

# NIVEL DE CAMBIO CONCEPTUAL EN GEOMETRÍA Y USO DE LAS TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y LAS COMUNICACIONES POR DOCENTES DE MATEMÁTICA

## LEVEL OF CONCEPTUAL CHANGE IN GEOMETRY AND USE OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGIES BY MATHEMATICS TEACHERS

**Yazmary del Carmen Rondón Marquina.**

Universidad de Los Andes, Facultad de Humanidades y Educación  
Mérida 5101- Venezuela.  
yazmaryrondon8@gmail.com

**Recibido:** 19-10-2023

**Aceptado:** 30-10-2023

### RESUMEN

Esta investigación consistió en diagnosticar el nivel de cambio conceptual en geometría según el Modelo Van Hiele y las habilidades en el uso de recursos informáticos educativos, de un grupo de docentes de matemática de Educación Media General. La metodología utilizada fue analítica, mediante un diseño analítico situacional. Los datos se recolectaron a través de la técnica de la encuesta por medio de un test de conocimientos geométricos y un cuestionario de habilidades en el uso de las Tecnologías de información y Comunicación (TIC) para la enseñanza de la geometría. Según los resultados obtenidos en el diagnóstico más del 60% de los docentes participantes se encuentran en niveles básicos e inferiores al cuarto nivel del Modelo Van Hiele (Deducción formal) y en un nivel básico de uso de las TIC para la enseñanza de la geometría. Por lo tanto, se concluye que es fundamental la formación permanente del docente de matemática a través de la geometría dinámica, por medio del uso de recursos como: mapas conceptuales, vídeos y Geogebra; para determinar en cada nivel las preconcepciones de los docentes, causas y maneras de activar conflictos cognitivos. A fin de propiciar la ruptura epistemológica, el enriquecimiento y el alcance de los conceptos umbrales en cada caso.

**Palabras clave:** Cambio conceptual, Geometría, Modelo Van Hiele, Recursos informáticos educativos.

### ABSTRACT

This research consisted of diagnosing the level of conceptual change in geometry according to the Van Hiele Model and the skills in the use of educational computer resources, of a group of mathematics teachers from General Secondary Education. The methodology used was analytical, through a situational analytical design. The data were collected through the survey technique through a geometric knowledge test and a skills questionnaire in the use of Information and Communication Technologies (ICT) for teaching geometry. According to the results obtained in the diagnosis, more than 60% of the participating teachers are at basic levels and below the fourth level of the Van Hiele Model (Formal Deduction) and at a basic level of use of ICT for teaching geometry. Therefore, it is concluded that the permanent training of mathematics teachers through dynamic geometry is essential, through the use of resources such as: concept maps, videos and Geogebra; to determine at each level teachers' preconceptions, causes and ways of activating cognitive conflicts. In order to promote the epistemological rupture, the enrichment and scope of the threshold concepts in each case.

**Key words:** Conceptual change, Geometry, Van Hiele Model, Educational computer resources.

**Yazmary del Carmen Rondón Marquina:** Dra en Educación Universidad de Los Andes (ULA). Licenciada en Educación mención Matemática MSc. en Educación mención Informática y Diseño Instruccional (ULA,). Personal docente en la Facultad de Humanidades y Educación, Área de matemática (ULA). Email: : yazmaryrondon8@gmail.com

## Introducción

Esta investigación se enmarca en la educación matemática, específicamente aborda el cambio conceptual en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría. En primer lugar, por parte del docente, para que pueda guiar al estudiante a alcanzar también, niveles más altos de cambio conceptual en geometría. Esta rama, tiene especial interés por ser la base fundamental del conocimiento matemático, como puerta de entrada filosófica del conocimiento en general.

Sin embargo, contradictoriamente, la geometría cada día está más relegada en los planes de estudio de todos los niveles educativos en Venezuela. Esta realidad, ha sido evidenciada por la investigadora durante varios semestres consecutivos, en el marco de la asignatura Taller de Geometría, de la Carrera de Educación, mención Matemática, de la Universidad de Los Andes. Observando que los estudiantes muestran un nivel de conocimiento geométrico muy bajo, mientras que los docentes consultados, en un 90% indican que dejan los contenidos geométricos para el final del año escolar, para dictarlos “si queda tiempo”, restándole importancia.

Las causas de esta problemática se deben, según los resultados obtenidos en el diagnóstico a que más del 60% de los docentes participantes no ha alcanzado un nivel de Deducción formal en geometría. Por lo tanto, existe un problema en la enseñanza de la geometría, cuya causa se debe en primer lugar a un bajo nivel de conocimiento geométrico de los docentes, el cual trae como consecuencia que los estudiantes tengan pocos encuentros con la geometría y a su vez tampoco alcancen cambios conceptuales en esta maravillosa rama de la matemática.

Por consiguiente, se plantea la importancia de promover cambios conceptuales en geometría a través de recursos informáticos educativos, dado que en esta área la visualización facilita la comprensión de conceptos abstractos.

## Desarrollo

Desde los inicios de la humanidad la necesidad de resolver problemas cotidianos para sobrevivir (manejo del tiempo y las siembras) hizo necesaria la observación del entorno para comprenderlo y modelarlo a través de formas y medidas, es decir, en ese proceso la geometría dio nacimiento a todas las demás, contribuyendo al desarrollo del razonamiento lógico, mediante el planteamiento de hipótesis, caracterización de las propiedades de las formas en la construcción de definiciones y propiedades, y finalmente a través de la comprobación de tesis para establecer teorías.

Este trayecto fue recorrido por diversas culturas: egipcios, sumerios, árabes, chinos, griegos, hindúes, mayas, incas, entre otros; como inicio de todo el desarrollo matemático y tecnológico con el que contamos hoy. Entonces, debido a la importancia histórica de la geometría, la educación se vale de planes de estudios que introducen de forma jerárquica los conceptos geométricos desde el nivel inicial, en cada uno de los grados de Educación Primaria y en los cinco años de Educación Media General.

No obstante, en muchos casos los docentes prefieren obviar los contenidos geométricos debido a que tienen dudas e inseguridad respecto a sus conceptos y propiedades fundamentales. Como consecuencia, su enseñanza se centra en la asignación de un trabajo escrito sobre algún tópico, sin mayor discusión del mismo, o el dibujo de las figuras en lugar de la construcción de éstas partiendo de sus propiedades.<sup>1, 2</sup> Además, utiliza como recurso casi exclusivo el pizarrón, dejando de lado otros posibles recursos, por ejemplo, los informáticos que pueden contribuir en la visualización de las figuras tridimensionales.

En este sentido, la teoría del cambio conceptual<sup>3</sup> permite identificar como sucede la transformación del conocimiento por medio de dos enfoques diferentes en los que ocurre un cambio o transformación del conocimiento:

**1) Enriquecimiento**, este enfoque consiste

en la creación de mapas semánticos y creación de teorías simples e intuitivas, para establecer relaciones con otros conceptos y obtener un nuevo significado. Permite la reflexión, reajuste y adición de conceptos más complejos a sus teorías. Un ejemplo de enriquecimiento en geometría puede darse cuando analizamos un cuadrado, al establecer semejanzas y diferencias con respecto a otros cuadriláteros como el rectángulo, el rombo, entre otros; se obtiene un nuevo significado. Es decir, se amplía el concepto de cuadrado, cuando se considera parte de un conjunto de figuras que tienen propiedades en común.

**2) Ruptura epistemológica**, genera una transformación en las operaciones mentales hasta llegar a identificar un problema desde una perspectiva diferente.<sup>3</sup> Como ejemplo al aplicar el teorema de Pitágoras para medir la altura de un edificio, en este caso se involucra el uso de diversos conceptos: perpendicularidad, triángulo rectángulo, medidas de segmentos, entre otros, en un contexto cotidiano, lo cual ayuda a resolver un problema desde una perspectiva diferente. Contribuyendo a transferir la aplicación del enunciado a situaciones similares y tener una visión más amplia del mismo, distinguiendo las situaciones en las que se puede aplicar y en las que no tiene cabida.

Asimismo, Bostan<sup>4</sup> plantea que el cambio conceptual puede alcanzarse de manera espontánea cuando las ideas de quien aprende se acercan por razonamiento propio al conocimiento científico sin intervención externa; o de forma propiciada cuando se genera a partir de la enseñanza para acercarla al conocimiento científico. Es por esto que, en la teoría del cambio conceptual, un concepto se entiende como una unidad de pensamiento que no surge de forma aislada, sino que requiere de un proceso de construcción a partir de informaciones relacionadas (hechos, datos, características, propiedades, entre otras).

Con relación a esto, Flores<sup>5</sup> y Escamillas<sup>6</sup> señalan que el profesor es quien, por su preparación académica, está en una posición que le permite organizar los campos

conceptuales en secuencias para adaptarlas a las características y necesidades de sus estudiantes, siempre y cuando él mismo ya haya alcanzado un elevado nivel conceptual. Puesto que el cambio conceptual toma en cuenta las preconcepciones (creencias construidas algunas de forma errada, de modelos o teorías en un área determinada). No es simplemente rellenar espacios, sino cambiar un concepto errado por uno correcto.

Por tal razón, es esencial que el profesor cuente con un alto nivel de razonamiento geométrico para que pueda enseñar a sus estudiantes a alcanzar también los cambios conceptuales en geometría. En palabras de Vygotsky,<sup>7</sup> esto es activar las zonas de Desarrollo Próximo para alcanzar el nivel potencial.

Ahora bien, en cuanto al uso de las TIC en el aula de clase, Mayer<sup>8</sup> propone la teoría cognoscitiva de aprendizaje multimedia. Expone que, a partir de las tres formas de almacenar la información en: la memoria sensorial, la memoria de trabajo y la memoria de largo plazo. Los individuos pueden procesar a través de canales diferentes, materiales verbales y visuales. Entonces, para generar una manipulación y visualización de las figuras geométricas no basta solo con disponer de las TIC para que de forma automática se aprovechen adecuadamente sus posibilidades educativas. Es necesaria la capacitación y formación de los docentes, quienes serán los que promuevan o no, su uso en el aula.

Asimismo, respecto al uso de recursos informáticos educativos que pueden ser empleados para fomentar los cambios conceptuales en contenidos matemáticos relacionados con la geometría González y Vilchez<sup>9</sup> resaltan que enseñar geometría implica en primer lugar motivar al docente, proponiéndole herramientas TIC que le permitan recordar y comprobar propiedades de las figuras a través de sus acciones. Además, en la enseñanza virtual de la geometría el Modelo Van Hiele contribuye en gran medida a la evolución del razonamiento geométrico de los docentes a partir de la visualización de los objetos geométricos.<sup>10</sup>

De igual manera, en estos espacios virtuales el uso de las TIC y específicamente del software Geogebra como herramienta cognitiva resulta de gran importancia debido a que ayuda a desarrollar habilidades matemáticas.<sup>11, 12</sup>

## Diagnóstico

Al hablar de cambio conceptual es importante conocer el nivel de razonamiento geométrico en el que se encuentra una persona al iniciar el estudio de la geometría y como se van produciendo esos cambios. El modelo Van Hiele explica cómo se desarrollan los niveles de razonamiento geométrico de quien aprende y qué puede hacer un profesor de matemática para conducir ese razonamiento, mediante sus componentes esenciales: los niveles de razonamiento (Reconocimiento, Análisis, Clasificación, Deducción formal y Rigor) y las fases de aprendizaje (Preguntas e información, orientación dirigida, Explicitación, Orientación e integración).<sup>13</sup>

En consecuencia, en la enseñanza de la geometría es primordial que el profesor cuente con conocimientos sólidos de sus fundamentos (figuras, formas y las relaciones de sus elementos entre sí, y también respecto a otras figuras), para que en su didáctica el uso de estrategias (técnicas, actividades y recursos) le permitan aprovechar la visualización como punto de partida en la construcción de conceptos geométricos. Entendiendo que, en geometría la visualización es un elemento muy importante porque ayuda a comprender propiedades de las figuras y a hacer esquemas que permitan desarrollar aún más el pensamiento lógico matemático.

Por lo tanto, se hace necesario el planteamiento de una enseñanza de la geometría, cuya didáctica involucre la visualización de estos elementos. Para lo cual el uso de recursos informáticos (software, vídeos, entre otros) le concede un carácter más dinámico al conocimiento geométrico de los docentes y por ende a los estudiantes.<sup>14</sup> Respecto a estas ventajas que ofrecen los recursos informáticos Mayer<sup>15</sup> indica que sirven para guiar al estudiante

a crear teorías. Estas pueden ser simples e intuitivas en su inicio, hasta alcanzar niveles más altos, como lo contempla la teoría del cambio conceptual.

En este sentido, para conocer sobre los niveles de cambio conceptual y habilidades en el uso de las TIC de los docentes, el diagnóstico se llevó a cabo mediante una investigación analítica, con el objeto de comprender las relaciones entre los elementos que intervienen (cambio conceptual y el uso de recursos informáticos en el aprendizaje de la geometría, causas y procesos o condiciones que originan o mantienen el desarrollo del cambio conceptual durante el aprendizaje de la geometría). Por medio de un diseño analítico situacional, para identificar en la etapa exploratoria las condiciones iniciales de los docentes de matemática.<sup>16</sup>

Se utilizó la técnica de la encuesta y se aplicaron como instrumentos: un test sobre conocimientos geométricos y un cuestionario habilidades en el uso de las TIC. La invitación se hizo a aproximadamente treinta y cinco (35) docentes, cuya aceptación fue respondida por seis (6) de ellos mediante un acta de consentimiento, quienes posteriormente procedieron a contestar ambos instrumentos.

En el caso del test por ser un instrumento cuantitativo, fue validado a través del método Juicio de Expertos, mediante el procedimiento estadístico denominado Coeficiente de Validez de Contenido, propuesto por Hernández Nieto.<sup>17</sup> Mientras que el cuestionario, por ser un instrumento cualitativo su fiabilidad refleja la forma en que se ajusta a las necesidades de la investigación en términos de lo eventos establecidos.<sup>16</sup> En este caso se determinó al promediar la triangulación de criterios de expertos del área de informática y diseño instruccional.

El test está conformado por veintiún (21) preguntas: abiertas, considerando que la muestra no es muy extensa y no se desea condicionar o influir en las respuestas. La propuesta de estas preguntas se realiza con el objeto de medir en cada parte del test,

términos del cambio conceptual según el Modelo Van Hiele.

**Reconocimiento: Ítems 1 al 7:** buscan medir hasta qué punto los docentes reconocen las figuras propuestas y sus propiedades intrínsecas.

1. Observando las imágenes de las siguientes figuras qué puede decir sobre ellas en particular y en conjunto o como subconjuntos (nombres, características, propiedades, semejanzas, diferencias)
2. ¿Serán colineales dos puntos? Si \_\_\_ No \_\_\_ explique
3. ¿Serán colineales tres puntos? Si \_\_\_ No \_\_\_ explique
4. ¿Puede ser cero la longitud de un segmento? Si \_\_\_ No \_\_\_ explique
5. Describa qué es un ángulo
6. ¿Es cierto que dos ángulos complementarios son agudos? Si \_\_\_ No \_\_\_ explique
7. ¿Será verdad que, de dos ángulos suplementarios, uno es agudo y el otro es obtuso?-Argumente su respuesta

**Análisis: Ítems del 8 al 13:** buscan medir si los docentes reconocen a las figuras propuestas como subconjuntos de las otras, y cuáles semejanzas y diferencias encuentran.

8. ¿Pueden ser 12, 4 y 7 medidas de los lados de un triángulo? Explique
9. ¿Existe un criterio ángulo - ángulo – ángulo de congruencia de triángulos? Si \_\_\_ No \_\_\_ explique
10. ¿Puede un triángulo tener dos ángulos rectos? Si \_\_\_ No \_\_\_ explique
11. ¿Puede alguno de los segmentos característicos de un triángulo (mediana, mediatriz, bisectriz o altura) coincidir con algún lado del triángulo? Si \_\_\_ No \_\_\_ Argumente su respuesta
12. ¿Puede un triángulo rectángulo ser equilátero? Argumente su respuesta
13. ¿Será cierto que todo cuadrado es rombo? ¿Será cierto su recíproco? Argumente su respuesta.

**Clasificación: Ítems 14 al 15:** buscan medir la capacidad de argumentación para clasificar figuras a partir de sus propiedades o elementos esenciales.

Demuestre que:

14. Si dos rectas se intersectan en exactamente un punto, entonces son distintas.
15. Si la hipotenusa y un cateto de un triángulo rectángulo son congruentes con la hipotenusa y un cateto de otro, respectivamente, entonces, los triángulos son congruentes.

**Deducción formal: Ítems 16 al 18:** buscan medir la capacidad de razonamiento lógico del docente al aplicar el método axiomático.

Demuestre que:

16. Si una recta corta de una de dos paralelas, entonces corta a la otra.

17. Los puntos medios de los lados de un cuadrado determinan otro cuadrado

**Rigor: Ítems 18 al 21:** buscan medir el conocimiento del docente sobre otros sistemas axiomáticos además del euclidiano.

18. ¿Será cierto que: La suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo es siempre igual a  $180^\circ$ ? Si \_\_\_ No \_\_\_ Argumente su respuesta

19. En qué consiste el sistema axiomático de Euclides o geometría euclidiana:

20. Además de la geometría euclidiana ¿Cuáles otras geometrías existen? Explique

21. ¿Qué tipo de formación recibió en su carrera universitaria sobre la geometría y su enseñanza?

Respecto al cuestionario fue de tipo transversal, corto y aplicado a una muestra pequeña, permite conocer lo que piensan los participantes al momento de encuestarlos<sup>16</sup>. Conformado por 10 preguntas abiertas, relacionadas al conocimiento didáctico (estrategias de enseñanza y aprendizaje: recursos y herramientas; y planificación educativa) y conocimiento propio (práctico de uso cotidiano y en el aula), enviado vía correo electrónico a los participantes. Los ítems relacionados al conocimiento propio son:

1. Tecnologías de Información y comunicación (TIC) utilizadas para sus actividades cotidianas.

2. Habilidades en el uso de las TIC: \_\_\_\_%

4. ¿Qué opina sobre el uso de las TIC en el aula de clases?

10. Conceptos de geometría que considera más complicados y por qué

11. Recursos digitales que considera pueden facilitarle la comprensión de los conceptos más complejos de geometría y por qué.

Los ítems relacionados al conocimiento didáctico son:

3. ¿Qué tipo de formación recibió en su carrera universitaria sobre el uso de las TIC?

5. Recursos informáticos o digitales que utiliza en el aula de clases para la enseñanza de los contenidos matemáticos en general:

6. Recursos informáticos o digitales que utiliza en el aula de clases para la enseñanza de los contenidos geométricos en particular:

7. ¿Cómo incorpora el uso de los recursos digitales en las estrategias didácticas para la enseñanza de los contenidos geométricos?

8. Materiales que utiliza para el desarrollo de los contenidos geométricos.

9. ¿Qué relevancia piensa usted que tienen los recursos digitales que utiliza en el aprendizaje de la geometría de los estudiantes?

## Resultados:

### ⊗ Descripción de los resultados del test sobre conocimientos geométricos:

Los seis docentes participantes se categorizaron como: D1, D2, D3, D4, D5 y D6. Sus características principales se detallan tanto en la Tabla 1, como en las figuras 1, 2, 3, 4 y 5. De estos, el 83,3% son educadores en Matemática y el 16,7% Licenciado en Física. Además, 33,4% tienen estudios de cuarto nivel. En cuanto a su experiencia en el ejercicio de la docencia el 66,6% tienen hasta 5 años y el 33,4% restante entre 5 años y más de 10 años.

Tabla 1: Características de los docentes participantes

Característica		Docentes que poseen tal característica
Género	Femenino	67%
	Masculino	33%
Tipo de Institución	Pública	50%
	Privada	50%
Título Obtenido	Licenciado en educación mención Matemática	83%
	Otro: Licenciado en física	17%
Nivel académico	3er nivel	67%
	4to nivel	33%

Fuente: Rondón<sup>18</sup>

Además, en cuanto a los años de experiencia en la Figura 1 se observa que más de la mitad (66%) de ellos tienen entre 1 a 5 años, el 17% tiene entre 6 a 10 años de experiencia y el otro 17% tienen entre 11 a 15 años.

En este mismo orden de ideas, en la Figura 2 se observa que todos los sujetos han recibido formación universitaria en geometría euclidiana (100%), por lo tanto, deben conocer la construcción axiomática del razonamiento geométrico. Además, el 17% estudió geometrías no euclidianas como la riemanniana, donde el quinto postulado de Euclides tiene su equivalente y por ende un nuevo paradigma de propiedades de las figuras (triángulos esféricos cuya suma de ángulos internos es mayor a  $180^\circ$  y donde no existe paralelismo). El 80% han recibido formación en Geometría Analítica y Didáctica de la Geometría (83% también). También, en cuanto a la didáctica de esta área del conocimiento, el 83% de estos educadores cursaron al menos una asignatura relacionada a la enseñanza de la geometría

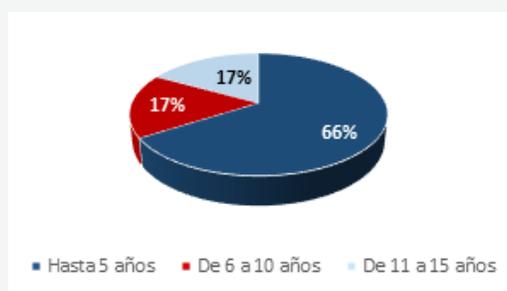


Figura 1. Experiencia docente.  
Fuente: Rondón<sup>18</sup>

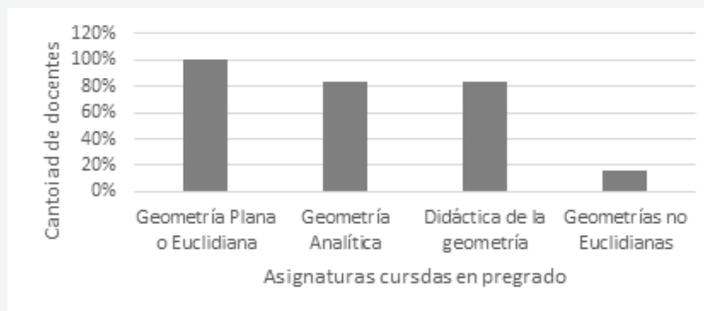


Figura 2. Formación recibida en geometría  
Fuente: Rondón<sup>18</sup>

Finalmente, en la Figura 3 se destaca que los docentes participantes se han desempeñado a lo largo de su experiencia de enseñanza en varios años en los diversos años de Educación Media General simultáneamente: 50% de ellos en primer año (D1, D5 y D4); 50% en segundo año (D1 y D5); 66,6% en tercer año (D1, D4, D5 y D6); 83,3% en cuarto año (D1, D3, D4, D5, D6); y el 83,3% en quinto año (D1, D2, D3, D4 y D6). Es importante señalar que, en cada uno de estos años, los contenidos geométricos requieren conocimientos sólidos por parte de los docentes sobre geometría plana y geometría analítica, tanto bidimensional como tridimensional (5to año de Educación Media General). Por lo tanto, si el docente no ha alcanzado cambios conceptuales en la geometría plana unidimensional (rectas, segmentos, semirrectas), pasar a la geometría bidimensional (planos, ángulos, áreas) y tridimensional (espacio, volúmenes) será una tarea casi imposible.

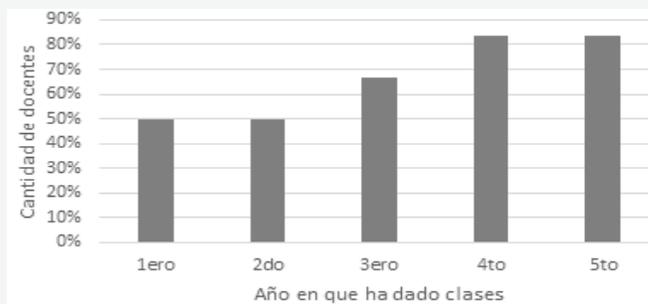


Figura 3. Grados o años en los que ha enseñado matemática.  
Fuente: Rondón<sup>18</sup>

Finalmente en la Tabla 2 se presentan las calificaciones obtenidas por los docentes participantes, en correspondencia con las características de los ítems y su puntuación, para determinar el nivel de cambio conceptual según el Modelo Van Hiele que han alcanzado los docentes.

Tabla 2. Nivel de razonamiento geométrico de partida de cada docente.

Resultados en el test de conocimientos geométricos	Nivel de razonamiento Van Hiele	Nivel de partida de cada Docente
De 1 a 5 puntos	I. Reconocimiento	D5
Más de 5 a 10 puntos	II. Análisis	D2 y D4
Más de 10 a 14 puntos	III. Clasificación	D6
Más de 15 a 18 puntos	IV. Deducción Formal	D1 y D3
Más de 18 a 20 puntos	V. Rigor	Ninguno

Fuente: Rondón<sup>18</sup>

En esta tabla podemos observar que más del 66% de los docentes participantes se encuentran en niveles básicos, por debajo del nivel de Deducción Formal (Concepto umbral). Esto llama la atención debido a que más de la mitad de ellos se han desempeñado en años como tercero, cuarto y quinto año, donde se tiene la presencia de los Teoremas de Pitágoras, Euclides y Thales (Conceptos umbrales e integrantes), entre otros contenidos que requieren el desarrollo de cadenas de razonamiento lógico mediante el sistema axiomático.

⊙ Descripción de los resultados del cuestionario sobre habilidades en el uso de las TIC:

Las TIC utilizadas para sus actividades cotidianas son: Computadora, teléfono inteligente, redes sociales (Whatsapp, Telegram). En promedio las habilidades en el uso de las TIC: es de un 50 %. La formación universitaria sobre el uso de las TIC fue escasa o básica relativa a Microsoft y en algunos casos software para la enseñanza de geometría y matemática (Geogebra y Maple).

Además, sobre el uso de las TIC en el aula de clases los docentes consideran que son herramientas dentro de los procesos de enseñanza/aprendizaje que facilitan la experiencia educativa, la comprensión de conceptos abstractos y optimizan el tiempo en las actividades en el aula de clases. El 83,3 % expresó que utilizan lo básico que tienen en el aula: pizarrón, reglas y libros. Sin embargo, les gustaría usar software, vídeos y aplicaciones ya que facilitan el estudio y comprensión de conceptos o temas que por su naturaleza son abstractos como el paralelismo y los tipos de ángulos que se forman, triángulos y semejanza, además de su aplicación en áreas como física, cónicas, plano y espacio, funciones y trigonometría.

En cuanto a los recursos digitales, los docentes consideran que pueden facilitar la comprensión de conceptos complejos de geometría los siguientes: Software (Geogebra, Maple, entre otros) para la construcción y visualización de los objetos geométricos, vídeos sobre la historia de la geometría y sus aplicaciones, y simuladores.

### **Análisis de los resultados**

En el test de conocimientos geométricos, en el ítem 1 se pedía identificar varias figuras regulares e irregulares, por grupos, según su apariencia y relacionarlas unas como subconjunto de las otras. Fue respondido por el 100% de los docentes, de estos un 33% no identificaron el punto, ni el segmento, solo identificaron algunos tipos de cuadriláteros, sin establecer relaciones entre ellos. Mientras que otro 33%

identificaron cada figura y las relacionaron entre sí, aunque no discriminaron entre polígono regular e irregular. El restante 34% respondió correctamente identificando cada figura y relacionándolas entre sí unas como subconjunto de otras, lo que el cambio conceptual llama categorización.

En el ítem 2 era necesario aplicar la definición de colinealidad a dos puntos, o el postulado de la recta, solo fue respondido por el 50% de los docentes, quienes lo hicieron correctamente, esto, según el cambio conceptual requiere aplicar relaciones significativas. Asimismo, en los ítems 3 y 4 se pedía aplicar la definición de colinealidad (ahora con tres puntos) y la definición de segmento, requería de relaciones significativas. Fue respondido correctamente por el 83% de los docentes. Mientras que 17% no los respondió.

En el ítem 5 era necesario definir un ángulo como figura geométrica (a partir de dos rectas que se intersectan o dos rayos de vértice común) como concepto integrante de la teoría del cambio conceptual, fue respondido por el 100% de los docentes, de ellos el 33% lo definieron como número (medida del ángulo). Mientras que el 67% lo definieron correctamente.

El ítem 6 requería relacionar los ángulos complementarios (cuyas medidas suman  $90^\circ$ ) y agudos (menores de  $90^\circ$ ), fue respondido por 83% de los docentes. De ellos, el 17% lo hizo de manera incompleta respondiendo solo a la definición de ángulo agudo, pero sin aplicarla a ángulos complementarios, mientras que el 67% respondió correctamente. De forma similar en el ítem 7, se pedía relacionar los ángulos suplementarios (cuyas medidas suman  $180^\circ$ ), agudos y obtusos (mayores de  $90^\circ$ ), fue respondido por 67% de los docentes, 17% de ellos lo hizo de manera incompleta observando solo el caso particular de dos ángulos rectos, mientras que el 50% lo hicieron correctamente argumentando sobre la posibilidad de dos rectos o uno agudo y el otro obtuso.

En estos ítems requerían de conceptos integrantes.

En cuanto a los ítems del nivel de Análisis (8 al 13), en el ítem 8 se requería aplicar la desigualdad triangular, fue respondido por el 67% de los docentes, el 50% de ellos lo hizo correctamente. Mientras que el 17% de manera deficiente al no aplicar la relación entre la medida de dos de los lados respecto al tercero. En el ítem 9 debían identificar los criterios de congruencia de ángulos, solo fue respondido por el 50% de los docentes, de ellos 33% lo hicieron correctamente y el otro 17% de forma incompleta debido a que no identificó todos los criterios existentes.

En el ítem 10 se requería aplicar las definiciones de paralelismo y perpendicularidad, fue respondido por 83% de los docentes de forma correcta. Estos ítems, según el cambio conceptual, requerían de conceptos clave, transformadores y conceptos integrantes.

El ítem 11 requería aplicar las definiciones de los segmentos característicos de un triángulo (mediana, mediatriz, bisectriz y altura) y sus casos particulares, fue respondido por 67% docentes de forma correcta. En el ítem 12 se indagaba sobre el teorema de Pitágoras y el triángulo equilátero, fue respondido por 84% de los docentes, 67% de ellos de manera correcta. Mientras que 17% de forma incompleta al aplicar la definición de triángulo equilátero, pero no la del triángulo rectángulo.

En el ítem 13 se requería relacionar dos paralelogramos (cuadrado y rombo), fue respondido por 67% de los docentes, quienes lo hicieron correctamente. Desde el cambio conceptual, estos ítems requerían de relaciones significativas, concepto integrante y transformadores.

En cuanto a los ítems del nivel de Clasificación (14 y 15), en el ítem 14 se pedía demostrar intersección de rectas, usando cadenas cortas de argumentación (reducción al absurdo o demostración directa), fue respondido por el 50% de los docentes, quienes lo hicieron correctamente esto, según el cambio conceptual requiere aplicar relaciones significativas. En el ítem 15 había que demostrar congruencia de dos triángulos rectángulos usando cadenas

cortas de argumentación (de forma directa usando propiedades de congruencia), requería de relaciones significativas. Solo fue respondido por el 50% de los docentes, de ellos el 25% lo hizo correctamente, mientras que el otro 50% lo hizo de forma incompleta al no considerar el criterio de congruencia correspondiente, como concepto integrante de la teoría del cambio conceptual.

En cuanto a los ítems del nivel de Deducción Formal (16 y 17), en el ítem 16 se solicitaba demostrar perpendicularidad y paralelismo usando el método más apropiado (por reducción al absurdo relacionando con propiedades de paralelismo), fue respondido por el 50% de los docentes, el 17% de ellos lo hizo argumentando paralelismo, pero le faltó considerar la congruencia de los ángulos alternos internos, mientras que el 33% restante lo hizo correctamente.

En el ítem 17 se pedía demostrar la formación de un cuadrado a partir de otro, usando el método más apropiado (directo relacionando con propiedades de paralelismo y los paralelogramos), solo fue respondido por el 33% de los docentes, quienes lo hicieron de forma correcta. Estos ítems, según el cambio conceptual, requerían de conceptos clave, transformadores y conceptos integrantes.

En cuanto a los ítems del nivel de Rigor (18 al 20), en el ítem 18 se requería discriminar entre la geometría euclidiana y las no euclidianas (diferencia en cuanto al 5to postulado de Euclides), lo que el cambio conceptual llama categorización.

Fue respondido por el 83% de los docentes, 33% de ellos señalaron los postulados de la geometría euclidiana, otro 33% señalaron los cinco postulados de Euclides, pero no las diferencias fundamentales del quinto con las no euclidianas, mientras que el 17% restante lo hizo correctamente. En el ítem 19 se pedía describir los componentes y condiciones del sistema axiomático, requería de relaciones significativas. Fue respondido por el 50% de los docentes, de ellos 33% lo hizo correctamente, mientras que al 17% restante le faltó señalar las condiciones.

En el ítem 20 se pedía describir las

geometrías no euclidianas (propiedades fundamentales y aplicaciones), fue respondido por 83% de los docentes, 33% de ellos de forma correcta, un 17% describió algunas características, mientras que el otro 33% lo hizo de forma incorrecta al confundirla con la geometría analítica. Este ítem, requería de conceptos clave, transformadores y conceptos integrantes.

En general, con base en lo descrito anteriormente y las calificaciones obtenidas por los seis docentes en el Test, se evidencia desde el nivel de reconocimiento que algunos docentes (33%) no tienen claridad para diferenciar entre recta, segmento y rayo, las cuales son figuras base para el desarrollo de toda la geometría plana. Además, aunque identifican los cuadriláteros más comunes (cuadrado y rectángulo) no los generalizan y tampoco relacionan las figuras entre sí, como subconjuntos unas de otras (figuras como caras de los cuerpos geométricos).

Asimismo, llama la atención que solo el 50% de los docentes respondió el ítem 2 relacionado con el postulado de la recta, siendo este uno de los más básicos de la geometría euclidiana. En consecuencia, al requerir la aplicación de este postulado o la definición de colinealidad para más de dos puntos la situación se le complica aún más al docente que no cuenta con este conocimiento sólido. Como consecuencia, de lo anterior las definiciones de ángulo y sus diversas medidas (agudos, obtusos, rectos), al ser asociadas a operaciones de suma de medidas (ángulos complementarios y suplementarios) siguen aumentando las carencias en las respuestas de los docentes. Aun cuando, la definición de ángulo y sus propiedades son muy básicas, estudiadas desde primaria y complementadas en Educación Media General.

Es así como, al continuar aumentando el nivel de complejidad de los ítems en el nivel de Análisis donde se requiere aplicar las definiciones correspondientes a las situaciones geométricas propuestas (propiedades de los triángulos: congruencia, segmentos característicos, paralelismo y perpendicularidad), las respuestas de los docentes a los ítems van disminuyendo.

Incluso son respondidos correctamente por menos del 50% de los docentes. Contenidos que se deben dictar en segundo y tercer año de Educación Media General.

Entonces, no habrá oportunidad para desarrollar en el siguiente año contenidos como la trigonometría, tan fundamental en múltiples áreas (ingeniería, educación física, Construcción civil, entre otras) para establecer relaciones proporcionales como el seno, coseno y tangente, relacionados directamente con problemas cotidianos (por ejemplo, calcular de la altura de un edificio). Dificultando, además, su posterior transferencia a contextos similares y entorpeciendo el proceso de crear relaciones significativas tan importantes en el cambio conceptual.

De la misma manera, en el nivel de Clasificación donde se deben desarrollar pequeñas cadenas de deducción (relacionadas a rectas no paralelas y triángulo rectángulo), las respuestas correctas de los ítems se reducen a menos del 50% de los docentes. Destacando que, el Teorema de Pitágoras relacionado a una de estas argumentaciones se dicta en tercer año de Educación Media General. Tales respuestas muestran muy poco entendimiento de las propiedades básicas de los triángulos y ángulos, y aún menos de la generalización de estas en un teorema que abre las puertas del entendimiento.

Finalmente, en el nivel de Deducción formal, donde se requiere la demostración utilizando alguno de los métodos (Directo o por Reducción al absurdo), relacionados a demostraciones al menos con el método directo en tercer, cuarto y quinto año, en teoremas de: Pitágoras, Euclides, Ley del Seno y del Coseno, Distancia entre puntos en el plano y en el espacio, entre otros; y en el nivel de Rigor (conocimiento de varios sistemas axiomáticos) relacionado a materias estudiadas a nivel universitario, el razonamiento del docente debe haber alcanzado uno de los niveles más altos del cambio conceptual (Concepto Umbral), entonces tal como lo explica el Modelo Van Hiele en su característica de Adyacencia si no se ha alcanzado el nivel anterior, el siguiente no se logrará.

## Conclusiones

Es así como, los resultados obtenidos en el diagnóstico, con una calificación promedio de 10,65 puntos, se traducen en un llamado urgente al estudio de la problemática sobre el bajo nivel de conocimiento geométrico de los docentes. Esto se refleja indudablemente en la enseñanza de la geometría en Educación Media General, debido a que más del 50% de los docentes participantes están por debajo del nivel de Deducción Formal.

Las causas de esta situación, pueden estar relacionadas a la formación que se ofrece al docente de matemática en la universidad y a su escasa actualización permanente. Posteriormente, a su egreso de la universidad es absorbido por el sistema educativo donde generalmente, se requiera de ellos horas agotadoras de llenado de formatos exigidos por las diversas instancias, Situación que se traduce un dictado de clases repetitivas y memorísticas, relleno de espacios, dejando de lado su pensamiento crítico y actualización necesaria para la maduración de los conocimientos obtenidos en la universidad.

De no alcanzar el Nivel de Rigor en el Modelo Van Hiele o alcanzar los Conceptos Umbrales necesarios en la geometría por parte del docente, optará en primer lugar por evadir estos contenidos, y en caso de dictarlos, realizará una mera presentación de los mismos. Al tiempo que también se le presentarán dificultades para desarrollar el conocimiento didáctico general (estrategias para plantear y desarrollar los contenidos a profundidad). Por lo tanto, los estudiantes tampoco tendrán oportunidades de aumentar su nivel de razonamiento geométrico.

En consecuencia, se hace necesario proponer alternativas de formación permanente dirigidas a los docentes, a través de las TIC (cursos en línea, uso del software Geogebra, entre otros). Debido a que estas herramientas favorecen la visualización y las construcciones en esta área de la matemática y conllevan a una reflexión y mejoramiento del razonamiento geométrico, aumentando las oportunidades para alcanzar un cambio conceptual satisfactorio para desarrollar con solidez su enseñanza.

## Referencias

- 1.- Mochón, S. y Morales, M. En qué consiste el “conocimiento matemático para la enseñanza” de un profesor y cómo fomentar su desarrollo: un estudio en la escuela primaria. *Educación Matemática*. 2010. 22(1): 87-113.
- 2.- Barboza, J. Explorar y Descubrir para Conceptualizar en Geometría. *Scientia Et Technica*, 2013. 18(2): 369-375. Disponible en: <https://www.redalyc.org/pdf/849/84929153012.pdf>.
- 3.- Carretero, M. Cambio conceptual y enseñanza de la historia. *Tarbiya, Revista de Investigación e innovación educativa*. 2000. (5): 73-82.
- 4.- Bostan, A. Conceptual Level of Understanding about Sound Concept: Sample of Fifth Grade Students. *e-International Journal of Educational Research*. 2016. 7(1): 87-97.
- 5.- Flores, H. La investigación cooperativa como modelo de selección de recursos constructivos TIC para la enseñanza del concepto tiempo en historia. 2013. Zaragoza Phd Tesis Doctoral de la Universidad de Zaragoza, España. Disponible en: <https://zagan.unizar.es/record/13371/files/TESIS-2014-011.pdf>.
- 6.- Escamillas, A. (2011). Las competencias en la programación del aula. II, Educación Secundaria (12-18 años). España: Graó.

- 7.- Vygotsky, L. (2003). El desarrollo de las funciones psicológicas superiores. Crítica.
- 8.- Mayer, R. Psicología de la educación, enseñar para un aprendizaje significativo. 2004. España: Pearson Prentice Hall.
- 9.- González, A. y Vilchez, N. Enseñanza de la Geometría con utilización de recursos multimedia. Aplicación a la Primera Etapa de Educación Básica. 2004. Tarragona: PhD Tesis Doctotal de la Universidad Rovira i Virgili, España. Disponible en: <http://hdl.handle.net/10803/8928>.
- 10.- Souza, S. Estudio pedagógico de la enseñanza virtual de la geometría, desde un enfoque socio-constructivista. 2008. Tesis Doctoral de la Universidad de Salamanca, España. Disponible en: [https://gredos.usal.es/bitstream/10366/22642/1/DTHE\\_Estudio%20pedagogico%20ensenanza%20virtual%20geometria.pdf](https://gredos.usal.es/bitstream/10366/22642/1/DTHE_Estudio%20pedagogico%20ensenanza%20virtual%20geometria.pdf).
- 11.- Kabaca, T., Karadag, Z. y Aktumen, M. Concepto erróneo, conflicto cognitivo y cambios conceptuales en geometría: un estudio de caso con futuros maestros. *Mevlana International Journal of Education (MIJE)*. 2011. 1(2): 44-55.
- 12.- Martínez, L. y Vera, J. Características de la formación docente para la inclusión de las TIC en la enseñanza de la geometría. Comunicación presentada para el Primer Encuentro Distrital de Educación Matemática, “Prácticas y propuestas innovadoras en el aula de matemáticas: realidades y desafíos”. 2019. Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogota, Colombia. Disponible en: <http://funes.uniandes.edu.co/9928/1/Marti%CC%81nez2014Caracteri%CC%81sticas.pdf>.
- 13.- Vargas, G. y Gamboa, R. El modelo de van hiele y la enseñanza de la geometría. *Revista: Uniciencia*. 2013. 27(1): 74-94. Disponible en: <http://revistas.una.ac.cr/index.php/uniciencia/article/view/4944/0>.
- 14.- Rondón, Y. Transposición didáctica. Las TIC en la enseñanza y aprendizaje de la matemática. En Márquez, Flores y Rondón. *Transposición didáctica del Conocimiento*. Mérida - Venezuela. Fundación editorial el Perro y la Rana; 2016. 51-67. Disponible en: [https://issuu.com/imprentamerida/docs/transposicion\\_didactica\\_del\\_conocim\\_dod973b68f7019](https://issuu.com/imprentamerida/docs/transposicion_didactica_del_conocim_dod973b68f7019).
- 15.- Mayer, R. *Aprendizaje multimedia*. Universidad de Cambridge. 2005.
- 16.- Hurtado, J. *Metodología de la Investigación Holística. Guía para la comprensión holística de la ciencia*. 4ta edición. Quirón Ediciones S.A. 2010.
- 17.- Hernández Nieto, R. (2003). Contribuciones al análisis estadístico. Universidad de Los Andes. Mérida - Venezuela. *Revista venezolana de Ciencia Política*, 23: 132-134. Disponible en: <http://bdigital.ula.ve/storage/pdf/cipo/v23/articulo10.pdf>.
- 18.- Rondón, Y. *Cambio conceptual en geometría a través de recursos informáticos educativos en Educación Media General*. [Tesis Doctoral] Universidad de Los andes. 2023.