

Evaluación de la exactitud de modelos de elevación digital (MED) de malla regular generados a partir de curvas de nivel

Accuracy assessment of digital elevation models (DEM) of regular grid derived from contour lines

José Vílchez*

Recibido: enero, 2000 / Aceptado: febrero, 2000

Resumen

En este artículo se presenta una evaluación de la exactitud de varios modelos de elevación digital (MED) de malla regular generados a partir de curvas de nivel digitalizadas sobre un plano. Los criterios de evaluación fueron los siguientes: Valor absoluto de la máxima y mínima diferencia entre la cota de los puntos de las curvas de nivel originales y su correspondiente cota interpolada en el modelo de elevación, error medio cuadrático (RMSE) y porcentaje de puntos con esa diferencia menor a 1/3 del intervalo entre curvas de nivel. Las pruebas realizadas indican que la generación de MED a partir de planos de curvas de nivel puede realizarse de manera rápida y con exactitudes que satisfacen los requerimientos de la ortorectificación digital, resultando el *Kriging* el mejor de los métodos de interpolación.

Palabras clave: modelo de elevación digital; ortorectificación.

Abstract

This article presents an assessment of the accuracy of digital elevation models (DEM) of regular grid derived from contour lines digitised from a map. The assessment is based on the difference of height between contour lines digitised and the interpolated value at the same point in a generated DEM. The criteria used for the assessment are: Root-mean-square error (RMSE), the absolute value of the maximal and minimal difference, and the percent of points whose difference is less to 1/3 of contour interval. The experiments indicate that the accuracy of the DEMs derived from contour maps satisfies the requirements of the digital rigorous rectification of photographic images. Of all the interpolation methods used in this work, the Kriging method was the best.

Key words: digital elevation model; orthorectification.

* Universidad de Los Andes, Facultad de Ingeniería, Instituto de Fotogrametría, Mérida-Venezuela.
E.mail: vilchez@ing.ula.ve

Introducción

Un MED se define como una estructura numérica de datos que representa la distribución espacial de la altura de la superficie del terreno. Consiste de dos componentes fundamentales (Leberl, 1973):

- a) Un grupo de puntos representativos de la superficie de la Tierra, cuyas coordenadas planialtimétricas X, Y, Z son almacenadas en el computador según una estructura de datos seleccionada;
- b) Algoritmos para interpolar la coordenada Z de puntos de coordenadas X,Y conocidas.

Los puntos representativos del MED, dependiendo de la estructura de datos utilizada, pueden ser obtenidos mediante la selección (estructura TIN) o interpolación (estructura de malla regular) a partir de una muestra de puntos tomada de modelos fotogramétricos o de planos de curvas de nivel existentes. Si se toman de modelos fotogramétricos, la muestra de puntos puede registrarse de diferentes maneras (Stanley, 1975):

- a) En forma irregular: el espaciamiento entre los puntos es irregular debido a que son seleccionados en aquellos sitios donde existan cambios de pendiente. Este proceso requiere tomar un gran número de decisiones.
- b) En forma de curvas de nivel: Los valores de Z son espaciados igualmente y los puntos de una misma

altura seleccionada se registran en forma de curvas de nivel. Los puntos registrados se escogen por inspección, siendo la separación entre ellos pequeña a lo largo de la curva de nivel en áreas donde el terreno es rugoso y de mayor magnitud en áreas planas.

- c) En forma de perfiles: Se seleccionan perfiles paralelos espaciados igualmente y sus puntos se registran en aquellos sitios donde existan cambios de pendiente.
- d) En forma de malla regular: Es un caso especial del registro por perfiles, en el cual el espaciamiento de los valores de coordenadas horizontales a lo largo del perfil es constante. Por conformar una matriz de alturas, es decir, la posición horizontal está definida por un arreglo de filas y columnas, este proceso requiere sólo el almacenamiento de los valores de Z, y la topología está implícitamente definida.

En un MED, la manera de organizar el almacenamiento de los puntos (estructura de datos) en el computador, depende del modelo de datos usado para representar la elevación de la superficie terrestre. Una estructura de datos muy intuitiva para la representación visual de la elevación del terreno es aquella que almacena los datos en forma de curvas de nivel; sin embargo, esta estructura requiere de un número considerable de operaciones a la hora de estimar por interpolación nuevos puntos. Por esta razón, se han diseñado otras estructuras

que facilitan el manejo de la información y a la vez describen lo mejor posible el relieve topográfico. En la práctica se ha generalizado el uso de dos estructuras: La malla regular y la red de triángulos irregulares (TIN) (Felicísimo, 1994; Mark, 1994). En el caso de la malla regular, se hace necesario interpolar, a partir de la muestra de puntos, sus nodos, los cuales facilitarán posteriormente la estimación de la altura de cualquier punto en el modelo de manera rápida y confiable, generalmente mediante una interpolación bilineal. Por su parte, la estructura TIN involucra una selección, a partir de los puntos de la muestra, de los puntos representativos que definen el conjunto de triángulos irregulares que servirán para la estimación posterior de la cota de cualquier punto en el modelo. Ambas estructuras tienen sus ventajas y desventajas, aunque por su poca complejidad, la malla regular ha sido la más utilizada.

Actualmente los MED constituyen la solución de muchos problemas científicos y de ingeniería. Por ejemplo, en ingeniería civil, los MED pueden ser aplicados en el diseño de vías, aeropuertos, sistemas de drenaje, entre otros (Jauregui, 1984). Otra aplicación importante es en la actualización de bases de datos georeferenciadas mediante el monoploteo digital riguroso de imágenes fotográficas así como en la producción de ortofotos digitales (Jauregui *et al.*, 1998b; Doytsher y Hall, 1995). El trabajo que aquí se presenta

tiene como objetivo fundamental hacer un análisis de diferentes modelos de malla regular de un área montañosa con el fin de determinar el mejor método de interpolación que satisfaga los requerimientos de exactitud necesarios en la rectificación rigurosa de imágenes fotográficas.

Requerimientos de exactitud de los MED en la rectificación rigurosa de imágenes fotográficas

En una fotografía aérea de una zona con relieve montañoso, los detalles aparecen desplazados en forma radial a partir del punto nadiral, lo cual se conoce como desplazamiento debido al relieve topográfico Δr . En la figura 1 se muestra este desplazamiento causado por la diferencia de altura ΔZ de un punto respecto a un plano de referencia, que ubica su imagen a una distancia r desde el punto nadiral n sobre la fotografía. De esta figura se deducen las relaciones matemáticas siguientes (Jauregui *et al.*, 1998a):

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta Z}{Z} = \frac{\Delta r}{r} \quad [\text{Ec. 1}]$$

$$\Delta r = r \frac{\Delta Z}{Z} \quad [\text{Ec. 2}]$$

$$\Delta R = R \frac{\Delta Z}{Z} \quad [\text{Ec. 3}]$$

donde:

- Δr : Desplazamiento de un punto imagen de la fotografía debido al relieve topográfico
- r : Distancia radial entre el punto imagen desplazado y el punto nadiral de la fotografía
- ΔR : Proyección de Δr sobre el terreno
- R : Proyección de r sobre el terreno
- Z : Distancia entre el plano de referencia y el centro de proyección
- ΔZ : Desnivel del punto en el terreno respecto al plano de referencia

La determinación de este desplazamiento Δr en cada uno de los puntos de la imagen fotográfica permite realizar la rectificación rigurosa de la fotografía. Puede observarse en la Ec. 3, que el valor de Δr depende directamente del valor de ΔZ y de la distancia r . Si la cota del punto a rectificar tiene un error σ , la determinación de Δr se verá afectada y por tanto la rectificación del punto no será correctamente realizada. Por esta razón, el MED usado en la rectificación rigurosa de la fotografía debe ser lo suficien-

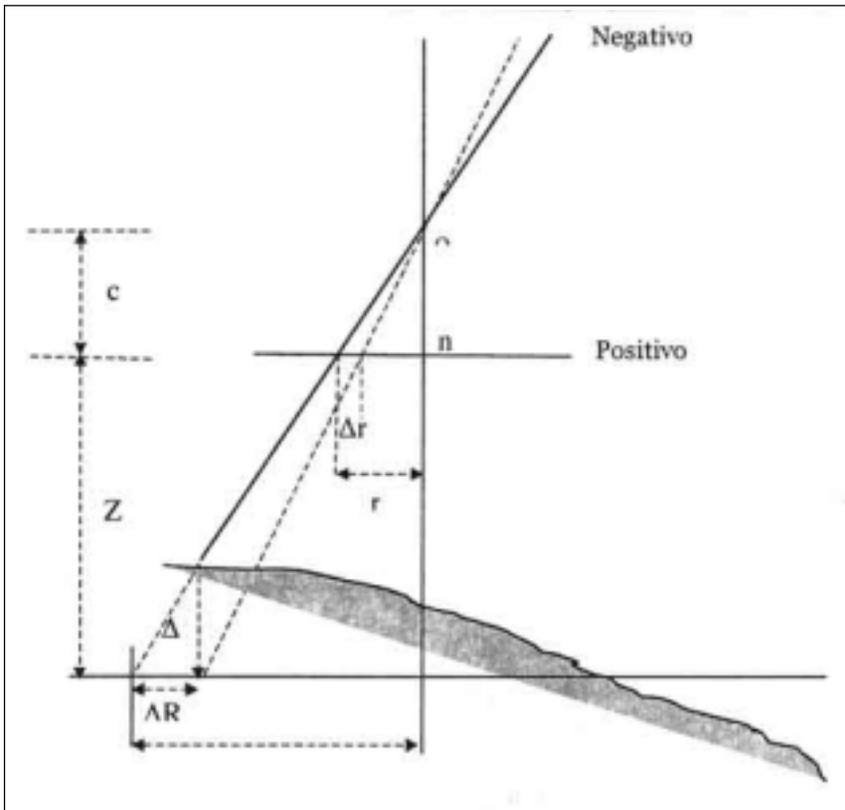


Figura 1. Desplazamiento de un punto de la imagen fotográfica causado por el relieve topográfico

temente exacto para que cumpla con los requerimientos de exactitud cartográfica. Según las normas, el error en planimetría debe ser menor o igual a la tolerancia T, esto es, 0.2 mm a la escala de representación (PDVSA, 1990).

Para garantizar estos requerimientos, la exactitud de los MED a partir de curvas de nivel debe estar entre 1/3 y 1/4 del intervalo entre curvas, dependiendo de las características del terreno (Richardus, 1973). La escogencia del tamaño D de la celda para generar un modelo con esa exactitud es la siguiente (Li, 1994):

$$D = K * I_c * \cot \alpha \quad [\text{Ec. 4}]$$

donde,

D: Tamaño de la celda para interpolar el MED a partir de curvas de nivel

Ic: Intervalo de curva de nivel

a: ángulo máximo de inclinación del terreno

K: constante que varía entre 1.5 y 2.0

Para ilustrar esto se considerará el ejemplo siguiente. Suponiendo que se tiene una fotografía de una zona montañosa ($\alpha=40^\circ$) a escala mb = 1:10000, tomada con una cámara de formato 23 cm x 23 cm y distancia principal c = 150 mm, la cual se desea rectificar en forma rigurosa y producir una ortofoto con una ampliación de 2.5x, es decir, a una escala igual a Mb = 1:4000. El MED se generó a partir de las curvas de nivel de un plano a escala mk = 1:2500 con intervalo entre curvas de

nivel Ic de 2 m y un tamaño de celda D igual a 3.5 m (K=1.5).

Considerando un ΔZ igual al error s del MED, esto es, 1/3 del intervalo entre curvas de nivel Ic y una distancia radial r máxima del punto a rectificar de 100 mm a partir del punto nadiral, el valor de DR calculado mediante la Ec. 3 resulta ser:

$$\Delta R = R \frac{\Delta Z}{Z} = 1000 \text{ m} \frac{0.67 \text{ m}}{1500 \text{ m}} = 0.45 \text{ m} < T$$

$$\Delta Z = 1/3 I_c = (1/3) 2 \text{ m} = 0.67 \text{ m}$$

$$R = 100 \text{ mm mb} = 100 \text{ mm } 10000 = 1000 \text{ m}$$

$$Z = c \text{ mb} = 150 \text{ mm } 10000 = 1500 \text{ m}$$

$$T = 0.2 \text{ mm Mb} = 0.2 \text{ mm } 4000 = 0.8 \text{ m}$$

El resultado anterior indica que los errores en un MED menores o iguales a 1/3 de Ic, garantizan la exactitud planimétrica en la ortorectificación digital. Haciendo el cálculo para diferentes escalas se obtienen los resultados de el cuadro 1, en la cual se muestran los valores de ΔR para diferentes escalas de fotografía y sus correspondientes escalas de ortofoto y planos de curvas de nivel. Puede notarse que la exactitud del MED generado a partir de curvas de nivel, utilizando el criterio de Li Zhilin (1994), cumple con los requerimientos de la ortofoto para el aumento de 2.5x considerado, ya que el desplazamiento ΔR es menor a la tolerancia permitida (0.2 mm Mb).

Cuadro 1. Valores de ΔR considerando errores $\square < (1/3) I_c$ (Jauregui *et al.*, 1998a)

Escala foto (mb)	Escala ortofoto (Mb)	Escala plano (mk)	Ic (m)	R= r*mb (m) r = 100 mm	Z =C*mb C = 150 mm	(m) (ΔZ)	ΔR (m) en el terreno	Tolerancia = 0.2 mm MB(m)
1:5.000	1:2.000	1:1.000	1	500	750	0.33	0.22	0.4
1:10.000	1:4.000	1:2.500	2	1.000	1.500	0.67	0.45	0.8
1:15.000	1:6.000	1:5.000	5	1.500	2.250	1.67	1.11	1.2
1:25.000	1:10.000	1:10.000	10	2.500	3.750	3.33	2.22	2.0
1:50.000	1:20.000	1:25.000	20	5.000	7500	6.67	4.45	4.0

El MED de malla regular

El modelo de datos de malla regular utiliza una estructura de datos denominada matriz regular de alturas, donde sus puntos están distribuidos de tal manera que forman una malla cuadrada de filas y columnas equidistantes.

Un MED de malla regular puede generarse a partir de una muestra de puntos en forma de malla, de perfiles paralelos o de curvas de nivel (Leberl, 1973), siendo lo más común el uso de planos de curvas de nivel, ya que es el medio de más fácil acceso. El muestreo de puntos en forma de curvas de nivel es un proceso que tiene la ventaja de ser altamente adaptable, ya que la densidad de los datos se incrementa en áreas donde el terreno es rugoso y disminuye en aquellas donde existe menos rugosidad (Jauregui, 1984).

Para convertir curvas de nivel a malla regular, se tiene dos modalidades: a)

Considerar las curvas de nivel como un conjunto de puntos unidos mediante segmentos rectos. b) Considerar las curvas de nivel como un conjunto de puntos aislados (distribuidos irregularmente).

a) Si se considera la curva de nivel como puntos unidos por segmentos rectos, el procedimiento comúnmente utilizado es el siguiente: Se trazan cuatro perfiles sobre las curvas de nivel a lo largo de las líneas de la malla deseada, este-oeste, norte-sur, y a lo largo de ambas diagonales. Para cada nodo de la malla, se derivan cuatro valores de elevación usando una interpolación lineal entre las intersecciones más cercanas de cada perfil con las curvas de nivel. El valor de altura definitivo se calcula como el promedio ponderado de las cuatro estimaciones, con pesos iguales a la inversa de las distancias (Mark, 1994) (Figura 2).

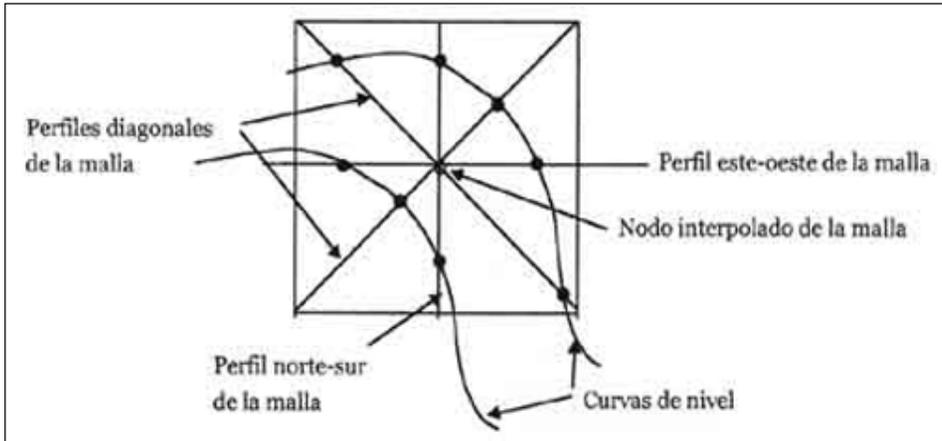


Figura 2. Cruce de una malla regular con curvas de nivel

Para un perfil i entre dos curvas de nivel el valor de la altura interpolada será:

$$Z_{ni} = Z_1 + (Z_2 - Z_1)d_i/d_i \quad [\text{Ec. 5}]$$

Siendo:

Z_{ni} : altura del nodo del perfil i

Z_1 : altura de la curva de nivel de menor cota

Z_2 : altura de la curva de nivel de mayor cota

d_i : distancia horizontal a lo largo del perfil entre las dos curvas de nivel

d_i : distancia horizontal a lo largo del perfil entre la curva de nivel de menor cota y el nodo del perfil i de la malla.

La altura definitiva en función de los cuatro valores interpolados será:

$$Z = (Z_{n1} p_1 + Z_{n2} p_2 + Z_{n3} p_3 + Z_{n4} p_4) / (p_1 + p_2 + p_3 + p_4) \quad [\text{Ec. 6}]$$

Siendo p_i los pesos de cada perfil definidos como:

$$p_i = 1 / d_i \quad [\text{Ec. 7}]$$

Este método considera una variación lineal de las alturas entre dos curvas de nivel consecutivas para la escala de representación, lo cual es cierto, ya que las variaciones existentes no pueden ser detectadas al nivel de detalle con que se están representando las curvas de nivel. Por esta razón, en la generación de un MED a partir de curvas de nivel digitalizadas sobre un mapa, es importante conocer la escala del mapa y registrar las curvas de nivel consecutivas contenidas en el área donde se va a generar el modelo. En la elaboración de mapas, existen especificaciones técnicas para relacionar la escala de representación con el intervalo de curva de nivel, asegurándose de esta manera una exactitud en la altura interpolada entre

ellas desde 1/3 hasta 1/4 del intervalo de curva de nivel (PDVSA, 1990).

- b) Si los puntos de las curvas de nivel se consideran como puntos aislados, es decir, como puntos distribuidos irregularmente, los métodos más usados para interpolar el valor de la altura en los nodos de la malla son los siguientes: Ponderación en función inversa de la distancia, superficies de tendencia, *Kriging* y funciones básicas radiales.

Métodos de interpolación usados en la generación de los MED de malla regular a partir de puntos distribuidos irregularmente

Los métodos más usados en la estimación de la altura de los nodos de una malla regular son los siguientes:

- a) Ponderación en función inversa de la distancia (Medias móviles). Este método directo de interpolación selecciona, de la muestra de puntos situados en torno a cada nodo de la malla, aquellos que se encuentren dentro de un radio especificado y determina la media aritmética ponderada de sus alturas (Bosque, 1992). El peso en esa ponderación se define inversamente proporcional a la distancia entre cada punto seleccionado de la muestra y el nodo interpolado de la malla. Esto puede expresarse de la forma siguiente:

$$Z_p = \frac{\sum_{i=1}^n Z_i d_i^{-k}}{\sum_{i=1}^n d_i^{-k}} \quad [\text{Ec. 8}]$$

Donde:

Z_p : es la altura del nodo interpolado de la malla

Z_i : es la altura de cada punto i seleccionado de la muestra

d_i : es la distancia entre el punto i seleccionado y el nodo

k : es el valor de ponderación (generalmente se usa el valor 2).

n : es el número de puntos seleccionados en torno al nodo

- b) *Kriging*. En forma análoga al método antes descrito, este método estima la altura de los nodos de la malla mediante una media ponderada en función de la distancia, esto es (Bosque, 1992):

$$Z_p = \sum_{i=1}^n W_i Z_i \quad [\text{Ec. 9}]$$

Donde:

Z_p : es la altura del nodo estimada por *Kriging*

Z_i : es la altura de cada punto i seleccionado de la muestra

W_i : es el peso para cada distancia entre los puntos i y el nodo.

Aquí los pesos W_i se determinan de tal manera que garanticen dos condiciones:

- Que la media de las diferencias entre los valores estimados Z_i^* y los reales Z_i sea cero:

$$\frac{\sum_{i=1}^n (Z_i^* - Z_i)}{n} = 0 \quad [\text{Ec. 10}]$$

- Que la varianza de las diferencias entre los valores estimados Z_i^* y los reales Z_i sea mínima, es decir,

$$\frac{\sum_{i=1}^n (Z_i^* - Z_i)^2}{n} = \text{mínima} \quad [\text{Ec. 11}]$$

donde

n: es el número de puntos seleccionados de la muestra

La determinación de los pesos se fundamenta en un análisis de correlación espacial de la variable altura, asumiéndola dependiente de la distancia entre los puntos, expresada mediante una función conocida como variograma, cuya expresión es (Felicísimo, 1994):

$$\gamma(h) = \frac{\sum_{i=1}^{n_h} (Z_i - Z_{i+h})^2}{2n_h} \quad [\text{Ec. 12}]$$

Donde

$\gamma(h)$: es el valor del variograma empírico para una distancia h

n_h : es el número de pares de valores separados una distancia h

Z_i : es el valor de la altura en el punto i

Z_{i+h} : es el valor de la altura en el punto situado a una distancia h del punto i

h : es la distancia considerada entre pares de puntos.

Cambiando el valor de h se determinan diferentes valores de $\gamma(h)$ y se puede construir el variograma empírico. De esta manera, los pesos W_i se determinan en función del variograma teórico $\gamma(h)$ que mejor se ajuste al variograma empírico del total de puntos de la muestra, empleando para ello una función esférica, exponencial o lineal. Las ecuaciones matriciales para resolver esto tienen la forma siguiente:

$$[\gamma(h_{ij})][W_i] = [\gamma(h_{ip})] \quad [\text{Ec. 13}]$$

donde:

$[W_i]$: es el vector que contiene el valor de las funciones de ponderación para cada punto i de la muestra

$\gamma(h_{ij})$: es la matriz de los valores del variograma teórico para la distancia entre cada punto i y cada punto j de la muestra

$\gamma(h_{ip})$: es el valor del variograma teórico para la distancia entre el punto i y el nodo p .

- c) Funciones básicas radiales. Constituyen un grupo de funciones análogas a los variogramas empleados en el método de *Kriging*, las cuales definen el grupo óptimo de pesos para los puntos de la muestra en relación al nodo interpolado de la malla regular. Dentro de las más importantes se pueden mencionar: Multicuadrática, Multicuadrática

Inversa, Multilog, Spline Cúbica Natural, entre otras. El método Multicuadrático es considerado comúnmente el mejor de los métodos, cuya expresión es la siguiente (Keckler, 1997):

$$B(h) = \check{S} \overline{h^2} + R^2 \quad [\text{Ec. 14}]$$

Donde:

B(h): es la función de ponderación para cada punto de la muestra

h: es la distancia desde el nodo interpolado y el punto de la muestra

R²: es un parámetro usado para producir una superficie suavizada. Un valor adecuado está entre 1 y 0.5 del espaciamiento promedio de la muestra.

d) Superficie de tendencia. Se basa en una ecuación de regresión que se estima a partir del total de puntos de la muestra mediante un ajuste a la variable Z por mínimos cuadrados. Esta ecuación puede ser lineal, cuadrática, cúbica, etc., cuya expresión general es la siguiente:

$$Z_p = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^{m-1} a_{ij} x^i y^j \quad [\text{Ec. 15}]$$

Donde:

Z_p: es la altura del nodo interpolado de la malla

a_{ij}: son los coeficientes de la ecuación de regresión

xⁱ, y^j: son las coordenadas planimétricas de los puntos de la muestra

m: es el grado de la ecuación. Este valor se escoge de tal manera que la sumatoria de los residuales al cuadrado sea menor a un a tolerancia prefijada.

Generación de los MED

Los diferentes modelos se generaron a partir de una muestra de puntos registrados en forma de curvas de nivel sobre un plano de la ciudad de Mérida, a escala 1:5000, con intervalo entre curvas de nivel cada 10 metros. Para generar los MED se utilizaron tres modalidades:

- 1) Considerando las curvas de nivel como un conjunto de puntos aislados (archivos ASCII con formato de puntos X,Y, Z). En este caso se usaron los métodos de interpolación siguientes: Medias móviles, *Shepard* (Medias móviles con mínimos cuadrados local), *Kriging*, Mínima curvatura (superficie de tendencia) y la función básica radial Multicuadrática. El software utilizado fue el SURFER versión 6. Para el tamaño de la celda D de los modelos generados se asignaron tres valores experimentales: D = 1.5Ic = 15 m, D = 2Ic = 20 m y D = 2.5Ic = 25 m.
- 2) Tomando la misma muestra de puntos pero considerando las curvas de nivel como un conjunto de puntos unidos mediante segmentos rectos (archivos ASCII con formato de líneas X,Y y su cota Z). En este caso se utilizó el software IDRISI para

Windows versión 2 mediante la opción INTERCON y un tamaño de celda $D = 1.5Ic$.

- 3) Reduciendo la muestra de puntos intermedios en las curvas de nivel, considerando una distancia entre ellos en función de la escala del plano de curva de nivel. En este caso se generaron dos modelos para cada muestra reducida utilizando dos métodos de interpolación seleccionados y un tamaño de celda $D = 1.5Ic$.

Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 : son las alturas de las cuatro esquinas de la celda del MED dentro de la cual se encuentra el punto interpolado.

DX_p, DY_p : son las diferencias de coordenadas planimétricas del punto interpolado respecto al nodo 1 de la celda (Figura 3).

X_p, Y_p, X_1, Y_1 : son las coordenadas planimétricas de los puntos P y 1 en el sistema de referencia del MED.

D: el tamaño de la celda.

Evaluación de los MED generados

La evaluación de la exactitud de los modelos generados se realizó mediante la comparación de las cotas de los puntos de las curvas de nivel digitalizadas y su respectiva altura interpolada a partir del MED. La determinación del valor de altura para cada uno de esos puntos en el MED se hizo mediante el uso de la interpolación bilineal a partir de los cuatro nodos de la celda donde se encuentran (Figura 3), esto es (Jauregui, 1984):

$$Z_p = Z_1 + (Z_4 - Z_1) \Delta X_p + (Z_2 - Z_1) \Delta Y_p + (Z_1 + Z_3 - Z_2 - Z_4) \Delta X_p \Delta Y_p \quad [\text{Ec. 16}]$$

$$\Delta X_p = (X_p - X_1) / D$$

$$\Delta Y_p = (Y_p - Y_1) / D$$

donde:

Z_p : es el valor de altura deseado del punto interpolado.

Criterios de exactitud utilizados

La evaluación de la exactitud del MED se hizo en función de las diferencias ΔZ_i entre las alturas de las curvas de nivel digitalizadas y sus respectivas alturas interpoladas en el MED. Los criterios usados fueron los siguientes:

- a) Error medio cuadrático (RMSE), esto es:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta Z_i^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Z_i^* - Z_i)^2}{n}} \quad [\text{Ec. 17}]$$

Donde:

Z_i^* : es la altura estimada (a través del MED) de un punto i de la muestra

Z_i : es la altura real de un punto i de la muestra

ΔZ_i : es la diferencia entre Z_i^* y Z_i

n: es el número de puntos de la muestra.

- b) Valor absoluto de la máxima y mínima ΔZ_i

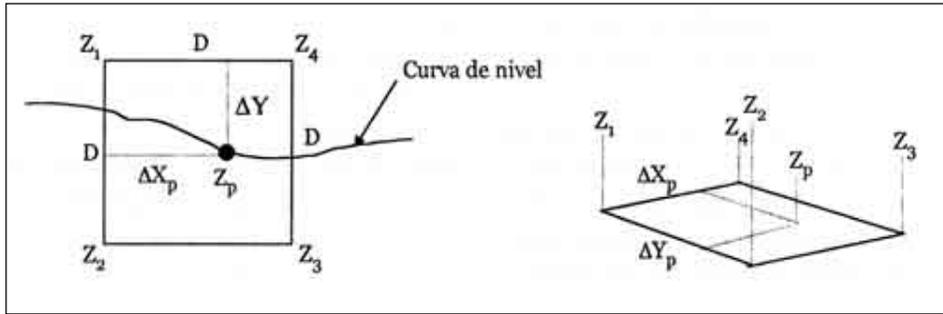


Figura 3. Interpolación bilineal de un punto en el MED (Tomado y adaptado de Felicísimo 1994).

- c) Porcentaje de puntos, con diferencia ΔZ_i menor a $1/3$ del intervalo de curva de nivel I_c .

Los requerimientos para la selección de los modelos fueron los siguientes:

- 1) Que el error medio cuadrático (RMSE) sea menor a $1/3$ del intervalo entre curvas de nivel, en este caso, menor a 3.33 m.
- 2) Que el valor absoluto de la máxima y mínima ΔZ_i sean menores al intervalo entre curvas de nivel, en este caso, menor a 10 m.
- 3) Que el porcentaje de puntos, con diferencia ΔZ_i mayor a $1/3$ del intervalo de curva de nivel I_c , sea menor a un 10%.

Presentación y análisis de los resultados obtenidos

- a) Resultados obtenidos en la generación y evaluación de los MED a partir de curvas de nivel registradas en forma de puntos distribuidos irregularmente.

En los cuadros 2, 3 y 4 se muestra un resumen de la evaluación de los MED usando diferentes métodos de interpolación, considerando diferentes tamaños de celda: 25, 20 y 15 metros.

Observando los resultados obtenidos puede verse que las mejores exactitudes se alcanzaron con celdas de 15 metros. Los métodos de interpolación que cumplen con los requisitos exigidos son el *Kriging* y Mínima curvatura. El Multicuadrático arroja buenos resultados, sólo que el valor absoluto de las mínimas diferencias no es menor al intervalo de curva de nivel. El MED óptimo es el generado por el método de *Kriging* ya que cumple de mejor manera las especificaciones establecidas.

En la figura 4 se muestran las curvas de nivel originales y los puntos con errores mayores a $1/3$ de I_c . Se observan grupos de puntos alineados perpendicularmente a las curvas de nivel, correspondiéndose con líneas de cauce, cuyo número aumenta en las zonas de mayor pendiente.

Cuadro 2. Evaluación de los MDE con celdas de 25 m (Muestra: 48763 puntos)

Método de interpolación	RMSE (m)	Porcentaje (%) de puntos con $\Delta Z > (1/3)I_c=0.33$ m	Máxima ΔZ (m)	Mínima ΔZ (m)
Medias móviles	2.00	10.3	12.0	-8.5
<i>Shepard</i>	3.17	24.4	41	-16
<i>Kriging</i>	1.81	7.7	12.5	8.4
Mínima curvatura	2.24	13.2	11.4	-10.0
Multicuadrático	1.81	7.5	12.7	-12.4

Cuadro 3. Evaluación de los MDE con celdas de 20 m (Muestra: 48763 puntos)

Método de interpolación	RMSE (m)	Porcentaje (%) de puntos con $DZ > (1/3)I_c=0.33$ m	Máxima DZ (m)	Mínima DZ (m)
Medias móviles	1.69	6.3	9.5	-8.0
<i>Shepard</i>	2.80	20	18.5	-14.3
<i>Kriging</i>	1.44	4.0	9.6	-8.5
Mínima curvatura	1.89	8.5	9.3	-9.4
Multicuadrático	1.43	3.7	9.6	-10.2

Cuadro 4. Evaluación de los MDE con celdas de 15 m (Muestra: 48763 puntos)

Método de interpolación	RMSE (m)	Porcentaje (%) de puntos con $DZ > (1/3)I_c=0.33$ m	Máxima DZ (m)	Mínima DZ (m)
Medias móviles	1.34	3.0	10.9	-6.1
<i>Shepard</i>	2.36	14.0	17.7	-12.0
<i>Kriging</i>	1.05	1.4	8.9	-7.8
Mínima curvatura	1.55	4.4	7.3	-6.7
Multicuadrático	1.02	1.2	9.1	-10.0

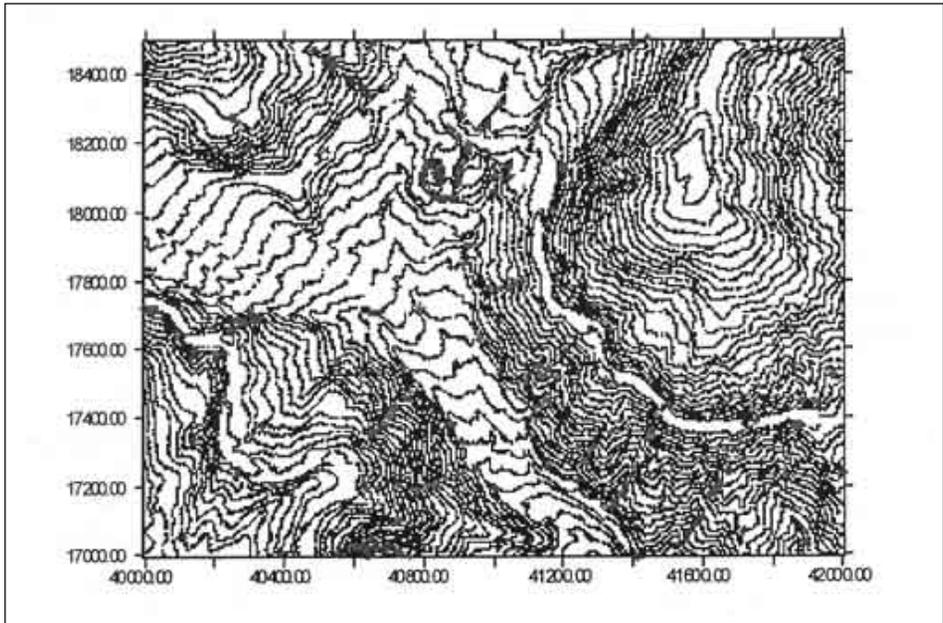


Figura 4. Curvas de nivel originales (gris) y puntos con errores mayores a $1/3$ de l_c (negro).

- b) Resultados obtenidos en la generación y evaluación de los MED a partir de curvas de nivel registradas en forma de líneas.

Por utilizarse una herramienta de SIG tipo *raster*, este modelo requirió la rasterización previa de las curvas de nivel. Como puede verse en la tabla 5, utilizando una estructura en forma de líneas en las curvas de nivel, el modelo generado no presenta una mejoría en su exactitud. Estos resultados pueden haber sido causados por la exportación / importación de archivos y rasterización / vectorización de las curvas de nivel.

En la figura 5 se presenta el histograma de las diferencias entre el MED generado y las líneas rasteri-

- zadas, cuyos valores coinciden con los resultados del cuadro 5.

- c) Resultados obtenidos en la generación y evaluación de los MED reduciendo la muestra de puntos intermedios en las curvas de nivel.

En este experimento se hizo la eliminación de puntos de la muestra para generar el MED utilizando los métodos de *Kriging* y Multicuaradrático. La reducción para cada método se hizo hasta que la exactitud respectiva no cumpliera con los requerimientos. Los resultados de la comparación entre los MED generados y las curvas de nivel originales se muestran en los cuadros 6 y 7. En el cuadro 6 puede observarse que, usando *Kriging*, la muestra reducida

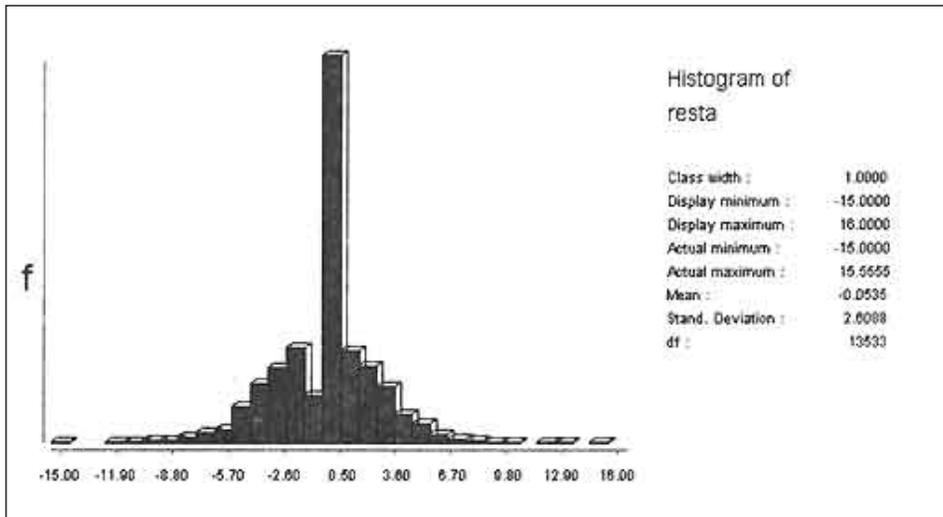


Figura 5. Histograma de las diferencias entre el MED y las curvas de nivel.

Cuadro 5. Evaluación de los MDE de la zona en estudio con celdas de 15 m utilizando una estructura en las curvas de nivel.

	RMSE (m)	Porcentaje (%) de puntos con $DZ > (1/3)I_c = 0.33$ m	Máxima DZ(m)	Mínima DZ(m)
Interpolación a partir de líneas	2.38	14	15.1	-14.1

para distancias mínimas entre puntos intermedios de las curvas de nivel de 5 m y 10 m (1 mm y 2 mm en el plano, respectivamente) produce modelos con exactitudes casi iguales, inclusive mejores que la obtenida con la muestra original, como es el caso de la distancia de 5 metros. Ya a partir de 15 m desmejoran los resultados, sin embargo cumplen con las especificaciones hasta llegar a una distancia de 30 metros, cuando el

modelo no puede ser aceptado. Este resultado indica que, para zonas montañosas, se puede reducir la muestra, sin pérdida de exactitud, considerando distancias mínimas entre puntos intermedios hasta aproximadamente 10 veces la exactitud planimétrica del plano de curvas de nivel, que en este caso es $10 \times 0.2 \text{ mm } M_k = 20 \text{ mm} \times 5000 = 10 \text{ m}$, valor que puede ser utilizado en el proceso de digitalización.

Cuadro 6. Evaluación de los MDE con el método de *Kriging*; tamaño de celdas 15 m, muestra reducida.

Distancia mínima entre puntos intermedios de las curvas de nivel (m)	RMSE (m)	No. de puntos de la muestra reducida	Porcentaje (%) de puntos con $DZ > (1/3)Ic=0.33$ m	Máxima DZ(m)	Mínima DZ(m)
5	0.97	25675	1.2	8.4	-6.9
10	1.02	15069	1.3	8.2	-6.1
15	1.13	10551	1.9	9.1	-7.0
20	1.24	8084	2.6	8.0	-7.3
25	1.39	6521	3.6	9.8	-9.4
30	1.52	5477	4.59	10.2	-8.4

En el caso del método multicuadrático (Cuadro 7), disminuyendo la muestra con distancias de 5 y 10 metros, la exactitud mejora respecto a la muestra original, pero a los 15 metros el modelo no cumple con las especificaciones.

Cuadro 7. Evaluación de los MDE con el método de Multicuadrático; tamaño de celdas 15 m, muestra reducida.

Distancia mínima entre puntos intermedios de las curvas de nivel (m)	RMSE (m)	No. de puntos de la muestra reducida	Porcentaje (%) de puntos con $DZ > (1/3)Ic=0.33$ m	Máxima DZ(m)	Mínima DZ(m)
5	0.92	25675	1.0	9.1	-9.0
10	0.93	15069	1.0	8.7	-9.3
15	0.99	10551	1.3	8.9	-10.3

Conclusiones y recomendaciones

- Los métodos de interpolación que cumplieron con los requisitos de exactitud exigidos en la rectificación rigurosa de fotografías aéreas son el *Kriging* y Mínima curvatura n considerándose como óptimo el método de *Kriging*.
- El mejor tamaño de celda resultó ser 15 metros, es decir, el obtenido con $D = 1.5 Ic$.

- En los puntos que presentan errores mayores a 1/3 de I_c , cuando se usó *Kriging*, se observan grupos de puntos alineados perpendicularmente a las curvas de nivel, correspondiéndose con líneas de cauce y cuyo número aumenta en las zonas de mayor pendiente. Este grupo de puntos podría reducirse si se agrega a la muestra de curvas de nivel algunos puntos característicos pertenecientes a líneas de crestas y cauces presentes en el terreno.
- Utilizando una estructura en forma de líneas en las curvas de nivel, el modelo generado no presentó una mejoría en su exactitud.
- Para zonas montañosas, la reducción de la muestra, considerando distancias mínimas entre puntos intermedios hasta aproximadamente 10 veces la exactitud planimétrica del plano de curvas de nivel, no afecta la exactitud del MED generado con *Kriging*. En zonas planas esta distancia puede ser mayor ya que la curvatura en las curvas de nivel es menor.
- Los criterios de exactitud deben ser considerados simultáneamente ya que ellos en forma individual no dan suficiente información sobre la bondad de los MED generados.

Referencias citadas

- BOSQUE, J. 1992. **Sistemas de Información Geográfica**. Ediciones Rialp S.A., Madrid, 1992.
- DOYTSHER, Y. y HALL, J. 1995. *Fortran programs for coordinate resection using an oblique photograph and high-resolution DTM*. **Computer & Geosciences**. 21 (7): 895-905.
- FELICÍSIMO, A. 1994. **Modelos digitales del terreno: Introducción y aplicaciones en las ciencias ambientales**. Universidad de Oviedo. Pentalfa ediciones. España.
- JAUREGUI, M. 1984. *Evaluation of detailed grid DEMs acquired from photogrammetric models by means of contour lines and terrain characteristic lines*. Tesis de maestría. ITC. Enschede. Holanda.
- JAUREGUI, M.; VÍLCHEZ, J. y CHACÓN LEIRA. 1998a. Los modelos de elevación del terreno (MET) en la ortorectificación digital de imágenes fotográficas. *III Congreso Venezolano de Geodesia y VI Encuentro Internacional de Mediciones Geodésicas y de Cartografía*. Maracaibo, Venezuela.
- JAUREGUI, M.; VÍLCHEZ, J. y CHACÓN LEIRA. 1998b. A procedure for updating using digital mono-plotting and DTMs. *ISPRS Commission IV Symposium "GIS-Between Visions and Applications"*. Stuttgart-Germany.
- KECKLER, D. 1997. **Surfer for windows, version 6, User's Guide**. Golden Software Inc. USA.
- LEBERL, F. 1973. **Interpolation in square grid DTM**. ITC. Journal.
- LI Z. 1994. *A comparative study of the accuracy of digital terrain models (DTMs) based on various data models*. ISPRS. **Journal of Photogra-**

- mmetry and Remote Sensing.** 49
(1): 2-11.
- MARK, P. 1994: *An intensive comparison of Triangulated Irregular Networks (TIN) and Digital Elevation Models (DEMs)*. **Cartographica.** 31 (2).
- PDVSA. 1990. **Manual especificaciones técnicas de Geodesia.** Caracas.
- RICHARDUS, P. 1973. *The precision of contour lines and contour intervals of large-and medium- scale maps.* **Photogrammetria.** (3): 81-107.
- STANLEY, H. 1975. *Terrain parameters directly from a digital terrain model.* **Canadian Surveyor.** 29 (5).