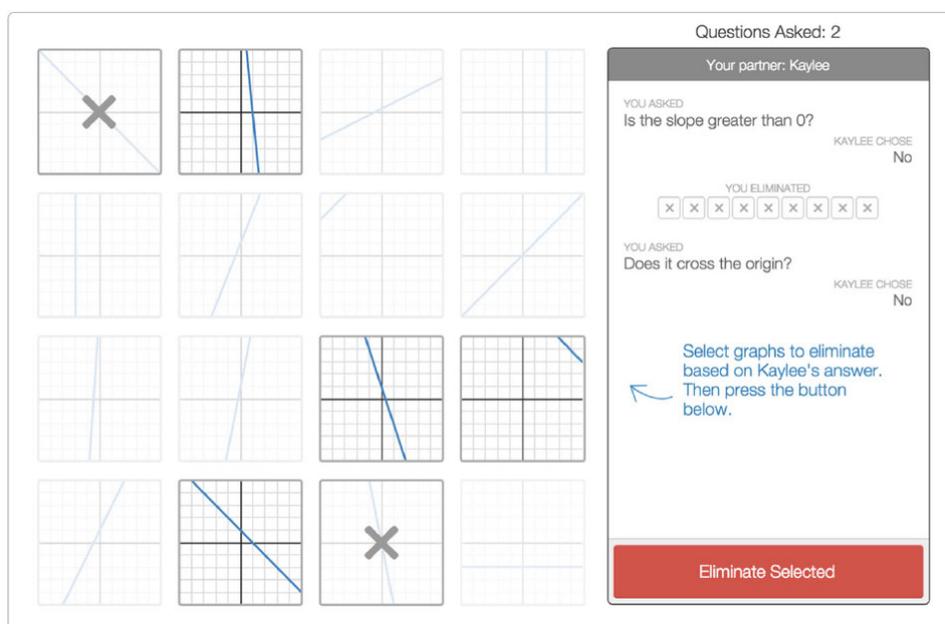


Fig. 2. Una captura de pantalla de la actividad interactiva de Desmos, Polígrafo.

Fuente: elaborado por Mendoza Derling (2022)

a los estudiantes a través de una secuencia de diapositivas que se centran en pares ordenados de puntos que satisfacen la ecuación de una línea.

El formato de la actividad también era novedoso, ya que se solicitaban respuestas a los estudiantes, que luego se compartían con toda la clase. Por ejemplo, la primera diapositiva solicita a los alumnos que den un par ordenado que se encuentra en una línea determinada. La siguiente diapositiva muestra lo que otros compañeros de clase han ingresado. Debido a que las respuestas de los compañeros de clase enumeradas eran en gran medida incorrectas, quedó claro que la mayoría de los estudiantes estaban confundidos sobre la noción de un “par ordenado”. En la revisión de T1 al comienzo de la clase, se centró en la pendiente y la intersección en y , en lugar de los pares ordenados. Por lo tanto, la confusión puede deberse a la nueva terminología, o a no pensar en una línea como un conjunto infinito de puntos. T1 dio alguna orientación en la parte delantera de la habitación, pero no fue suficiente ayuda para aclarar esta nueva noción de par ordenado. En consecuencia, T1 se movió de un grupo a otro abordando las mismas preguntas de los estudiantes.

T2: demostración empírica de aproximación lineal local mediante zoom

T2 ha estado enseñando durante cinco años y se describe a sí mismo como competente con Desmos. Tiene un interés en las tecnologías digitales en general y considera que Desmos es un programa extremadamente bien diseñado. Estaba enseñando aproximación lineal local a una clase de Cálculo 12. T2 estaba en la parte delantera de la sala, frente a sus estudiantes, con su tableta proyectada en la pantalla frontal. T2 siempre estaba enseñando desde el frente de la sala con su bloc de notas, sin embargo, no siempre con Desmos. Quería usar la función de zoom en Desmos para mostrar visualmente la cercanía de la línea tangente de una función a los puntos circundantes de la función.

Los estudiantes siempre se sentaban en los mismos escritorios, trayendo sus cuadernos y libros de trabajo. Los estudiantes se sentaron en sus escritorios en parejas viendo T2 y la pantalla del proyector y escribiendo lo que podían en papel; no tenían acceso a un CGP. T2 tenía dos pantallas que alternaba de un lado a otro. Una era una aplicación de bloc de notas llamada OneNote, en la que escribía notas para los estudiantes. La otra pantalla proyectaba la pantalla de inicio de la calculadora gráfica Desmos. T2 no utilizó ninguna actividad de Desmos. T2 describió la aproximación lineal local como “Es básicamente una forma de encontrar un valor que no podríamos encontrar por nuestra cuenta. Si quiero saber la raíz cuadrada de 4, puedo [inaudible],

pero si quiero la raíz cuadrada de 4.1, no tengo suerte. No puedo hacerlo. Lo que hace la aproximación lineal local es que, si miramos un grafo, y miramos la construcción de una recta tangente a un punto en un grafo, miramos a dónde nos llevará esa tangente si vamos un poco más allá, creemos que eso es bastante bueno”.

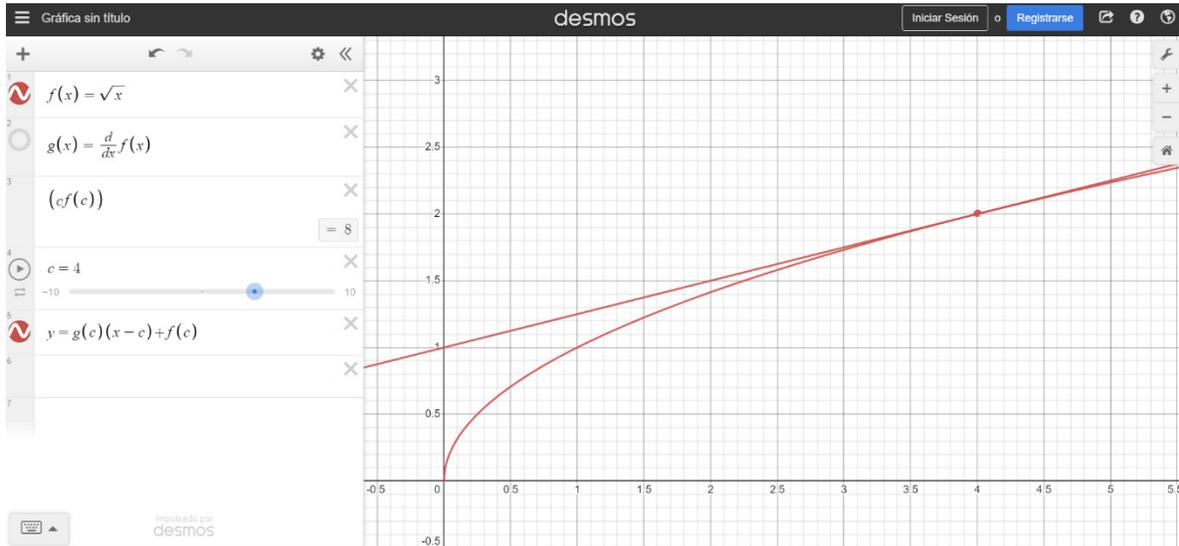


Fig. 3a. Funciones de T2 y grafo de $y = \sqrt{x}$ junto con la recta tangente en $x=4$

Fuente: elaborado por Mendoza Derling (2022)

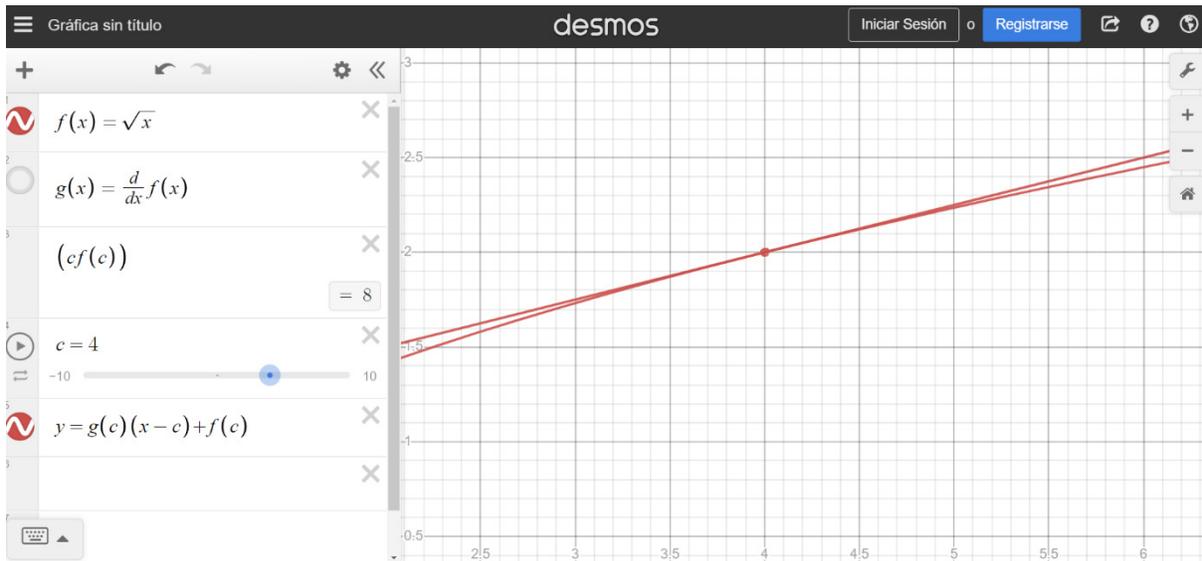


Fig. 3b. Gráfico de $y = \sqrt{x}$ after haciendo zoom tres veces.

Fuente: elaborado por Mendoza Derling (2022)

Usando la interfaz de calculadora gráfica de Desmos, T2 gráfica $y = y$ una tangente a la función en $x=2$ (Fig. 3a). En un intento de mostrar la raíz de 4.1, se acerca tres veces para comparar la línea tangente con la función. El resultado del zoom se puede ver en la Fig. 3b \sqrt{x} . T2 resalta el cambio de escala en la pantalla Desmos (Fig. 3b) y señala a la clase qué tan cerca está la recta tangente de la línea de función. Repite la demostración con dos ejemplos más, haciendo lo mismo cada vez. No hace preguntas a los estudiantes. En general, la clase es muy tranquila. En un momento dado, su tableta deja de responder y tiene que reiniciarla.

T3: exploración visual codificada por colores de ecuaciones recíprocas y cuadráticas

T3 ha estado enseñando durante cinco años y solo ha explorado un CGP en su clase en el último año. Ella estaba enseñando funciones recíprocas de funciones cuadráticas en una clase de matemáticas de grado 11. En lugar de usar las actividades de Desmos, permaneció en la interfaz de la calculadora gráfica. Enseñaba en su aula regular. T3 se sentó en la parte delantera de su habitación, frente a los estudiantes, con su iPad conectado a una pantalla de proyector. Los estudiantes se sentaron en escritorios en filas individuales. T3 quería usar Desmos por su precisión. Ella codificó por colores las funciones, sus recíprocas y asíntotas para hablar mejor y llamar la atención sobre los objetos gráficos en la pantalla del proyector.

Dos minutos antes de la campana de inicio, T3 salió del aula para obtener los iPads de otro maestro. Había habido una doble reserva accidental de los iPads entre ella y otro maestro, por lo que solo trajo la mitad del número que había planeado. T3 se centró en tres características de las funciones recíprocas: la relación entre los ceros de una función y las asíntotas de su recíproca, las formas de diferentes funciones recíprocas cuadráticas y los puntos invariantes entre la función y su recíproca. En cada caso, graficó una función y sus Desmos recíprocos en la pantalla frontal del proyector y utilizó la interfaz Desmos para apuntar a estas características.

Una forma en que T3 pudo “señalar” y diferenciar entre la función original y la función recíproca fue a través de su codificación de colores. Colorear las funciones tomó algún tiempo, pero le pareció útil como una forma de referirse por separado al gráfico original, el recíproco y las asíntotas. Comenzó a llamar a las dos funciones la función azul y la función roja, para diferenciar entre la función original y la función recíproca. También graficó las asíntotas y las coloreó de verde. Luego pudo identificar y delinear claramente los puntos en los que la raíz azul (raíz de la función original) se convirtió en la línea verde (asíntotas verticales). Esto le ayudó a enmarcar por qué la función roja (la recíproca) estaba haciendo lo que estaba haciendo. Pasó algún tiempo discutiendo puntos invariantes de la misma manera.

La intención de T3 era que los estudiantes usaran Desmos junto con ella. Era metódicamente lenta, pero también era muy fluida, lo que podría ser la razón por la que algunos estudiantes luchaban por seguir su ritmo. T3 esperaba que los estudiantes hicieran exactamente lo que ella estaba haciendo. Sin embargo, incluso cuando dio tiempo a los estudiantes para que usaran Desmos mientras ella todavía estaba enseñando desde el frente de la sala, eran reacios a entrar en nada. Hubo dos pares de estudiantes que comenzaron a ingresar información, pero la mayoría de los estudiantes simplemente esperaron a que T3 continuara con sus notas. Los estudiantes estaban más interesados en escribir lo que había en la pantalla frontal del proyector que en usar las demostraciones. Más tarde, cuando T3 dio tiempo para que los estudiantes encontraran funciones con ciertas características, caminó por la sala para ayudar a los estudiantes a hacer lo que ella había hecho, pero se encontró ayudando a los estudiantes a aprender a ingresar ecuaciones.

T4: integración de diversos recursos, representaciones y formas de pensar

T4 ha sido profesor durante veinte años y ha estado usando Desmos durante siete. Recientemente completó su maestría en educación matemática, donde se inspiró en el modelo ‘Aulas pensantes’ (Liljedahl, 2016). Los estudiantes trabajaban con frecuencia en las pizarras en una tarea matemática o se sentaban en su pequeña mesa redonda en grupos sin herramientas de escritura o papel. Si los estudiantes tenían que escribir, escribían con el bolígrafo de pizarra en la mesa. T4 quería involucrar a los estudiantes en una experiencia de representación matemática de un modelo dinámico de movimiento. Utilizó una actividad de Desmos para mostrar un par de puntos en movimiento y pidió a los estudiantes que plantearan preguntas y pensarán en enfoques para analizar y representar estos puntos. Su propósito era menos sobre la enseñanza de conocimientos matemáticos específicos y en su lugar trató de abordar una competencia matemática general.

Para su clase de matemáticas de grado 10, T4 utilizó la actividad ‘Racing Dots’, en la que dos puntos comienzan desde diferentes posiciones y se mueven a diferentes velocidades (Fig. 4a). ‘Racing Dots’ es una actividad predefinida en Desmos, escrita por el equipo Desmos. El propósito de T4 para esta lección fue explorar sistemas lineales y discutir diferentes representaciones de estos sistemas. Dio instrucciones sobre cómo iniciar sesión en la actividad Desmos. Indicó que había conFig.do Desmos para mostrar solo las dos

primeras pantallas de la actividad. La primera diapositiva de la actividad llevó a los estudiantes a predecir en qué punto de la escala horizontal dada se encontrarían los dos puntos en movimiento. La segunda diapositiva instó a los estudiantes a describir los tipos de información que pensaban que podría ayudarlos a mejorar sus predicciones. Desmos luego publica muchas de las predicciones del estudiante para que puedan ser vistas por toda la clase (Fig. 4b).

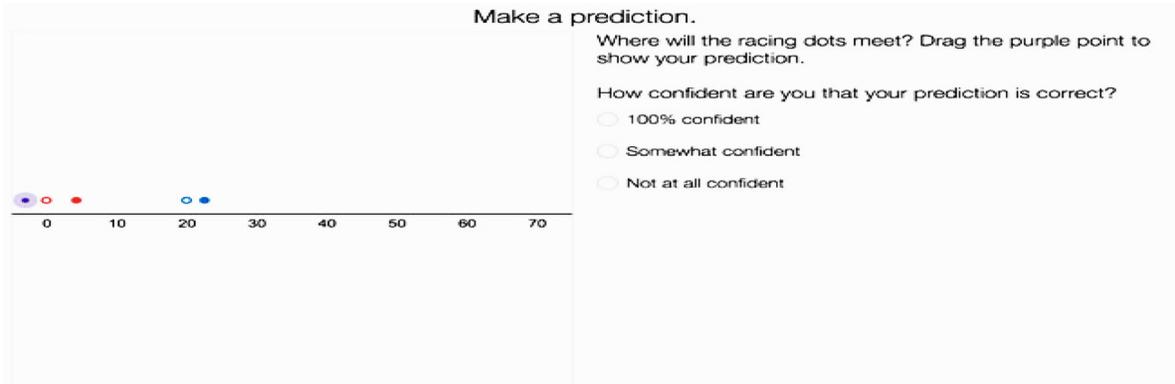


Fig. 4a. La pantalla 1 de la actividad de puntos de carreras pide a los estudiantes que predigan dónde se encontrarán los puntos en movimiento

Fuente: elaborado por Mendoza Derling (2022)

T4 mostró las predicciones de los estudiantes en el proyector en la parte delantera de la sala. Él dijo: ‘Estamos tratando de predecir. Creo que es realmente interesante ver el rango de predicciones. ¿Qué información necesitamos saber [para ayudarnos con nuestras predicciones]?’ Dio un paso adelante y comentó sobre cada predicción: “Este grupo está pensando en gráficos... Este grupo está utilizando una tabla’. Después de cinco predicciones, dijo: “Interesante cómo nadie comentó sobre los puntos de partida”. T4 desbloqueó las siguientes dos pantallas para los estudiantes. La pantalla 3 instó a los estudiantes a refinar sus predicciones.

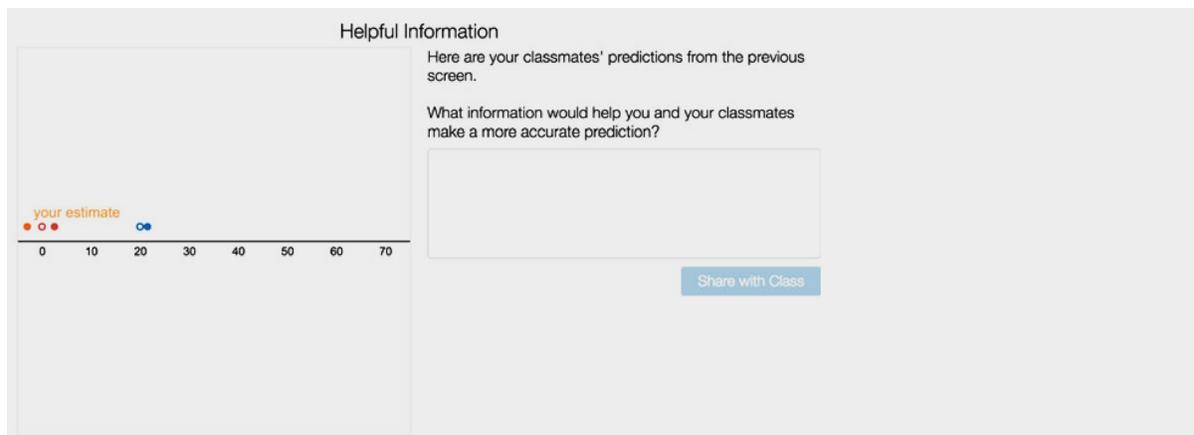


Fig. 4b. La pantalla 2 muestra las predicciones hechas por todos los compañeros de clase.

Fuente: elaborado por Mendoza Derling (2022)

T4 preguntó: “¿Cómo refinaste tu predicción?” Pidió a los estudiantes que fueran a la pizarra y anotaran sus respuestas al mensaje de la pantalla 4. Los estudiantes trabajaron durante 20 minutos usando la pizarra, sus calculadoras tradicionales y sus escritorios. Después de esto, T4 se trasladó a la pizarra para abordar las representaciones de cada grupo de estudiantes, con comentarios como: “Bueno, este grupo simplemente continuó

ese patrón e hizo una tabla”; “Tenemos una tabla de valores mucho más visual por aquí, un detalle cuidadoso de los dos puntos”; “Y luego tenemos gráficos, grupos de parejas en realidad solo para graficar las líneas, una estimación bastante buena, por un poco”. Y concluyó: “Realmente contento con la variedad de soluciones. Creemos que esto cubre cada uno de ellos”. Una vez de vuelta en su computadora, que estaba proyectando Desmos en la pantalla frontal, guió a la clase a través de las diapositivas 5 a 8. Legitimó las representaciones del estudiante en la pizarra resaltando las mismas representaciones de Desmos en las pantallas 5 a 8. En cada diapositiva, pasaba tiempo hablando sobre la representación, lo que ofrece y las razones por las que uno podría elegir una representación sobre otra.

Análisis de los resultados

Las observaciones del aula se analizaron utilizando las cinco categorías (características estructurantes) del marco SFCP. Para cada categoría, las caracterizaciones definitorias se tabulan para los cuatro maestros (véanse las tablas 1, 2, 3 y 4). Siguiendo cada tabla, se describe los retos de los maestros, se enfrentaron al conocimiento artesanal asociado a la tecnología.

Tabla 1. Ambiente de trabajo: definición de la caracterización de cada profesor

Maestro	Definición de caracterización (Ambiente de Trabajo)
T1	Laboratorio de computación: Máquina del profesor en la parte delantera conectada al proyector. Computadoras para todos los estudiantes, en seis filas una frente a la otra. Desmos disponibles en línea
P2	Aula regular: Pantalla frontal del proyector Todos los estudiantes que miran a la pantalla Los estudiantes no tienen acceso directo a Desmos
P3	Aula regular: Estudiantes emparejados, con un iPad por par
T4	Aula normal: Pantalla del proyector que muestra el escritorio del maestro iPads disponibles para los estudiantes. Marcadores de pizarra en la mesa, pizarras disponibles Los estudiantes tenían acceso a todas las herramientas en casi cualquier momento que las necesitaran

Fuente: elaborado por Mendoza Derling (2022)

Tabla 2. Sistema de recursos: definición de la caracterización de cada profesor

Maestro	Definición de caracterización (Sistema de Recursos)
T1	Tres actividades de Desmos planificadas y disponibles para los estudiantes Los estudiantes trabajaron en actividades, computadora y Desmos
P2	Demostraciones y OneNote en el equipo del profesor conectado al proyector Se basó únicamente en conferencias y demostraciones
P3	Lección en la pantalla del proyector frontal Los estudiantes tuvieron acceso al iPad para probar demostraciones similares
T4	Todas las herramientas regulares, incluyendo pizarra, calculadoras y pantalla de proyector que muestra la computadora del maestro Una actividad en Desmos elegida. Paradas planificadas de diapositivas preprogramadas

Fuente: elaborado por Mendoza Derling (2022)

Tabla 3. Estructura de la actividad: Definición de la caracterización de cada profesor

Maestro	Definición de la caracterización (Estructura de la actividad)
T1	El estudiante trabajó a través de dos actividades de Desmos. El primero fue altamente interactivo, estudiante interactuando con el estudiante. La segunda actividad pedía predicciones y preguntas abiertas.
P2	Los estudiantes escucharon, observaron y escribieron notas.
P3	Los estudiantes escucharon, observaron y escribieron notas, pero también se les dio tiempo para explorar ejemplos en el iPad.
T4	La organización de la clase se centró en el uso de múltiples herramientas. Los estudiantes usaron Desmos y pizarras. También observaron la pantalla del proyector del maestro.

Fuente: elaborado por Mendoza Derling (2022)

Tabla 4. Curriculum Script: definición de la caracterización para el profesor

Maestro	Definición de la caracterización (guión curricular)
T1	Se utilizaron las actividades de Desmos para revisar las líneas y ser introducidos a los sistemas lineales. Los estudiantes fueron se les permite progresar a su propio ritmo
P2	Se utilizó la función de zoom para revelar la proximidad de la línea tangente a los valores de la función
P3	Aprender el discurso y las formas de los gráficos de funciones cuadráticas recíprocas
T4	Se utilizó la actividad Desmos que modeló un sistema para que los estudiantes pudieran explorar diferentes representaciones. Los estudiantes tienen la oportunidad de predecir, planificar y representar

Fuente: elaborado por Mendoza Derling (2022)

Ambiente de trabajo

Cada profesor tenía su propio sentido de lo que significaba integrar Desmos en términos del entorno working. Lo común era que los cuatro maestros usaron una pantalla de proyector en la parte delantera de la sala para mostrar Desmos. Tres de los cuatro maestros usaron su aula regular. Sólo uno utilizó el laboratorio de computación (Tabla 1).

En la categoría de entorno de trabajo, T1 fue parcialmente desafiado. Debido al diseño físico del laboratorio de computación, era difícil para ella navegar físicamente por la sala y realizar un seguimiento de lo que los estudiantes estaban haciendo. La configuración de la computadora no ofrecía ninguna posición en la sala donde T1 pudiera ver si los estudiantes estaban en la tarea, ya que los estudiantes estaban casi completamente ocultos detrás de sus monitores de escritorio. Sin embargo, T1 pudo abordar parcialmente este desafío mediante el uso de Desmos para monitorear el ritmo de los estudiantes y sus comentarios escritos entre sí. Esta característica de Desmos era un método diferente para realizar un seguimiento de los estudiantes.

T1 me indicó que le parecía ‘raro’ que estuviera monitoreando, mirando la pantalla de una computadora. Regresó a la computadora del maestro varias veces durante la lección. Algunas de las dificultades que surgieron en el laboratorio de computación fueron problemas técnicos. Cablear la pantalla del proyector a la computadora del maestro fue problemático, al igual que el largo período de tiempo requerido para que las computadoras terminaran de iniciar sesión en todos los estudiantes. Pero el conocimiento artesanal de T1 fue evidente cuando les pidió a los estudiantes que vinieran al frente de la sala mientras esperaban a que las computadoras terminaran de iniciar sesión en todos. Ella usó este tiempo de manera productiva, para explicar las actividades del día.

Si bien T1 había configurado las actividades para mantener a los estudiantes comprometidos, la transición a la actividad interactiva digital hizo que sus estudiantes hicieran muchas preguntas. T1 proporcionó acceso a

Desmos, pero le resultaba difícil apoyar a sus estudiantes en el uso de Desmos. Tenía que interrumpir continuamente la clase para dilucidar las instrucciones. También se movió por la sala para ayudar a los estudiantes individualmente. En la entrevista, señaló que se había sorprendido un poco por la confusión de los estudiantes.

El conocimiento artesanal de T2 era evidente por la forma en que logró que los estudiantes se concentraran. Organizó el entorno para poder mostrar a los estudiantes su propio uso de Desmos en la pantalla del proyector y llamar su atención sobre un fenómeno matemático en particular. Esto brindó a los estudiantes la oportunidad de asistir solo al contenido matemático que quería abordar. Durante la entrevista que siguió a la lección, T2 explicó que eligió que los estudiantes no usaran el CGP ellos mismos porque sentía que habrían sido desafiados a usar el software de la manera en que él demostró. También indicó en la entrevista que no estaba dispuesto a usar las actividades de Desmos porque no tenía tiempo para examinarlas. T3 también permaneció en la parte delantera de la sala, pero entregó iPads a pares de estudiantes. Al principio, su uso de los dos medios diferentes (la pantalla del proyector y los iPads) en paralelo fue difícil de orquestar para los estudiantes. No sabían a cuál atender. Al notar que los estudiantes no estaban usando los iPads, decidió demostrar ejemplos primero. Luego dio tiempo al final de la clase para que los estudiantes probaran cosas ellos mismos en Desmos. Vemos un desarrollo del conocimiento artesanal de T3 en este escenario. Ella tenía la intención de que los estudiantes siguieran junto con su demostración, pero en su lugar les dio tiempo al final para explorar Desmos.

T4 había establecido previamente normas que alentaban a los estudiantes a usar las pizarras blancas, calculadoras o incluso sus teléfonos para apoyar su aprendizaje. El entorno de trabajo de T4 era el más intrincado, ya que su diseño ya era tan rico en recursos que la adición de los iPads no parecía fuera de lugar. Al presentar el iPad junto con las calculadoras y los bolígrafos de pizarra, el acceso y el uso de los iPads parecía natural. No hubo dudas por parte de los estudiantes. Su gestión tanto del acceso como de la transición entre el proyector y el iPad y otros recursos fue fluida y no hubo contratiempos pronunciados (Clark-Wilson, 2013).

Sistema de recursos

Debido a que T1 había trasladado a sus estudiantes al laboratorio de computación, no tenían acceso a los recursos regulares del Aula. Mientras estaba sentada en la clase anterior, en su aula regular, noté que los estudiantes tomaban papel cuadriculado de una pila en la parte posterior de la sala y, durante un caso, un estudiante usó un palo de medidor de aula para dibujar una línea en su escritorio. La regla y la pila de papel gráfico no estaban disponibles en el laboratorio de computación. La coordinación de herramientas familiares junto con herramientas digitales se vio comprometida en el laboratorio de computación porque cuando había problemas o confusión con la actividad de Desmos, el único recurso que tenían los estudiantes, además de Desmos, era el profesor. T1 había organizado recursos adicionales (una tercera actividad de Desmos) para cualquier estudiante que pudiera completar sus dos primeras actividades planificadas. Sin embargo, para el único estudiante que lo usó, la actividad se vio comprometida, ya que requería compartir y trabajar con predicciones por parte de varios estudiantes que trabajaban en la misma actividad.

En la clase T2, el CGP era central. La práctica en el aula de T2 era tradicional en el sentido de que estaba al frente de la sala y los estudiantes no tenían acceso a la tecnología digital, pero esta organización le permitió coordinar la atención de los estudiantes a las características gráficas que quería que notaran. Sin embargo, al centralizar el CGP, hubo una desaceleración significativa cuando la computadora portátil de T2 dejó de responder. T3 trabajó desde el frente de la sala y mantuvo el CGP central también. Al darles iPads a los estudiantes, aumentó la oportunidad para que los estudiantes accedieran a su propio dispositivo, pero pasó por alto lo acostumbrados que estaban los estudiantes a escucharla en la parte delantera de la sala mientras escribían notas. Esta rutina no cambió cuando a esos estudiantes se les dieron iPads. No se estableció el funcionamiento combinado de la pantalla frontal del proyector y el uso de los iPads por parte de los estudiantes.

La integración de T4 de Desmos fue una continuación de su práctica regular de usar múltiples herramientas en el aula. Los estudiantes escribieron en pizarras y mesas. Trabajaron con calculadoras de mano tradicionales,

además de usar Desmos en los iPads. T4 utilizó la pantalla del proyector frontal para referirse a las diapositivas de la actividad Desmos y para proyectar lo que la mayoría de los estudiantes ya estaban viendo en sus pantallas. Las prácticas regulares en el aula de T4 ya habían coordinado un sistema de recursos en términos de la operación combinada de herramientas. Agregar el iPad contribuyó a este sistema solo en términos de las posibilidades del CGS y no requirió un cambio de normas. A lo largo de la lección, T4 continuó sugiriendo que los estudiantes usaran la pizarra para resolver las cosas cuando fuera necesario. Esto fue parte de un enfoque general de alejarse de las notas privadas, a favor de un mayor intercambio público de información.

Estructura de la actividad

Los estudiantes de T1 eran nuevos en Desmos y dudaban en participar en la primera actividad. Durante la entrevista, T1 reflexionó que podría haber preparado mejor a sus estudiantes. Anteriormente, solo les había dado práctica de tareas, exámenes y cuestionarios. La primera actividad Desmos de T1, donde los estudiantes interactuaron entre sí, fue un éxito en términos de participación de los estudiantes. Una vez que los estudiantes entendieron cómo funcionaba la actividad, disfrutaron del desafío. La confusión surgió entre los estudiantes cuando Desmos se refirió a los pares ordenados. La lección anterior de T1 solo había funcionado con la pendiente y la intersección en Y de una línea. Ella era consciente de que la actividad de Desmos era material nuevo para los estudiantes, pero pensó que el contenido que les había enseñado se trasladaría a la actividad de Desmos relativamente sin problemas. Desafortunadamente, no estaba preparada para las preguntas y la dificultad del cambio de terminología. El título de la actividad que utilizó fue ‘Soluciones a sistemas de ecuaciones lineales’, que insinuaba el enfoque en un par ordenado como solución. Sin embargo, esto se pasó por alto. T1 había elegido Desmos porque esperaba que las actividades interactivas ayudaran a los estudiantes a recordar y fortalecer los conceptos a través de esta actividad. Si tuviera que revisar en su aula regular, pensar en una actividad habría sido mucho trabajo. Alternativamente, podría haber recurrido simplemente a dar una conferencia y repetir lo que ya había declarado en una lección anterior. Pasar al laboratorio de computación y usar Desmos introdujo nuevas estructuras de interacción y nuevos roles, lo que resultó en un cambio de formato de actividad. Tanto las actividades interactivas como las de investigación de Desmos introdujeron a los estudiantes a formas de trabajo que eran radicalmente diferentes de sus rutinas regulares en el aula. Desmos ofreció su propia plantilla de actividad en términos de predicción-prueba-explicación.

En la lección de T2 sobre aproximación lineal, usó Desmos para mostrar vívidamente qué tan cerca está una recta tangente de una función cuando el punto de tangencia está a poca distancia. Esta técnica matemática sería muy difícil de dibujar en una calculadora gráfica regular u otro recurso tradicional. T2 utilizó Desmos para la técnica pedagógica de convencer a los estudiantes a través de un proceso de visualización de que la aproximación de la recta tangente es válida. En lugar de ofrecer solo una técnica algorítmica, T2 utilizó la función de zoom Desmos para mostrar visual y convincentemente que la aproximación tangente funcionaba. La estructura de la interacción era la tecnología proyectada, que estaba destinada a ser el foco de atención, para que los estudiantes pudieran observar el fenómeno matemático. T2 valoró la precisión de Desmos. El formato de la actividad, sin embargo, no era muy diferente de su estilo de enseñanza regular en el aula. T3 usó colores para aclarar conceptos que sabía que a menudo eran confusos para los estudiantes. Dada una cuadrícula de coordenadas, cuando se traza una función, su reciprocidad y las asíntotas de la recíproca, puede ser difícil distinguir entre las tres relaciones diferentes.

La elección de T3 de pasar tiempo coloreando cada relación mientras sus estudiantes observaban resaltaba la importancia que le daba a diferenciar los gráficos. Los iPads que se proporcionaron dieron a los estudiantes la oportunidad de probar lo que el profesor estaba demostrando, pero el formato era nuevo y, en consecuencia, difícil de establecer. T4 controló el ritmo de su lección congelando la pantalla en puntos críticos. Lo hizo para que ningún estudiante pudiera continuar trabajando más allá de una etapa en particular. Esto aseguró que todos los estudiantes estuvieran en el mismo lugar cuando les pidió que fueran a la pizarra para representar la actividad de carreras de una manera que tuviera sentido para ellos. T4 mostró que valoraba esas predicciones y estableció una relación entre el contenido matemático y las predicciones del estudiante. Cuando T4 pidió

a los estudiantes que fueran a la pizarra para mostrar su representación, el papel del estudiante se repositonó como uno nuevo interactivo, en contraste con su papel más pasivo con la pantalla de Desmos congelada.

Guión curricular

T1 pretendía que la primera actividad de Desmos revisara la relación entre las líneas y su pendiente, que es un tema curricular importante en el grado 10. Eligió la segunda actividad para abordar las soluciones a los sistemas lineales. Transmitía la idea de que un punto en una línea satisface la ecuación de esa línea cuando se conecta. T1 permitió a los estudiantes progresar a través de las dos actividades, pero monitoreó su progreso para que ella pudiera notar cómo las actividades ayudaron o dificultaron sus entendimientos. Cuando los estudiantes tenían desafíos, ella interrumpía su trabajo en la computadora con aclaraciones verbales. Aunque el objetivo de T2 era enseñar aproximación lineal, organizó Desmos para resaltar la justificación del proceso en lugar del algoritmo. T2 se centró en acercar y enmarcar propiedades gráficas importantes, para que los estudiantes pudieran ver por sí mismos el fenómeno del que estaba hablando.

T3 quería que los estudiantes practicasen las técnicas que les mostró en Desmos. Ella creía que al darles una buena herramienta, así como una buena técnica de uso de colores, podría darles un lugar para comenzar a explorar. Ella sabía por la enseñanza anterior de este tema que distinguir entre un gráfico y su reciprocidad es un desafío y que la pulcritud y la precisión son muy importantes. T3 se preocupaba por dar a los estudiantes acceso al contenido, no destacando el contenido ni siquiera dándoles las competencias, sino simplemente dándoles una herramienta para visualizar. T4 cubrió el tema de los sistemas lineales. Esto incluye resolver gráficamente, resolver algebraicamente, conectar pares ordenados con el significado de una solución algebraica y resolver problemas en el contexto situacional. En términos de competencias, en la tabla 5 se expone la representación de T4, centrándose en cómo “Representar ideas matemáticas en formas concretas, pictóricas y simbólicas” (BC Ministry of Education, 2015). T4 explotó la posibilidad de la pantalla de congelación de Desmos para gestionar la progresión del estudiante de esta competencia matemática.

Tabla 5. Economía del tiempo: definición de la caracterización para cada profesor

Maestro	Definición de la caracterización (Economía del Tiempo)
T1	Surgieron ineficiencias en el tiempo, particularmente cuando T1 caminaba hacia cada par de estudiantes para ayudar con los mismos tipos de problemas para cada uno.
P2	No se detectó ninguna diferencia horaria con respecto a la clase tradicional.
P3	Se dio tiempo para la exploración de los estudiantes, pero ese tiempo no fue productivo; no es suficiente tiempo dado para que los estudiantes participen.
T4	La eficiencia del tiempo no parecía ser un foco en la gestión de las herramientas. Esta lección fue lenta y deliberado, pero también el más efectivo en términos de participación y claridad de los estudiantes.

Fuente: elaborado por Mendoza Derling (2022)

Economía del tiempo

Desde una perspectiva de economía del tiempo, la breve revisión de T1 estaba bien situada para coincidir con las computadoras calentándose lentamente. Sin embargo, se sorprendió de que la revisión no conectara bien con la actividad de Desmos. De hecho, esta revisión causó tensión a los estudiantes más tarde, cuando estaban trabajando en una actividad conflictiva en Desmos. T2 quería abordar el contenido de su lección directamente. Usó Desmos para enfocarse en un fenómeno en particular, en lugar de alterar la escala de tiempo de su clase. Si no hubiera usado Desmos, probablemente habría tenido que dibujar sus gráficos en la pizarra. En la compensación entre la funcionalidad de Desmos y los gráficos lentos dibujados a mano, no está claro si se ahorró o perdió tiempo al usar Desmos. T3 quería que los estudiantes usaran Desmos de la misma manera que ella, pero no había dado suficiente tiempo para que los estudiantes se familiarizaran con el software. El tiempo no parecía ser un problema para T4. Al centrarse en las conexiones, en lugar del tiempo, pudo impartir una rica lección. T4 trabajó a través de una sola actividad de Desmos, pero la convirtió en una lección llena de actividad.

Discusión

Aunque los resultados de estos cuatro casos no son estadísticamente generalizables, proporcionan información sobre la enseñanza con paquetes de gráficos conectados. A continuación, abordo las preguntas de investigación en cuatro secciones: adquisición de conocimientos artesanales, práctica en el aula, desafíos y estrategias. En tabla 6 (véase más adelante) se resumen las conclusiones que se examinan en esta sección.

Adquirir conocimientos artesanales

Este estudio encontró que los maestros no fueron entrenados formalmente en Desmos. En cambio, cada maestro tuvo que aprender Desmos por su cuenta y simplemente probando cosas en su aula. Quedó claro en este estudio que los maestros aprendieron a usar Desmos a través de desafíos. Por ejemplo, T1 no había probado una actividad de Desmos antes y se sorprendió de lo confundidos que estaban los estudiantes. Durante la entrevista, hubo evidencia de que había aprendido de esta experiencia: “Este es mi primer año trabajando con Matemáticas 10 en este plan de estudios, y he estado, en general, haciendo cuestionarios, nuevas notas, práctica fuera del libro de texto [pausa] enseñanza tradicional”. Ella pensó que esto podría explicar por qué sus estudiantes estaban confundidos por la actividad. Originalmente había pensado que la actividad de Desmos en sí misma sería suficiente para involucrar activamente a los estudiantes. Sin embargo, aprendió que los estudiantes necesitan más tiempo y práctica para familiarizarse con las nuevas actividades y cualidades de Desmos.

Tabla 6. Resumen de los conocimientos artesanales de cuatro maestros, la práctica en el aula, los desafíos y las estrategias

Conocimiento artesanal	T1	Reconoce la necesidad de examinar las actividades de Desmos para anticipar las preguntas de los estudiantes y los posibles desafíos
		Encuentra que interactuar con los estudiantes es más informativo que monitorear a los estudiantes en el panel de Control de Desmos
	P2	Entiende que el uso de Desmos como herramienta de demostración es el uso más eficiente del tiempo
	P3	Identifica la necesidad de ralentizar sus transiciones entre ejemplos
T4	Aprecia que pausar diapositivas en Desmos brinda oportunidades para que los estudiantes hablen y piensen en ideas.	
Práctica en el aula	T1	T1 tiene que renegociar su movimiento en el laboratorio de computación, así como dar más tiempo para que los estudiantes hagan más trabajo individual.
	P2	La presentación de T2 tanto de notas como de gráficos es más precisa
	P3	T3 pasa solo la mitad del tiempo frente a la sala, ahora camina y ayuda a los estudiantes a usar Desmos
	T4	Hay más idas y venidas entre las mesas y las pizarras, ya que T4 utiliza Desmos como un aviso para el trabajo de la pizarra
Desafíos	T1	Tiene que encontrar tiempo para las actividades veterinarias
		En un laboratorio de computación, hay desafíos de ver visiblemente todos los
	P2	Confiar en un dispositivo causa muchas interrupciones cuando hay una falla de la tecnología
	P3	Tiene que compartir el carrito del iPad con todos los demás maestros de la escuela, lo que podría limitar su acceso para usar Desmos
T4	Improvisar con las predicciones de los estudiantes in situ introdujo tener que lidiar con respuestas tontas	
Estrategias	T1	Introdujo una lección de revisión interactiva mediante el uso de la actividad Desmos ‘Polígrafo’ que fue recibida positivamente por los estudiantes
	P2	Uso de la función de zoom para actuar como convincente visual
	P3	Codificación de colores integrada en sus gráficos para llamar la atención sobre características matemáticas significativas
	T4	Situado Desmos como un aviso para la participación del grupo de estudiantes en la pizarra

Fuente: elaborado por Mendoza Derling (2022)

Conclusión

En ausencia de una capacitación formal relevante, los maestros deben encontrar sus propias formas de integrar paquetes de gráficos conectados en sus aulas. La popularidad de Desmos sugiere que, para algunos maestros, este esfuerzo puede estar al alcance y tener beneficios que valgan la pena. Como un paquete de gráficos conectado, Desmos amplía la calculadora gráfica, al agregar conectividad permitiendo a los estudiantes interactuar a través de actividades en red, como la visualización de las predicciones de otros estudiantes en la actividad de autos de carreras. También es gratuito, funciona en la mayoría de los dispositivos y tiene un equipo de educadores que crean y examinan actividades para los estudiantes. Los maestros tienen acceso a muchas posibilidades cuando usan CGP. T1 ofrece su marco SFCP como una forma de evaluar la enseñanza, incluidas las características definitorias de una situación, así como las interacciones y respuestas del maestro a esas características. Este estudio de caso de cuatro maestros contribuye a comprender cómo los maestros pueden hacer uso de este potencial. La gama de categorías en el marco de T1 es amplia. La justificación, sin embargo, de la amplia gama de categorías es que permite una visión de la práctica holística en el aula al integrar la tecnología digital. El marco de T1 para mí captura la inmediatez y la urgencia de los maestros en acción. Al centrarse en el conocimiento artesanal y en cuestiones materiales, está conectado a la práctica real. Cada profesor creó una forma particular de usar Desmos para crear nuevas formas de expresión. T1 y T4 utilizaron actividades de Desmos que combinaban ideas matemáticas con interacción social. T2 y T3 utilizaron las características de Desmos para llamar la atención sobre el fenómeno matemático. Los CGP, en los cuatro casos estudiados, fueron generalmente fiables y robustos. De las características estructurantes del marco, el sistema de recursos, la estructura de actividades y el guión curricular estaban fuertemente en manos de los maestros. Donde se identificaron desafíos obvios fue en el entorno de trabajo, que luego, por supuesto, impactó la economía del tiempo.

En términos de las preguntas de investigación, vimos a los maestros desarrollar y realizar su experiencia, o elaborar conocimientos. La maestra menos experimentada, T1, aprendió de la confusión que expresaron sus estudiantes, que la preparación de un maestro debe incluir la gestión de la transición entre entornos no digitales y digitales. En particular, tuvo que considerar cómo conectar el lenguaje y los conceptos en las actividades de Desmos con aquellos que ya son familiares para los estudiantes. En contraste, el maestro más experimentado, T4, no mostró evidencia de aprendizaje en el momento. Tampoco se encontró con ningún desafío aparente. Más bien, expresó su experiencia a través de su práctica, orquestando su aula con fluidez y reflexión. Este contraste habla del hecho de que, cuanto más se intente usar CGP, más familiarizado se familiarizará con su conectividad y posibilidades. Esto no es un sustituto de la formación de profesores en los CCP, pero puede verse como una realidad y un enfoque potencialmente positivo para la integración de los CGP. Finalmente, este estudio observó cómo, en la práctica, la tecnología digital, como los paquetes de gráficos conectados, puede ofrecer formas únicas de interactuar con las matemáticas. Por ejemplo, Desmos se puede utilizar para hacer zoom con alta resolución para dilucidar, tanto visual como dinámicamente, un proceso matemático que no se puede hacer de manera comparable sin CGP. En términos más generales, Desmos brinda la oportunidad de realizar, observar y analizar experimentos matemáticos. Estas son nuevas formas de participación, especialmente debido a la conectividad, que ahora están disponibles para los maestros. Continuar compartiendo conocimiento artesanal y avanzar en nuestra comprensión de cómo se desarrolla solo puede mejorar los beneficios prácticos de estas nuevas tecnologías digitales. Finalmente, se puede concluir que el software Desmos es una herramienta digital en matemáticas artesanales ecuatorianas. ©

Derling José Mendoza Velazco. Experiencia: Orientador metodólogo de CAMIPER. Docente investigador universitario y editor-revisor, prácticas preprofesionales, coordinación del Proyecto de Conciencia Ambiental Educativa, coordinación del Proyecto del Algoritmo Basado en Números, educación matemática. Coordinación de proyectos de competencias emocionales. Docente-investigador-metodología de la investigación científica,

editor adjunto. Coordinador de prácticas preprofesional. Coordinador de metodología de la investigación. Docente de matemáticas. Coordinador de investigación. Docente de investigación y estadística. Docente de bachillerato matemáticas, física y química. Investigación en el pensamiento educativo, formación por competencias, turismo social como herramienta de calidad de vida, competencias sociales y educativas, la didáctica de las matemáticas investigativas, lógica emocional investigativa. **Formación:** Doctor en Educación. Máster en Ciencias Educativas, Master en Tecnología y en Innovación Educativa. Licenciado en Educación con mención en Matemáticas y en Educación con mención en Física. Especialista en Didácticas de las Matemáticas. Técnico Superior en Electrónica. Afiliación institucional: IMF Smart Education of Universidad Particular de San Gregorio Portoviejo, Ecuador.

Referencias bibliográficas

- Artigue, Michele (2002). Aprender matemáticas en el entorno CAS: La génesis de una reflexión sobre la instrumentación y la dialéctica entre el trabajo técnico y conceptual. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(3), 245-274. <https://doi.org/10.1023/A:1022103903080>
- Obispo, Arle (1998). Investigación, eficacia y el mundo de los profesionales. En A. Sierpiska & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education as a research domain: A research for identity (an ICMI study)* (pp. 33-45). Kluwer.
- Bozkurt Gulay & Kenneth Ruthven (2018). La estructura de actividades de las lecciones de matemáticas basadas en la tecnología: un estudio de caso de tres profesores en escuelas secundarias inglesas. *Investigación en Educación Matemática*, 20(3), 254-272. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1474798>
- Bretscher, Begolli. (2014). Explorando la brecha cuantitativa y cualitativa entre la expectativa y la implementación: Una encuesta de los usos de las TIC por parte de los profesores de matemáticas inglesas. En A. Clark-Wilson, O. Robutti, & N. Sinclair (Eds.), *The mathematics teacher in the digital era: An international perspective on technology focused professional development* (Vol. 2, pp. 43-70). Salmer.
- Brickner, Daniels. (1995). *Los efectos de las barreras de primer y segundo orden al cambio en el grado y la naturaleza del uso de la computadora de los profesores de matemáticas secundarias: un estudio de caso* [Tesis doctoral no publicada]. Universidad de Purdue].
- Brown, Seols & McIntyre, Doly (1993). *Dar sentido a la enseñanza*. Prensa Universitaria Abierta.
- Cheung, Alan & Slavin, Robert (2013). La efectividad de las aplicaciones de tecnología educativa para mejorar el rendimiento matemático en las aulas de K-12: un meta-análisis. *Educational Research Review*, págs. 9, 88-113. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2013.01.001>
- Clark Wilson (2013). Aprender a usar nuevas tecnologías –abrazar esos contratiempos de la lección– Parte 2. *Enseñanza de las matemáticas*, págs. 236, 31-33.
- Drijvers, Pablo, Michel Doorman, Pedro Boon, Helen Caña y Koeno Gravemeijer (2010). El profesor y la herramienta: Orquestaciones instrumentales en el aula de matemáticas rica en tecnología. *Estudios Educativos en Matemáticas*, 75(2), 213-234. <https://doi.org/10.1007/s10649-010-9254-5>
- Dominique Guin y Lucas Trouche (2002). Masterización por parte del profesor de la génesis instrumental en entornos CAS: Necesidad de orquestaciones instrumentales. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 34(5), 204-211. <https://doi.org/10.1007/BF02655823>
- Hernández, Roberto & Mendoza, Christian (2018). *Metodología de la investigación. Las rutas cuantitativas, cualitativas y mixtas*. Mc Graw Hill Educación Editorial

- Hoyles, Charloes. (2018). Transformar las prácticas matemáticas de los alumnos y profesores a través de la tecnología digital. *Investigación en Educación Matemática*, 20(3), 209-228.
- Koehler, Matthew & Mishra, Punya (2009). ¿Qué es el conocimiento de contenido pedagógico tecnológico (TPACK)? *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 9(1). <https://citejournal.org/volume-9/issue-1-09/general/what-is-technological-pedagogical-content-knowledge>.
- Liljedahl, Paul. (2016). Construcción de aulas pensantes: Condiciones para la resolución de problemas. Felmer.
- Felmer Patricio, Erkki Pehkonen, Jeremy Kilpatrick (2016). *Posing and solving mathematical problems: Advances and new perspectives* (pp. 361-386). Salmer.
- Mason, Joseph. (2001). *Investigando tu propia práctica: La disciplina de notar*. Prensa Routledge Falmer.
- Mendoza, Derling, Flores, Elizeth, Cejas, Magda, & Liccione, Edith. (2021). La ansiedad matemática y sus efectos en el rendimiento de los estudiantes de ingeniería durante la pandemia de Covid 19. *Revista sobre Educación Matemática*, 12(3), 547-562. <http://doi.org/10.22342/jme.12.3.13205.547-562>
- Mendoza, Derling, Flores, Elizeth, Salvador, Janeth, Paz, Janeth y Sánchez, Mercedes (2022). Actitudes del profesorado ecuatoriano de secundaria hacia el desarrollo STEM en línea en 2022. *Revista Internacional de Aprendizaje, Enseñanza e Investigación Educativa*, 21(7), 59-81. <https://www.ijlter.org/index.php/ijlter/article/download/5552/pdf>
- Ministerio de Educación del Ecuador (2022). Tecnología para la Educación. <https://educacion.gob.ec/tecnologia-para-la-educacion/#:~:text=El%20Sistema%20Integral%20de%20Tecnolog%C3%ADas,el%20uso%20de%20las%20tecnolog%C3%ADas>.
- Monaghan, John. (2004). Actividades docentes en clases de matemáticas de base tecnológica. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9(3), 327-357. <https://doi.org/10.1007/s10758-004-3467-6>
- Ruthven, Kenneth (2009). Hacia una conceptualización naturalista de la integración tecnológica en la práctica en el aula: El ejemplo de las matemáticas escolares. *Éducation et Didactique*, 3(1), 131. <https://doi.org/10.4000/educationdidactique.434>
- Ruthven, Kenneth (2011). Conceptualización del conocimiento matemático en la enseñanza. En T. Rowland & K.
- Ruthven Kenneth (Eds.), *Conocimiento matemático en la enseñanza* (pp. 83-96). Salmer.
- Ruthven, Kenneth. (2014). Marcos para analizar la experiencia que sustenta la integración exitosa de las tecnologías digitales en las prácticas docentes cotidianas. En A. Clark-Wilson, O. Robutti, & N. Sinclair (Eds.), *The mathematics teacher in the digital era: An international perspective on technology focused professional development* (Vol. 2, pp. 373-394). Salmer.
- Shulman, Lee (1986). Los que entienden: Crecimiento del conocimiento en la enseñanza. *Investigador Educativo*, 15(2), 4-14. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>
- Sinclair, Nathalie. (2014). Generaciones de investigación sobre nuevas tecnologías en la educación matemática. *Enseñanza de las matemáticas y sus aplicaciones*, 33(3), 166-178. <https://doi.org/10.1093/teamat/hru013>
- Stake, Robert (1995). *El arte de la investigación de estudios de casos*. Salvia. Rorpor estibus endus si cum quia et officat faces molo bere, qui offic totaspel ipit id qui denis esti none vitatur, tem quis ad ut aute nonsequ asperio eiur? Ut eri destis nonsequ oditas sita as sum enderiat laces dolectores alic tet, suntio voluptas quatent.
- Sapeliscil expliqui officie nimus, cusam facerch illescim dellesti dita cus re, comnis doluptae. Raepratur, eum nonsed mostectat dem veritiur alignisciate seque maximin nimusae nectur, verioria consent vel molestia sintoreprehendandam sunt pratur magnaturent aut volorum et que quae. Cae ditiam quodige nihille caborepudic temporibus iusa sum re velissimodi si odisqui in rest endigendi net eum aut omnimi, sam fugiaectatus autem. Nem volupta epelecatu audi dempor susdae nonsecullor as moluptae num aut as