Efectos de Tamaño en Cavidades Resonantes Mesoscópicas.

Size effect in mesoscopic resonant cavities.

Julio Heras, Jessica Rivas, Juan Petit y Otto Rendón.

RESUMEN

Hoy en día existe un interés en investigar sobre cavidades semiconductoras de tamaños mesoscópicos, tanto por cuestiones básicas como por su posible aplicación tecnológica en el nuevo paradigma de la computación cuántica. El uso de cavidades mesoscópicas para la producción de fonones de una manera controlada, o para la producción de un número bajo de fotones es, en la actualidad, una realidad (Brandes, 2005). En este trabajo se realiza un análisis teórico sobre el número de modos de fotones permitidos en una cavidad mesoscópicas, y se deduce la radiancia espectral, para una temperatura T, tanto con respecto al número de onda λ como la frecuencia ν. Distinto al caso macroscópico donde el producto entre ν_{max} y λ_{max} no es igual a la velocidad de la luz c, se observa que el máximo en la radiancia espectral para la cavidad mesoscópica presenta una transformación que respeta la relación de dispersión de ondas electromagnética en el vacío, $\nu_{max}\lambda_{max} = c$. Es necesario acotar que el entendimiento teórico de los experimentos en cavidades resonantes macroscópicas dio origen a la física cuántica.

SUMMARY

Nowadays, there is a growing interest in researching about mesoscopic-size semiconductive cavities, both on the basis of basic matters and because of their possible technological applications in the new paradigm of quantum computing. The use of mesoscopic cavities for producing phonons in a controlled way, or for producing them in small quantities is, currently, a reality (Brandes, 2005). A theoretical analysis about the number of types of photons allowed in mesoscopic cavities is made, as well as deduction of spectral radiance, for a temperature T, both for the wave number λ and the frequency ν. Unlike the macroscopic case where the product between ν_{max} and λ_{max} does not equal the speed of light c, the maximum spectral radiance for the mesoscopic cavity experiments a transformation that respects the scattering relation of electromagnetic waves in vacuum, $\nu_{max}\lambda_{max} = c$. It is important to highlight that theoretical understanding of experiments on resonant cavities was the beginning of quantum physics.

PALABRAS CLAVE / Física Cuántica / Fotones / Radiancia espectral / Cavidad resonante / Sistemas mesoscópicos /

Julio Heras. Bachiller de la República Bolivariana de Venezuela. Licenciando en Física, Universidad de Carabobo (UC), Venezuela. E-mail: jheras@uc.edu.ve.

Jessica Rivas. Bachiller de la República Bolivariana de Venezuela. Licenciando en Física, Universidad de Carabobo (UC), Venezuela. E-mail: jkrivas@uc.edu.ve.

Juan Petit. Bachiller de la República Bolivariana de Venezuela. Licenciando en Física, Universidad de Carabobo (UC), Venezuela. E-mail: jcpetit@uc.edu.ve.

Otto Rendón. Licenciado en Física, Universidad Simón Bolivar (USB), Venezuela. Magíster en Física, Universidad Simón Bolivar (USB), Venezuela. Doctorando en Física, Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas (IVIC), Venezuela. Profesor, Universidad de Carabobo (UC), Venezuela. Dirección: Departamento de Física, Facultad Experimental de Ciencias y Tecnología, Universidad de Carabobo, Sector Bárbula, Naguanagua 2005, Edo. Carabobo, Venezuela. E-mail: orendon@uc.edu.ve.

En 1900, Max Planck obtuvo la expresión teórica que reproduce la distribución espectral de la intensidad de radiación emitida por una cavidad resonante, cuerpo negro, cuando ésta se encuentra en equilibrio térmico a una temperatura absoluta T. Max Planck postuló, en su trabajo seminal, el concepto de quantum de energía $\varepsilon = h\nu$, para describir el intercambio de energía entre materia y radiación en forma discreta. Siendo la constante h, ahora denominada constante de Planck, igual a 6,62618(4) x 10^{-34} joule-seg, y ν la frecuencia de la radiación electromagnética.

En la actualidad el estudio de nano-cavidades resonantes de bosones (fonones o fotones) (Brandes, 2005) es importante para controlar la decoherencia en los electrones, a través de la interacción entre materia y radiación. Como ejemplo de nano-cavidades de fonones se tienen sistemas de dos gotas cuánticas (double dot) ó sistemas bidimensionales de electrones libres (2DEG) confinados electrostáticamente.

Realizando un análisis en la distribución espectral de la intensidad de radiación emitida por un cuerpo negro, un grupo de bachilleres del curso de Física

Cuántica del 3er año de la licenciatura de Física de la Universidad de Carabobo, Venezuela, observaron que el punto ν_{max} donde ocurre el máximo de la radiancia espectral $\rho(\nu)$ viola la relación $\nu_{max}\cdot\lambda_{max}=c$, donde $c=3x10^8$m/s es la velocidad de la luz y λ_{max} es el punto donde se encuentra el máximo de la radiancia espectral cuando se expresa con respecto a la longitud de onda λ de la radiación.

La aparente contradicción, es resuelta cuando se entiende que el cambio de variable no lineal $\lambda\cdot\nu=c$, que lleva la radiancia espectral $\rho(\nu)$ a $\rho(\lambda)$, no es una simple sustitución de variables. La transformación de $\rho(\nu)$ a $\rho(\lambda)$ bajo $\lambda\cdot\nu=c$ es un cambio de variable que deja invariante las medidas , distribuciones o densidades.

$$\rho(\nu)d\nu = \rho(\lambda)d\lambda$$

Esta clase de mapeo, no tiene porque transformar los máximos de la función ρ con la misma funcionalidad que el cambio de variable.

Bajo esta misma línea de argumentación se plantean dos preguntas:

- ¿Qué clase de distribución espectral ρ mantiene válida la relación $\nu_{max}\cdot\lambda_{max}=c$?
- ¿Cuáles condiciones se deben satisfacer para observar esa clase de radiación espectral?

¿Qué clase de distribución espectral ρ mantiene válida la relación $\nu_{max}\cdot\lambda_{max}=c$?

Desde la teoría de distribuciones, es bien conocido la siguiente relación para la función delta de Dirac:

$$\delta(g(x)) = \sum_i \frac{\delta(x - x_i)}{|g'(x_i)|}$$

con x_i soluciones a la ecuación g(x)=0 y g'(x) la derivada de g con respecto a su argumento. Luego por inspección directa se reconoce que

$$\rho(\nu) = \sum_n \delta(\nu - \nu_n)\overline{E}_T(\nu) \quad \equiv \quad \rho(\lambda) = \sum_k \delta(\lambda - \lambda_k)\overline{E}_T(\lambda),$$

entonces bajo la transformación $\lambda=c/\nu$, ρ presenta formalmente la misma estructura. Es importante recalcar que $\overline{E}_T$ es la energía promedio del sistema, cuando está en equilibrio térmico a una temperatura absoluta T.

Como el mapeo anterior es uno a uno entre ν_n y λ_n, se muestra, $\nu_{max}\cdot\lambda_{max}=c$. En respuesta a la primera interrogante, se concluye que la clase de distribución espectral es de carácter discreto.

¿Cuáles condiciones se deben satisfacer para observar esa clase de radiación espectral?

Se calcula bajo qué condiciones experimentales se puede observar un espectro de naturaleza discreta en una cavidad resonante. Para fijar idea, se estudia el caso de una cavidad resonante de radiación electromagnética de dimensión igual a 2. Los modos resonantes, linealmente polarizado, permitidos en una cavidad de volumen $V_{2D}=L^2$, son: $\vec{k}_{\vec{n}} = \left(\frac{n_x \pi}{L}, \frac{n_y \pi}{L}\right)$, con n_x y $n_y \in \mathbb{Z}$.

Se define la diferencia del módulo del vector número de onda $\vec{k}$ a primeros vecinos: $\Delta\vec{k} = \frac{\pi}{L}\sqrt{\Delta n_x^{\ 2} + \Delta n_y^{\ 2}}$ con $\Delta n_x=1$ y $\Delta n_y=0$. Entonces para el límite termodinámico se tiene un espectro continuo $\Delta k \approx 0$; y para una nano-cavidad resonante un espectro con característica discreta, $\Delta k = \frac{\pi}{L}$, siendo $L \approx 290$ nm (Couny et al, 2007).

Conclusiones

A partir del carácter discreto de la radiancia espectral se observa que el punto donde ocurre el máximo se transforma bajo la relación $\nu_{max} \cdot \lambda_{max} = c$, condición no satisfecha para un espectro de carácter continuo. El espectro de carácter discreto se produce en cavidades resonantes de dimensiones mesoscópicas, $L \approx 300$ nm (Couny et al, 2007). Para observar un espectro discreto el aparato de medida debe discriminar intervalos de longitud de onda menores a $\Delta\lambda < L/(n_x+n_y)$ para n_x y $n_y \in \mathbb{Z}$, y entonces, la información asociada al aparato es positiva, $I = -Ln(\Delta\lambda(n_x+n_y)/ L)$, (Brillouin, 2004).

Referencias

Brandes T (2005) Coherent and quantum optical effects in mesoscopic systems. Physics Reports. 408: 315-474.

Brillouin L (2004) Science and Informatión Theory . Courier Dover. Second Edition.

Couny F, Benabid F, Roberts PJ, Light PS, Raymer MG (2007) Generation and Photonic Guidance of Multi-Octave Optical-Frequency Combs. Science 318: 1118-1121.